

# MATERIAŁY I STUDIA

Zeszyt nr 202

---

## *PERFORMANCE ATTRIBUTION*

dla portfeli dłużnych  
papierów wartościowych

---

Ewa Szafarczyk

Warszawa, luty 2006 r.

Projekt graficzny:

Oliwka s.c.

Skład i druk:

Drukarnia NBP

Wydął:

Narodowy Bank Polski  
Departament Komunikacji Społecznej  
00-919 Warszawa, ul. Świętokrzyska 11/21  
tel. (22) 653 23 35, fax (22) 653 13 21

© Copyright Narodowy Bank Polski, 2006

Materiały i Studia rozprowadzane są bezpłatnie.

Dostępne są również na stronie internetowej NBP: <http://www.nbp.pl>

---

## Spis treści

---

Spis wykresów i tabel	4
Wstęp	6
1. Pomiar dochodowości	7
2. Rola benchmarku w procesie zarządzania portfelem inwestycyjnym	13
3. Czynniki determinujące dochodowość instrumentów dłużnych	18
4. <i>Performance attribution</i>	26
5. Modele sektorowe	29
5.1. Arytmetyczne modele sektorowe	30
5.2. Agregacja czasowa w arytmetycznych modelach sektorowych	32
5.3. Geometryczne modele sektorowe	35
5.4. Modele sektorowe dla portfeli wielowalutowych	36
6. Modele wyróżniające wpływ <i>modified duration</i>	39
7. Modele wykorzystujące sekwencyjną wycenę instrumentów	43
8. Modele oparte na wrażliwości portfeli	48
9. Porównanie modeli <i>performance attribution</i>	54
9.1. Analiza dochodowości przy wykorzystaniu modelu sektorowego	59
9.2. Analiza dochodowości przy wykorzystaniu modelu wyróżniającego wpływ <i>modified duration</i>	62
9.3. Analiza dochodowości przy wykorzystaniu modelu z sekwencyjną wyceną papierów wartościowych	63
9.4. Analiza dochodowości przy wykorzystaniu modelu bazującego na wrażliwości	65
9.5. Podsumowanie wyników analizy <i>performance attribution</i>	66
10. Bibliografia	68

---

 Spis tabel i wykresów
 

---

Tabela 1	Porównanie arytmetycznego oraz geometrycznego <i>excess return</i> . . . . .	11
Tabela 2	Udział zmienności krzywych rentowności wyjaśniany poprzez główne składowe . . . . .	20
Tabela 3	Zmienność jednodniowa stóp zwrotu . . . . .	23
Tabela 4	Zasady wyznaczania cen teoretycznych w modelu bazującym na sekwencyjnej wycenie instrumentów . . . . .	46
Tabela 5	Struktura portfela inwestycyjnego oraz benchmarku . . . . .	54
Tabela 6	Parametry portfela inwestycyjnego oraz benchmarku . . . . .	54
Tabela 7	Performance attribution dla sektorów czasowych . . . . .	60
Tabela 8	Performance attribution dla emitentów papierów wartościowych . . . . .	60
Tabela 9	Struktura sektorowa niemieckich oraz francuskich papierów wartościowych w portfelu inwestycyjnym oraz benchmarkowym . . . . .	61
Tabela 10	Performance attribution na podstawie modelu Krishnamurthi . . . . .	62
Tabela 11	Performance attribution przy wykorzystaniu modelu z wyceną sekwencyjną . . . . .	64
Tabela 12	Performance attribution przy wykorzystaniu modelu bazującego na analizie wrażliwości . . . . .	66
Wykres 1	Porównanie <i>Total return</i> oraz <i>Price return</i> indeksu amerykańskich obligacji rządowych sektora 1-10 . . . . .	19
Wykres 2	Zmiany krzywej rentowności niemieckich rządowych papierów wartościowych . . . . .	21
Wykres 3	Zmiany krzywej rentowności brytyjskich rządowych papierów wartościowych . . . . .	21
Wykres 4	Zmiany spreadu rentowności amerykańskich agencyjnych oraz rządowych papierów wartościowych w 2004 r. . . . .	22
Wykres 5	Zmiany spreadu rentowności greckich oraz niemieckich rządowych papierów wartościowych w 2004 r. . . . .	22
Wykres 6	Profil dochodowości oraz ryzyka rządowych papierów wartościowych . . . . .	23
Wykres 7	Rentowność niemieckich rządowych papierów 2-letnich . . . . .	55
Wykres 8	Rentowność niemieckich rządowych papierów 5-letnich . . . . .	55
Wykres 9	Rentowność niemieckich rządowych papierów 10-letnich . . . . .	56
Wykres 10	Krzywa rentowności niemieckich rządowych papierów wartościowych . . . . .	56

Wykres 11 Zmiany krzywej rentowności niemieckich rządowych papierów wartościowych . . . . .	.57
Wykres 12 Krzywa rentowności francuskich rządowych papierów wartościowych . . . . .	.57
Wykres 13 Zmiany krzywej rentowności francuskich rządowych papierów wartościowych . . . . .	.58
Wykres 14 Spread pomiędzy rentownością francuskich i niemieckich rządowych papierów wartościowych . . . . .	.58
Wykres 15 Zmiany spreadu pomiędzy rentownością francuskich i niemieckich rządowych papierów wartościowych . . . . .	.59
Wykres 16 Dochodowość poszczególnych sektorów czasowych . . . . .	.61
Wykres 17 Porównanie parametrów portfela inwestycyjnego oraz benchmarkowego . . . . .	.63
Wykres 18 Wpływ poszczególnych czynników na <i>excess return</i> . . . . .	.65

---

## Wstęp

---

Dynamicznemu rozwojowi rynków finansowych towarzyszy budzące wiele kontrowersji pytanie o skuteczność aktywnego zarządzania portfelem inwestycyjnym, mającego u podstaw założenie o braku efektywności rynków. Strategie aktywne wykorzystujące prognozy zmian parametrów rynkowych (*market timing*) lub nieefektywność wyceny instrumentów finansowych (*bond picking*) mają na celu wygenerowanie wyższej dochodowości w relacji do przyjętego portfela porównawczego odzwierciedlającego modelową strukturę inwestycyjną. Zakres aktywnej polityki inwestycyjnej wyznaczany jest poprzez dopuszczalne odchylenia od założeń benchmarku, przy czym większa swoboda zarządzania portfelem mimo potencjalnej możliwości osiągnięcia wyższej stopy zwrotu związana jest zasadniczo z wyższym ryzykiem, którego miarę stanowi przykładowo *tracking error*<sup>1</sup>.

Przy aktywnym zarządzaniu portfelem istotnego znaczenia nabiera szczegółowa analiza uzyskanej dochodowości kształtującej się pod wpływem bieżących uwarunkowań rynkowych oraz polityki inwestycyjnej prowadzonej w ramach przyjętych limitów i ograniczeń. Metody *performance attribution* pozwalają na wyróżnienie wpływu poszczególnych decyzji inwestycyjnych na uzyskany *excess return* (względna stopa zwrotu) określający różnicę pomiędzy dochodowością portfela inwestycyjnego oraz porównawczego. Poprzez jego dekompozycję wskazują czynniki, na które portfel jest najbardziej wrażliwy, co może również zostać wykorzystane przy określaniu przyszłej polityki inwestycyjnej oraz zarządzaniu ryzykiem rynkowym.

Jak dotychczas nie została wypracowana jednolita metodologia *performance attribution*, różne instytucje finansowe wykorzystują własne modele dostosowane do charakterystyki zarządzanych portfeli, różniące się stopniem szczegółowości analizy. W prezentowanym materiale przedstawione zostały podstawowe grupy modeli *performance attribution*, przy czym opracowanie koncentruje się na analizie dochodowości obligacji charakteryzujących się stałym oprocentowaniem i pozbawionych opcji dodatkowych np. wcześniejszego wykupu. W przypadku portfeli obejmujących instrumenty z wbudowaną opcją, czy też papiery wartościowe zabezpieczone aktywami analiza powinna zostać rozszerzona przy uwzględnieniu dodatkowego wpływu wyróżnionych czynników na wartość opcji lub zabezpieczenia.

---

<sup>1</sup> *Tracking error* odpowiada odchyleniu standardowemu *excess return*.

## 1

## Pomiar dochodowości

Pomiar dochodowości stanowi jeden z kluczowych aspektów zarządzania portfelem inwestycyjnym, umożliwiającą ocenę skuteczności dotychczasowej polityki inwestycyjnej, a także oddziałujący na decyzje związane z alokacją środków. Podstawową miarę dochodowości portfeli instrumentów dłużnych stanowi stopa zwrotu odzwierciedlająca zmiany wartości portfela inwestycyjnego wynikające zarówno ze zmian rynkowych cen instrumentów wchodzących w jego skład oraz codziennie narastających odsetek, jak również przepływów zewnętrznych związanych z zawartymi transakcjami (w tym reinwestycją środków z wypłat kuponów oraz wartości nominalnej w momencie wymagalności instrumentów).

Do pomiaru dochodowości portfeli inwestycyjnych najczęściej wykorzystywana jest arytmetyczna formuła stopy zwrotu odzwierciedlająca względną zmianę wartości rynkowej portfela<sup>2</sup>:

$$R_t^A = \frac{MV_t - MV_{t-1} - C_t}{MV_{t-1}}$$

gdzie:

$MV_t$  – wartość rynkowa w momencie  $t$ ,

$C_t$  – wartość zewnętrznych przepływów finansowych w momencie  $t$ .

Skorygowanie zmian wartości portfela o przepływy zewnętrzne występujące w analizowanym okresie, związane z prowadzoną polityką inwestycyjną (zakup/sprzedaż instrumentu) lub wynikające z charakterystyki portfela inwestycyjnego (płatności odsetkowe, zapadalność instrumentów) zapewnia neutralność względem zmian wielkości portfela. Umożliwia to analizę porównawczą dochodowości portfela w różnych okresach a także pomiędzy portfelami.

Arytmetyczne stopy zwrotu charakteryzują się następującymi właściwościami:

1. Dochodowość portfela inwestycyjnego odpowiada średniej ważonej stóp zwrotu instrumentów wchodzących w jego skład:

<sup>2</sup> Alternatywnie może być stosowana logarytmiczna stopa zwrotu wyrażona wzorem:

$$R_t^G = \ln \left( \frac{MV_t - C_t}{MV_{t-1}} \right)$$

$$\begin{aligned}
R_t^{A,P} &= \frac{MV_t^P - MV_{t-1}^P - C_t^P}{MV_{t-1}^P} = \\
&= \frac{MV_{1,t} + MV_{2,t} + \dots + MV_{n,t} - MV_{1,t-1} - MV_{2,t-1} - \dots - MV_{n,t-1} - C_{1,t} - C_{2,t} - \dots - C_{n,t}}{MV_{1,t-1} + MV_{2,t-1} + \dots + MV_{n,t-1}} = \\
&= \frac{MV_{1,t} - MV_{1,t-1} - C_{1,t}}{MV_{1,t-1} + MV_{2,t-1} + \dots + MV_{n,t-1}} + \frac{MV_{2,t} - MV_{2,t-1} - C_{2,t}}{MV_{1,t-1} + MV_{2,t-1} + \dots + MV_{n,t-1}} + \dots + \frac{MV_{n,t} - MV_{n,t-1} - C_{n,t}}{MV_{1,t-1} + MV_{2,t-1} + \dots + MV_{n,t-1}} = \\
&= \frac{(MV_{1,t} - MV_{1,t-1} - C_{1,t})MV_{1,t-1}}{(MV_{1,t-1} + MV_{2,t-1} + \dots + MV_{n,t-1})MV_{1,t-1}} + \dots + \frac{(MV_{n,t} - MV_{n,t-1} - C_{n,t})MV_{n,t-1}}{(MV_{1,t-1} + MV_{2,t-1} + \dots + MV_{n,t-1})MV_{n,t-1}} = \\
&= w_{1,t-1}R_{1,t}^A + w_{2,t-1}R_{2,t}^A + \dots + w_{n,t-1}R_{n,t}^A = \sum_{k=1}^n w_{k,t-1}R_{k,t}^A
\end{aligned}$$

gdzie:

$R_t^P$  – stopa zwrotu z portfela inwestycyjnego w momencie  $t$ ,

$R_{k,t}$  – stopa zwrotu z  $k$ -tego instrumentu wchodzącego w skład portfela inwestycyjnego,

$w_k$  – udział  $k$ -tego instrumentu w portfelu inwestycyjnym.

2. Agregacja w czasie oparta jest o kapitalizację złożoną. Dochodowość portfeli inwestycyjnych wyznaczana jest najczęściej na bazie dziennej, szczególnie jeżeli ich skład zmienia się dynamicznie na skutek zawieranych transakcji, wobec czego analiza efektywności zarządzania portfelem w dłuższym okresie wymaga agregacji dziennych stóp zwrotu<sup>3</sup>.

$$\begin{aligned}
R_{t,2}^A &= \frac{MV_t}{MV_{t-2}} - 1 = \frac{MV_t}{MV_{t-1}} * \frac{MV_{t-1}}{MV_{t-2}} - 1 = \left( \frac{MV_t}{MV_{t-1}} + 1 - 1 \right) \left( \frac{MV_{t-1}}{MV_{t-2}} + 1 - 1 \right) - 1 = \\
&= (1 + R_t^A)(1 + R_{t-1}^A) - 1 = \prod_{t=1}^T (1 + R_t^A) - 1
\end{aligned}$$

gdzie:

$R_{t,2}$  – dwuokresowa stopa zwrotu.

<sup>3</sup> Wykorzystywanie *Time Weighted Rate of Return* do pomiaru dochodowości wymagane jest od 1 stycznia 2005 r. w ramach Global Investment Performance Standards (GIPS) ogłoszonych przez Association of Investment Management and Research (AIMR) w 1999 r., a następnie znowelizowanych w 2005 r., mających na celu standaryzację sposobów prezentowania dochodowości inwestycji.

Alternatywne podejście do wyznaczania stopy zwrotu stanowi *Money Weighted Rate of Return*, odpowiadająca wewnętrznej stopie zwrotu z inwestycji (*Internal Rate of Return*). Metoda ta odnosi się do wielkości portfela, przez co nie zapewnia porównywalności pomiędzy portfelami, jak również w różnych momentach czasowych. Przy jej zastosowaniu zewnętrzny wpływ do portfela poprzedzający wzrost cen będzie miał dodatni efekt na dochodowość, natomiast występujący przed spadkiem cen – ujemny.



Przyjęcie dłuższego horyzontu stóp zwrotu wymaga określenia momentu, w którym następowały przepływy zewnętrzne. W takim przypadku wykorzystywane są rozszerzone formuły stóp zwrotu umożliwiające wyróżnienie czasu, przez jaki dane środki były zainwestowane w portfelu. Jedną z nich stanowi tzw. zmodyfikowana metoda Dietza<sup>4</sup> przyporządkowująca każdemu z przepływów odpowiednią wagę wynikającą z czasu zaangażowania środków w portfelu<sup>5</sup>:

$$u_k = \frac{T - \tau_k + \xi}{T} \quad \text{przy czym} \quad \xi = \begin{cases} 0 & \text{przepływ występuje na początku dnia operacyjnego} \\ 1 & \text{przepływ występuje na koniec dnia operacyjnego} \end{cases}$$

gdzie:

$T$  – czas trwania analizowanego okresu,

$\tau_k$  – czas po jakim nastąpił  $k$ -ty przepływ.

$$R_T^D = \frac{MV_T - MV_0 - C_T}{MV_0 + \sum_k u_k C_k}$$

Dla dziennych stóp zwrotu w powyższej metodzie przyjmuje się założenie, że wszystkie przepływy występują na początku, końcu lub w środku dnia operacyjnego przyjmując wagi odpowiednio na poziomie: 1,0 lub  $\frac{1}{2}$ .

$$R_t^D = \frac{\sum_k MV_{k,t} + \sum_k (u-1)C_{k,t}}{\sum_k MV_{k,t-1} + \sum_k uC_{k,t}} - 1 \quad u \in \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$$

Zgodnie z założeniami agregacji czasowej dokonywana jest anualizacja umożliwiająca porównywanie stóp zwrotu wyznaczonych dla różnych horyzontów czasowych:

$$R_A^A = (1 + R_t^A)^{b_t} - 1$$

gdzie:

$b_t$  – baza roczna odpowiadająca okresowi, za który wyznaczona została stopa zwrotu.

3. Asymptota rozkładu arytmetycznych stóp zwrotu przebiega w punkcie -1.

$$\frac{MV_t}{MV_{t-1}} \geq 0 \Rightarrow \frac{MV_t}{MV_{t-1}} - 1 = R_t^A \geq -1$$

<sup>4</sup> Podstawowa metoda Dietza zakłada, że wszystkie przepływy występują w połowie analizowanego okresu.

<sup>5</sup> Spaulding (2002, s. 22-23).

Wyznaczenie absolutnej stopy zwrotu nie umożliwiłaby jednak właściwej analizy efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym. Ponieważ poziom stopy zwrotu jest uzależniony nie tylko od skuteczności prowadzonej polityki inwestycyjnej, lecz również od uwarunkowań rynkowych, odpowiednia jego interpretacja wymaga przyjęcia obiektywnego punktu odniesienia jaki stanowi portfel porównawczy. Relację stopy zwrotu z inwestycji rzeczywistych do dochodowości portfela porównawczego wyznacza względna stopa zwrotu określana jako *excess return*. Najczęściej do analizy efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym wykorzystuje się arytmetyczną formułę *excess return* odzwierciedlającą różnicę pomiędzy stopą zwrotu z portfela rzeczywistego a dochodowością portfela porównawczego.

$$\text{excess return}_t^A = R_t^P - R_t^B$$

Alternatywną metodę wyznaczania *excess return* stanowi, nieco trudniejsza w interpretacji, formuła geometryczna przyjmująca postać wskaźnika opartego na relacji stóp zwrotu z portfela rzeczywistego oraz porównawczego:

$$\text{excess return}_t^G = \frac{1 + R_t^P}{1 + R_t^B} - 1 = \frac{R_t^P - R_t^B}{1 + R_t^B} = \frac{\text{excess return}_t^A}{1 + R_t^B}$$

Wzajemna relacja arytmetycznej i geometrycznej względnej stopy zwrotu jest uzależniona od dochodowości benchmarku w danym okresie. Można zauważyć, że przy utrzymującej się na rynku tendencji wzrostowej cen instrumentów, *excess return* wyznaczany jako różnica stóp zwrotu portfela rzeczywistego i porównawczego będzie przewyższać wynik oszacowania przy wykorzystaniu formuły geometrycznej. Natomiast w warunkach spadków cen papierów wartościowych prowadzących do ujemnej dochodowości, geometryczna względna stopa zwrotu będzie wyższa. Ponadto charakteryzuje się ona następującymi właściwościami<sup>6</sup>:

1. Geometryczny *excess return* jest niezależny od zmian kursu waluty, w jakiej wyznaczana jest wartość rynkowa portfela, przyjmuje taką samą wartość zarówno w walucie lokalnej instrumentu jak również w walucie bazowej portfela:

<sup>6</sup> Bacon (2002, s. 24-27).

$$\begin{aligned}
 R_t^P &= \frac{MV_{t,L}^P x_t - MV_{t-1,L}^P x_{t-1}}{MV_{t-1,L}^P x_{t-1}} = \frac{MV_{t,L}^P x_t}{MV_{t-1,L}^P x_{t-1}} - 1 = \\
 &= \left( \frac{MV_{t,L}^P}{MV_{t-1,L}^P} - 1 + 1 \right) \left( \frac{x_t}{x_{t-1}} - 1 + 1 \right) - 1 \\
 R_t^P &= (1 + R_{t,L}^P)(1 + R_{t,C}) - 1
 \end{aligned}$$

przy czym:

$$R_{t,C} = \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}}$$

gdzie:

$x_t$  – poziom kursu walutowego w momencie  $t$ ,

$MV_{t,L}^P$  – wartość rynkowa w walucie lokalnej instrumentów,

$R_{t,L}^P$  – stopa zwrotu portfela w walucie lokalnej instrumentów,

$R_{t,C}$  – stopa zwrotu z kursu walutowego,

wobec czego:

$$\text{excess return}_t^G = \frac{1 + R_t^P}{1 + R_t^B} - 1 = \frac{(1 + R_{t,L}^P)(1 + R_{t,C})}{(1 + R_{t,L}^B)(1 + R_{t,C})} - 1 = \frac{1 + R_{t,L}^P}{1 + R_{t,L}^B} - 1$$

2. Geometryczny *excess return* charakteryzuje się proporcjonalnością, uwzględniając absolutny poziom stóp zwrotu z benchmarku oraz portfela w analizowanym okresie<sup>7</sup>. Przykład ilustrujący ten efekt został przedstawiony w tabeli 1.

**Tabela 1**

**Porównanie arytmetycznego oraz geometrycznego *excess return***

	<b>Przykład 1</b>	<b>Przykład 2</b>
$R^P$	4,526%	1,079%
$R^B$	4,404%	0,957%
$\text{excess return}^A$	0,122%	0,122%
$\text{excess return}^G$	0,117%	0,121%

3. Agregacja czasowa dokonywana jest w oparciu o średnią geometryczną:

$$\text{excess return}_T = \frac{1 + R_T^P}{1 + R_T^B} - 1 = \frac{\prod_{t=1}^T (1 + R_t^P)}{\prod_{t=1}^T (1 + R_t^B)} - 1$$

<sup>7</sup> Spaulding (2002, s. 109).

$$\text{excess return}_T = \prod_{t=1}^T (1 + \text{excess return}_t) - 1$$

1

Wyznaczenie *excess return* pozwala na ocenę efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym w ramach aktywnej polityki określonej przez założenia przyjętego benchmarku. Analiza wpływu poszczególnych decyzji inwestycyjnych na uzyskaną dochodowość wymaga natomiast dekompozycji *excess return* przy wykorzystaniu metod *performance attribution*.

## 2

## Rola benchmarku w procesie zarządzania portfelem inwestycyjnym

Analiza dochodowości przeprowadzana jest najczęściej w odniesieniu do przyjętego benchmarku odzwierciedlającego podstawowe założenia długoterminowej strategii inwestycyjnej i stanowiącego portfel porównawczy.

Określenie benchmarku stanowi jedną z najważniejszych decyzji w procesie zarządzania portfelem inwestycyjnym, gdyż poprzez parametry struktury walutowej, udziały poszczególnych instrumentów oraz sektorów czasowych, a także poziom *modified duration*<sup>8</sup>, wyznacza on preferowaną relację oczekiwanej stopy zwrotu oraz ryzyka rynkowego. Tym samym benchmark w istotny sposób determinuje poziom uzyskanej dochodowości portfela inwestycyjnego, a jednocześnie przyjęte odchylenia od parametrów modelowych wyznaczają dopuszczalny zakres aktywnej polityki inwestycyjnej określając akceptowany poziom ryzyka rynkowego<sup>9</sup>. Stopa zwrotu portfela porównawczego charakteryzuje się zasadniczo wyższą zmiennością niż sam *excess return*.

Jednocześnie benchmark stanowi punkt odniesienia dla analizy efektywności zarządzania portfelem uwzględniający zarówno przyjęte ograniczenia inwestycyjne, jak również uwarunkowania rynkowe.

Ze względu na szczególną rolę w procesie zarządzania portfelem inwestycyjnym, benchmark powinien być zbudowany w sposób taki aby:

- uwzględniał charakter portfela inwestycyjnego oraz podstawowe założenia strategii inwestycyjnej odzwierciedlone w przyjętych ograniczeniach i limitach dotyczących m.in. dopuszczalnego instrumentarium inwestycyjnego, maksymalnego poziomu *modified duration*, wymogów związanych z płynnością portfela inwestycyjnego itp.;

<sup>8</sup> *Modified duration* (zmodyfikowany czas trwania) stanowi miarę wrażliwości ceny obligacji na zmiany rentowności. Zmianę wartości instrumentu dłużnego można wyrazić wykorzystując wzór Taylora:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P(y + \Delta y) - P(y)}{P(y)} \approx \frac{1}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial y} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \Delta y^2 \right) = -MD \Delta y + C (\Delta y)^2$$

gdzie: *MD* – *modified duration* (zmodyfikowany czas trwania), *C* – *convexity* (wypukłość).

<sup>9</sup> Z analizy przeprowadzonej przez Brinsona, Singera, Beebowa, którą objęte zostało 82 fundusze emerytalne w latach 1978-1987, wynika, że średnio 91,5% zmienności kwartalnych stóp zwrotu inwestycji określone jest przez przyjętą strukturę modelową. Zobacz: Brinson, Singer i Beebower (1991, s. 42-45).

- odzwierciedlał akceptowaną relację oczekiwanej stopy zwrotu oraz ryzyka inwestycji, określaną często przy wykorzystaniu metod optymalizacyjnych. W odniesieniu do inwestycji w dłużne papiery wartościowe podstawowy parametr benchmarku stanowi *modified duration* odpowiadająca wrażliwości portfela na zmiany rentowności instrumentów. Benchmark powinien stanowić portfel efektywny, odpowiednio wymagający dla zarządzających portfelem inwestycyjnym;
- umożliwiał replikację w ramach pasywnej polityki inwestycyjnej. W celu zapewnienia możliwości odwzorowania, struktura portfela porównawczego powinna być dostosowana do charakteru portfela inwestycyjnego, jego wielkości, a także możliwości inwestycyjnych na poszczególnych rynkach finansowych. Przyjęta strategia pasywna może zakładać m.in. replikację prostą (dokładne odzwierciedlenie benchmarku), warstwową (odwzorowanie struktury poszczególnych grup instrumentów wyróżnionych ze względu na ich charakterystykę np. sektor czasowy, rating kredytowy, emitenta), czynnikową (dopasowanie ekspozycji na wyróżnione czynniki ryzyka), a także minimalizację błędu dopasowania wyrażonego np. przy pomocy *tracking error*.

Można wyróżnić dwie podstawowe metody tworzenia benchmarku<sup>10</sup> – wykorzystanie indeksów publikowanych przez znane banki inwestycyjne<sup>11</sup> lub zbudowanie własnego portfela porównawczego.

Zastosowanie indeksów jest stosunkowo proste technicznie. Ponadto zapewnia obiektywizm zarówno jako benchmark zewnętrzny opracowany przez niezależną instytucję, jak również poprzez swoją kompleksowość i dywersyfikację wynikającą z uwzględnienia szerokiego spektrum instrumentów na danym rynku. Jednakże indeksy zewnętrzne mogą nie być w pełni dopasowane do przyjętych założeń inwestycyjnych odnoszących się przykładowo do składu i struktury instrumentów inwestycyjnych, akceptowanego poziomu *modified duration*. Zwiększenie kontroli nad parametrami benchmarku opartego na indeksach można zapewnić wykorzystując stosunkowo wąskie subindeksy dla poszczególnych grup instrumentów czy też sektorów czasowych, co poprzez odpowiednią strukturę wag pozwala także na odwzorowanie optymalnego

<sup>10</sup> Alternatywne podejście stanowi odniesienie uzyskanej dochodowości do ustalonego poziomu oczekiwanej stopy zwrotu. Nie uwzględnia ono jednak bieżących uwarunkowań rynkowych, a poza tym rola tak określonego benchmarku ogranicza się do porównania dochodowości, nie pozwalając na pełne odzwierciedlenie założeń strategii inwestycyjnej oraz stopnia awersji do ryzyka. W przypadku przekazania części środków w zarządzanie zewnętrznej instytucji zarządzającej aktywami (*external asset manager*) stopa zwrotu z przekazanego portfela może stanowić punkt odniesienia dla analizy dochodowości pozostałych portfeli inwestycyjnych, pod warunkiem zapewnienia jednolitego systemu ograniczeń i limitów.

<sup>11</sup> Dla instrumentów dłużnych najczęściej wykorzystywane są m.in. indeksy Merrill Lynch, Lehman Brothers, JP Morgan, Salomon Smith Barney.

poziomu *modified duration*<sup>12</sup>. Zbieżność składu i struktury indeksu z podstawowymi założeniami inwestycyjnymi powinna stanowić jeden z kluczowych czynników analizowanych przy wyborze indeksów wykorzystywanych w portfelu benchmarkowym. Istotny aspekt stanowią również czytelne zasady konstrukcji indeksu – określania i zmiany jego składu, wyceny itp., a także szeroki zakres publikowanych statystyk, obejmujących nie tylko poziom indeksu i jego stopę zwrotu, lecz również *modified duration* (zmodyfikowany czas trwania), *convexity* (wypukłość), średni kupon, wartość portfela indeksowego itp. Jednocześnie należy podkreślić, że w większości przypadków zastosowanie indeksów nie zapewnia pełnej spójności zasad wyceny, w tym przyjętego źródła cen, pomiaru dochodowości benchmarku oraz portfela rzeczywistego.

Stworzenie własnego portfela porównawczego umożliwia lepsze odzwierciedlenie przyjętych założeń inwestycyjnych, a także zapewnienie spójności metody wyceny oraz pomiaru dochodowości. Może pozwolić również na rozszerzenie narzędzi analitycznych wykorzystywanych przy analizie efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym m.in. poprzez wykorzystanie złożonych modeli *performance attribution* oraz *risk adjusted return measures*<sup>13</sup>, a także metod pomiaru ryzyka rynkowego przykładowo przy zastosowaniu *Relative Value at Risk*.

Należy jednocześnie zaznaczyć, że zbudowanie własnego portfela porównawczego jest procesem znacznie bardziej złożonym niż przyjęcie indeksów zewnętrznych, w związku z czym w wielu sytuacjach wybór metody tworzenia benchmarku uzależniony jest od aspektów technicznych, wykorzystywanego systemu operacyjnego itp. Konstruując własny portfel porównawczy, oprócz wyznaczenia podstawowych parametrów benchmarku należy również dokładnie sprecyzować zasady:

- określania składu portfela porównawczego. Instrumenty wchodzące w skład benchmarku własnego powinny spełniać ustalone kryteria dotyczące przykładowo emitenta, ratingu kredytowego, terminu emisji, płynności odzwierciedlonej m.in. poprzez wielkość emisji dostępną na rynku<sup>14</sup>. Należy zwrócić uwagę, że włączenie określonych instrumentów do benchmarku może automatycznie wymuszać utrzymywanie ich również w rzeczywistych portfelach inwestycyjnych, chociażby przy realizacji pasywnej strategii inwestycyjnej, wobec czego portfel porównawczy

<sup>12</sup> Takie podejście zmniejsza jednak obiektywizm i czytelność benchmarku opartego na indeksach.

<sup>13</sup> Miary dochodowości pozwalające na analizę uzyskanej stopy zwrotu w relacji do ryzyka towarzyszącego inwestycji. Do najczęściej stosowanych należą: współczynnik Sharpe'a, Information ration.

<sup>14</sup> Przyjęte zasady określania składu portfela porównawczego powinny zapewniać włączenie benchmarkowych emisji *on-the-run* (obligacji ostatnio wyemitowanych w danym sektorze) odgrywających zazwyczaj istotną rolę na rynku.

powinien obejmować wyłącznie instrumenty charakteryzujące się odpowiednim stopniem bezpieczeństwa oraz płynności. Opracowując zasady określania składu portfela porównawczego należy zapewnić, z jednej strony jak najbardziej wiarygodne odzwierciedlenie rynku poszczególnych instrumentów, z drugiej jednocześnie możliwość ewentualnej replikacji benchmarku<sup>15</sup>;

- aktualizacji składu benchmarku. Aktualizacja składu portfela porównawczego powinna być dokonywana w sposób zapewniający jego stabilność i przejrzystość. Prowadząc do zmian struktury lub też poziomu *modified duration* portfela porównawczego może ona oddziaływać na proces inwestycyjny wymuszając dostosowanie parametrów portfeli rzeczywistych. Ponadto wybór częstotliwości dostosowywania struktury benchmarku do założonych udziałów poszczególnych grup instrumentów czy sektorów czasowych ma wpływ na uzyskaną dochodowość portfela porównawczego<sup>16</sup>. W warunkach utrzymującego się na rynku trendu, zachowywanie stałej, ustalonej struktury benchmarku będzie skutkowało niższą dochodowością niż przy dokonywaniu dostosowania udziałów przykładowo raz w miesiącu. W okresie pomiędzy kolejnymi aktualizacjami struktury benchmarku wagi poszczególnych sektorów kształtować się będą pod wpływem zmian parametrów rynkowych, co przykładowo w warunkach utrzymującego się trendu wzrostowego cen prowadzi do sukcesywnego zwiększania udziału instrumentów o rosnącej dochodowości. Odmienna sytuacja ma miejsce w warunkach silnej zmienności na rynku, gdy ceny oscylują wokół długoterminowej średniej (*mean reverting*). Jeżeli wagi instrumentów kształtują się pod wpływem zmian parametrów rynkowych może występować tendencja do niekorzystnego ukształtowania struktury portfela porównawczego w momencie odwrócenia trendu;
- traktowania przepływów wynikających z płatności odsetkowych oraz zapadalności instrumentów inwestycyjnych. Środki te mogą być reinwestowane w portfelu porównawczym w ramach danych instrumentów czy też w instrumenty rynku pieniężnego, albo stanowić wypływ zewnętrzny. W ostatnim przypadku wykorzystanie w analizie dochodowości *time weighted rate of return* pozwala na neutralizację wpływu przepływów zewnętrznych na poziom stopy zwrotu. W związku z tym nieuwzględnienie reinwestycji środków wpływa jedynie na udziały poszczególnych instrumentów, nie oddziałując bezpośrednio na poziom dochodowości.

<sup>15</sup> Skład portfela porównawczego uzależniony jest również w pewnym stopniu od zdefiniowania jego roli w procesie zarządzania portfelem inwestycyjnym.

<sup>16</sup> Laker (2003, s. 8-17).



Należy podkreślić, że właściwa konstrukcja, aktualizacja oraz wyznaczanie parametrów benchmarku ma kluczowe znaczenie zarówno dla zarządzania portfelem inwestycyjnym, jak i analizy jego efektywności.

### 3

## Czynniki determinujące dochodowość instrumentów dłużnych

Zdefiniowanie czynników oddziałujących na dochodowość portfela inwestycyjnego stanowi podstawę analizy *performance attribution*. Można wyróżnić dwie podstawowe grupy czynników determinujących stopę zwrotu instrumentów dłużnych. Pierwsza z nich, związana wyłącznie z upływem czasu, nie jest bezpośrednio zależna od bieżących uwarunkowań rynkowych i wynika z charakterystyki instrumentów. Druga z kolei stanowi rezultat zmian parametrów rynkowych.

Upływ czasu może oddziaływać na zmiany wartości portfela inwestycyjnego poprzez następujące elementy:

- przychody odsetkowe determinowane przez wysokość kuponu określonego instrumentu, naliczane codziennie, zgodnie z konwencją przyjętą na danym rynku. W długim horyzoncie czasowym (szczególnie dla inwestycji typu *buy and hold*) przychody z tytułu kuponów oraz ich reinwestycji stanowią około 95% dochodów z inwestycji w dłużne papiery wartościowe<sup>17</sup>. Wykres 1 obrazuje zależność pomiędzy całkowitą stopą zwrotu (*Total return*) indeksu Merrill Lynch dla amerykańskich obligacji rządowych o terminie zapadalności od 1 roku do 10 lat, a dochodowością wynikającą wyłącznie ze zmian cen czystych instrumentów wchodzących w skład indeksu (*Price return*). W przeprowadzonej analizie wykorzystano skumulowane dzienne stopy zwrotu w okresie od 1 stycznia 2001 r. do 31 grudnia 2004 r.;
- amortyzację premii lub dyskonta, odpowiadającą zmianie ceny instrumentu wynikającej wyłącznie z upływu czasu, związanej z tym, że w miarę zbliżania się terminu zapadalności ceny dłużnych papierów wartościowych zbiegają do parytetu. Efekt ten w długim okresie jest szczególnie istotny dla instrumentów zerokuponowych (podstawowe źródło dochodu), a także dla instrumentów wycenianych z wysoką premią lub dyskontem. Dla dyskonta przyjmuje on wartości dodatnie, natomiast dla papierów wartościowych z premią ujemne<sup>18</sup>;

<sup>17</sup> Stangl, Schon, Werno (2003, s. 6).

<sup>18</sup> Zasadniczo papiery wartościowe wyceniane są z dyskontem w sytuacji, gdy ich rentowność przewyższa poziom kuponu, w przeciwnym przypadku kwotowania uwzględniają premię, tak więc zmiany rentowności mogą również oddziaływać na efekt amortyzacji.

## Wykres 1

Porównanie *Total return* oraz *Price return* indeksu amerykańskich obligacji rządowych sektora 1-10

- tzw. *roll-down effect* wynikający z tego, że w miarę upływu czasu zmienia się położenie instrumentu na krzywej rentowności, a w rezultacie przy wyznaczaniu ceny instrumentów wykorzystywane są stopy odpowiadające krótszym terminom do zapadalności, co w warunkach normalnego kształtu krzywej rentowności<sup>19</sup>, przekłada się na dodatni wpływ na stopę zwrotu z inwestycji. Przy normalnym nachyleniu krzywej rentowności *efekt roll-down* działa komplementarnie do amortyzacji dla papierów wartościowych z dyskontem oraz przeciwnie dla premii. Mimo że efekt ten wynika wyłącznie z upływu czasu jego wartość jest uzależniona od ogólnego poziomu stóp procentowych oraz kształtu krzywej rentowności.

Podstawowy czynnik rynkowy oddziałujący na dochodowość inwestycji w dłużne papiery wartościowe stanowią zmiany krzywej rentowności. Badania empiryczne wskazują, że zmiany poziomu rentowności dla różnych terminów zapadalności są wzajemnie silnie skorelowane w związku z czym mogą być wyjaśniane przez stosunkowo wąski zestaw czynników. Analiza głównych składowych wskazuje, że zmienność krzywej rentowności może być wyjaśniana przez trzy główne składowe<sup>20</sup>:

<sup>19</sup> Normalna krzywa rentowności – krzywa o nachyleniu dodatnim, dla której rentowność wzrasta wraz z wydłużaniem terminu do zapadalności instrumentów. Jej przeciwieństwo stanowi krzywa odwrócona.

<sup>20</sup> Analiza głównych składowych umożliwia wyodrębnienie nieskorelowanych czynników determinujących zmiany krzywej rentowności.

- przesunięcie równoległe (*shift*) odzwierciedlające ogólną zmianę poziomu rynkowych stóp procentowych<sup>21</sup>;
- obrót odpowiadający zmianie nachylenia krzywej (*twist*) prowadzącej do jej wystromienia lub spłaszczenia, większy kąt nachylenia krzywej, mierzony zazwyczaj spreadem pomiędzy rentownością krótko oraz długoterminowych instrumentów<sup>22</sup>, odzwierciedla zazwyczaj oczekiwania wzrostu inflacji;
- zmiana krzywizny polegająca najczęściej na przeciwstawnym przesunięciu środkowej części krzywej rentowności (5-7 lat) względem zmian jej krótkiego oraz długiego końca<sup>23</sup> (*butterfly, curvature*),

$$\Delta y_{i,t} = y_{i,t} - y_{i,t-1} \approx \Delta s_t + \Delta t_{i,t} + \Delta b_{i,t}$$

gdzie:

$y_{i,t}$  – poziom rentowności  $i$ -tego punktu krzywej w momencie  $t$ ,

$\Delta s$  – przesunięcie równoległe krzywej rentowności (*shift*),

$\Delta t$  – obrót krzywej (*twist*),

$\Delta b$  – zmiana kształtu krzywej (*butterfly*).

W tabeli 2 przedstawiony został udział zmienności objaśniany przez trzy główne składowe, w oparciu o analizę przeprowadzoną w pracy Ramaswamy wykorzystującej tygodniowe zmiany poziomu yieldów w okresie od stycznia 1998 r. do lutego 2001<sup>24</sup> r.

**Tabela 2**

**Udział zmienności krzywych rentowności wyjaśniany poprzez główne składowe (w %)**

Czynnik	USA	Niemcy	Wielka Brytania	Japonia
<i>Shift</i>	86,6	89,7	86,7	77,5
<i>Shift + Twist</i>	95,7	98,5	97,3	89,9
<i>Shift + Twist + Curvature</i>	98,0	99,8	99,8	95,6

Poniższe wykresy obrazują przykładowe zmiany krzywych rentowności niemieckich oraz brytyjskich rządowych papierów dłużnych w 2004 r. z wyszczególnieniem efektu przesunięcia równoległego, określonego w oparciu o zmiany rentowności 2-, 5-, 10- i 30-letnich instrumentów.

<sup>21</sup> W poszczególnych modelach przyjmowane są różne metody określania poziomu przesunięcia równoległego. Przykładowo w opracowaniu Galdiego wykorzystana jest średnia zmiana rentowności wybranych 30 punktów na krzywej rentowności, natomiast Dynkin i Hyman stosują yieldy 2-, 5-, 10- i 30-letnie.

<sup>22</sup> Przykładowo w modelu Dynkina i Hymana wykorzystywana jest różnica rentowności 30- oraz 2-letniej. Patrz: Dynkin i Hyman (1996, s. 6).

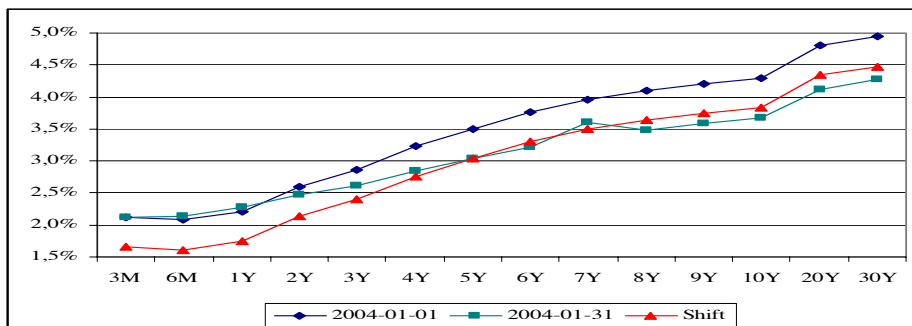
<sup>23</sup> W modelu Dynkina i Hymana zmiana taka jest określana zgodnie z zależnością

$b_t = \frac{1}{2}(\Delta y_{t,2} + \Delta y_{t,30}) - \Delta y_{t,5}$ .

<sup>24</sup> Ramaswamy (2001, s. 59).

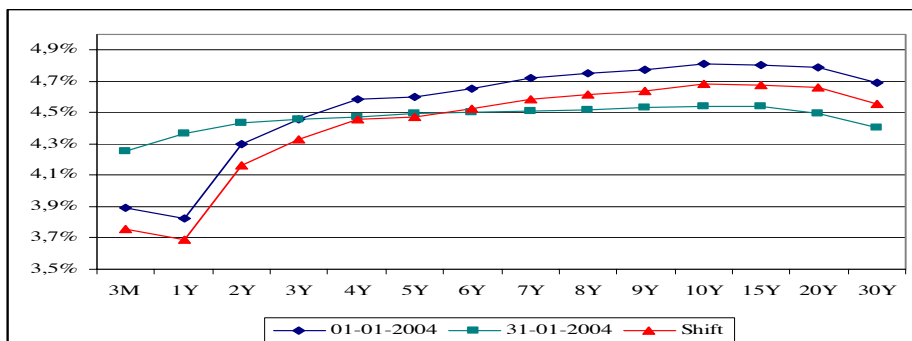
Wykres 2

## Zmiany krzywej rentowności niemieckich rządowych papierów wartościowych



Wykres 3

## Zmiany krzywej rentowności brytyjskich rządowych papierów wartościowych

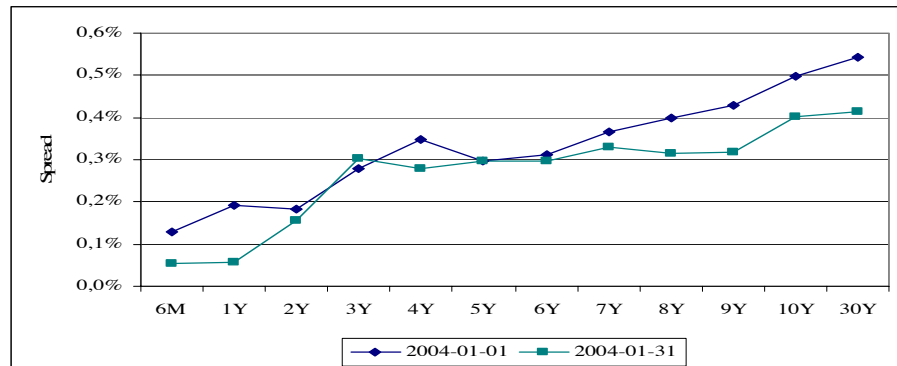


Ze względu na dominującą rolę rynku rządowych papierów wartościowych, traktowanych jednocześnie jako inwestycje pozbawione ryzyka kredytowego<sup>25</sup>, w analizie dochodowości przyjmuje się rozgraniczenie wpływu zmian bazowych krzywych rządowych oraz spreadów dla poszczególnych grup instrumentów różniących się typem, rynkiem, emitentem, ratingiem kredytowym. Zmiany spreadu mogą być zróżnicowane w poszczególnych segmentach krzywej dochodowości, przez co oddziałują na stopę zwrotu nie tylko poprzez strukturę instrumentów, lecz również sektorów czasowych w ramach danej grupy. Na poniższych wykresach przedstawione zostały przykładowe zmiany spreadu pomiędzy rentownością amerykańskich agencyjnych oraz rządowych papierów wartościowych, a także rządowych papierów greckich względem niemieckich, występujące w 2004 r.

<sup>25</sup> Obecnie często jako alternatywę dla rządowej krzywej rentowności przyjmuje się krzywe swapowe, ze względu na rosnącą głębokość i płynność tego rynku, a także bezpośrednio kwotowane stawki. Patrz: Stangl, Schon, Werno (2003, s. 4-5).

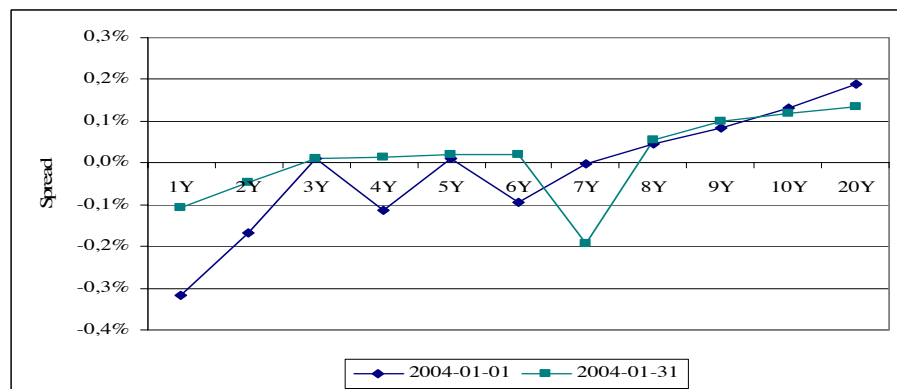
Wykres 4

Zmiany spreadu rentowności amerykańskich agencyjnych oraz rządowych papierów wartościowych w 2004 r.



Wykres 5

Zmiany spreadu rentowności greckich oraz niemieckich rządowych papierów wartościowych w 2004 r.



Oprócz wymienionych podstawowych czynników, na dochodowość portfela inwestycyjnego mogą oddziaływać również takie elementy związane z aktywnym zarządzaniem portfelem jak: dochód z tytułu transakcji *securities lending*, przychody wynikające z dokonywanych transakcji arbitrażowych oraz instrumentami pochodnymi itp.<sup>26</sup>

Odzwierciedleniem oczekiwań inwestorów co do kształtowania się warunków rynkowych oraz wpływu poszczególnych czynników na dochodowość portfela inwestycyjnego są jego podstawowe parametry określone w ramach podejmowanych decyzji inwestycyjnych. Do najważniejszych z nich należą:

- wybór struktury walutowej portfela inwestycyjnego – w wielu wypadkach jest to podstawowa decyzja strategiczna podejmowana niezależnie od dalszej polityki inwestycyjnej. Wybór struktury walutowej uwzględnia oczekiwania co do przyszłego kształtowania się zarówno poziomu kursów walutowych, jak również

<sup>26</sup> Khoury, Veilleux i Vian (2003, s. 14).

relacji rentowności instrumentów dłużnych denominowanych w tych walutach. Przy określaniu kompozycji walutowej pod uwagę brane są również możliwości inwestycyjne na poszczególnych rynkach, określane poprzez ich płynność oraz dostępne instrumentarium inwestycyjne. Jednocześnie należy podkreślić, że zmiany kursów walutowych stanowią jedno z kluczowych źródeł ryzyka portfela obejmującego instrumenty denominowane w różnych walutach. W tabeli 3 przedstawione zostały statystyki jednodniowej zmienności stóp zwrotu kursów walutowych oraz syntetycznych obligacji zerokuponowych publikowanej przez RiskMetrics Group, wyznaczone na podstawie danych za 2004 r.

Tabela 3

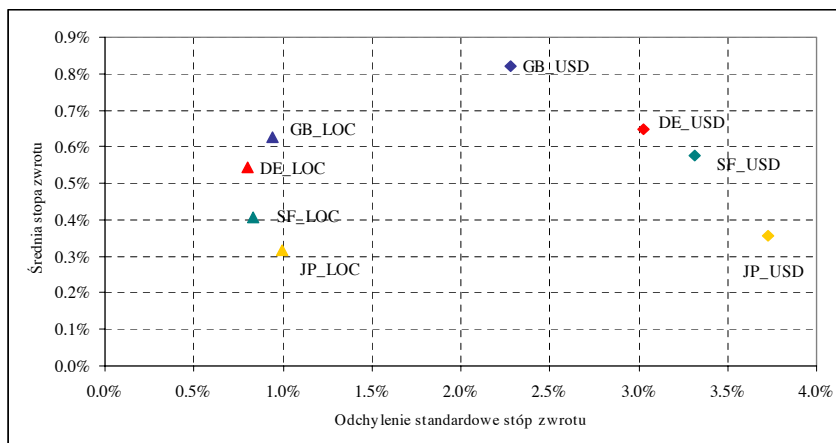
Zmienność jednodniowa stóp zwrotu (w %)

Data	Niemcy				Wielka Brytania				Japonia			
	EUR	2Y	5Y	10Y	GBP	2Y	5Y	10Y	JPY	2Y	5Y	10Y
Średnia	0.375	0.048	0.124	0.194	0.358	0.047	0.114	0.226	0.341	0.012	0.082	0.202
MIN	0.235	0.035	0.089	0.148	0.221	0.036	0.083	0.159	0.170	0.006	0.050	0.119
MAX	0.550	0.075	0.193	0.282	0.538	0.060	0.150	0.315	0.526	0.026	0.132	0.274

Wpływ zmian kursu walutowego na dochodowość inwestycji został zobrazowany na wykresie 6 na przykładzie miesięcznych stóp zwrotu indeksów rządowych obligacji niemieckich, brytyjskich, szwajcarskich oraz japońskich sektora 1-10 wyznaczonych w walucie lokalnej oraz w USD. W przeprowadzonej analizie przyjęto szereg danych historycznych za okres od 1 stycznia 1995 r. do 31 grudnia 2004 r.;

Wykres 6

Profil dochodowości oraz ryzyka rządowych papierów wartościowych



- określenie poziomu *modified duration* przyjmowanego za podstawową miarę wrażliwości cenowej na zmiany rentowności. Całkowita wartość *modified duration* portfela wyznacza wrażliwość na równoległe przesunięcie krzywej rentowności. Spadkowi ogólnego poziomu rynkowych stóp procentowych towarzyszy dodatni *excess return* dla portfeli o wydłużonej w stosunku do benchmarku *modified duration (overweight duration)*. W celu wyznaczenia wpływu zmiany określonego segmentu krzywej na wartość portfela wykorzystywana jest np. *key rate duration*<sup>27</sup>;
- zajęcie pozycji względem krzywej rentowności poprzez określenie udziałów poszczególnych sektorów czasowych, w oczekiwaniu na zmianę nachylenia lub kształtu krzywej na skutek przesunięcia nierównoległego. Mimo że w długim okresie zmienność krzywej rentowności w dominującym zakresie wyjaśniana jest przez przesunięcie równoległe<sup>28</sup>, a co za tym idzie *modified duration* traktowana jest jako podstawowa miara wrażliwości portfela, w wielu wypadkach struktura sektorów czasowych może mieć istotne znaczenie dla osiągniętego *excess return* nawet przy zachowaniu benchmarkowego poziomu *modified duration*. Przykładowo w oczekiwaniu na spłaszczenie krzywej rentowności korzystne efekty powinno przynieść zajęcie pozycji „*barbell*”<sup>29</sup>. Ustawienie na krzywej rentowności określa również efekt *roll-down*;
- określenie struktury instrumentów inwestycyjnych przy uwzględnieniu ich typu (przykładowo papiery wartościowe emisji rządowych, agencyjnych, korporacyjnych, *high yield bonds*, *Mortgage Backed Securities*), a także kraju emisji<sup>30</sup> oraz akceptowanego ratingu kredytowego, odzwierciedlającej oczekiwania dotyczące zmian spreadu pomiędzy poszczególnymi grupami instrumentów. Przeważenie sektora obligacji korporacyjnych w warunkach zawężania się spreadu do rządowych papierów wartościowych będzie dodatnio oddziaływało na uzyskaną dochodowość;
- wybór poszczególnych emisji, przy uwzględnieniu ich podstawowych charakterystyk takich jak kupon, *duration*, *convexity* itp. Przykładowo różnica pomiędzy początkową rentownością (yieldem) portfela inwestycyjnego i benchmarku określa *excess return* związany wyłącznie z czynnikiem upływu

<sup>27</sup> *Key rate durations* odzwierciedlają wrażliwość na zmiany rentowności w poszczególnych punktach krzywej.

<sup>28</sup> Stangl, Schon i Werno (2003, s. 6).

<sup>29</sup> Strategia *barbell* zakłada koncentrację inwestycji w krótkim oraz długim końcu krzywej rentowności, alternatywne strategie stanowią np. *bullet* – koncentracja zaangażowania inwestycyjnego w wybranym sektorze czasowym, *ladder* – równomierne rozmieszczenie środków w papierach wartościowych o różnych terminach zapadalności.

<sup>30</sup> W wyniku globalizacji rynków finansowych nastąpiło oddzielenie alokacji ze względu na kraj, z jakiego pochodzi emitent (*currency allocation*) od alokacji odnoszącej się do waluty emisji (*country allocation*).



czasu: dochód odsetkowy, wpływ amortyzacji oraz *efektu roll-down*. W warunkach niskiej zmienności parametrów rynkowych (brak oczekiwań zmiany krzywej rentowności) czynniki te stanowią podstawowe źródło dochodowości, co znajduje odzwierciedlenie w strategii utrzymywania w portfelu inwestycyjnym papierów wartościowych charakteryzujących się wysokim yieldem (efekt kuponu oraz amortyzacji) oraz położonych w najwyższej części krzywej rentowności (*efekt roll-down*).

Dywersyfikacja portfela ogranicza ryzyko specyficzne lecz równocześnie w pewnym stopniu redukuje pozytywny efekt selekcji.

Całkowita stopa zwrotu portfela stanowi efekt łącznego oddziaływania wszystkich wymienionych powyżej czynników, który powinien być uwzględniany przy określaniu strategii inwestycyjnej. Szczególnie istotne znaczenie przy zarządzaniu portfelem inwestycyjnym odgrywa dywersyfikacja źródeł *excess return*. Sekwencja podejmowanych decyzji inwestycyjnych określa przyjęty styl zarządzania portfelem inwestycyjnym i powinna zostać również uwzględniona w przyjętej metodzie dekompozycji dochodowości, przykładowo tzw. podejście *top-down* za podstawowe założenia prowadzonej polityki inwestycyjnej przyjmuje określenie udziałów poszczególnych grup instrumentów, podczas gdy w ramach podejścia *bottom-up* inwestor koncentruje się na poszukiwaniu poszczególnych emisji (*bond picking*) uznanych za niedoszacowane lub przeszacowane przez rynek i w takim przypadku struktura portfela jest pochodną wyboru określonych instrumentów.

## 4

*Performance attribution*

Określenie czynników determinujących poziom *excess return*, a także oszacowanie ryzyka, z jakim wiązało się wygenerowanie dodatkowego dochodu stanowi kluczowy aspekt analizy dochodowości portfela inwestycyjnego. Narzędzie umożliwiające wyznaczenie wrażliwości na poszczególne czynniki wpływające na stopę zwrotu z inwestycji stanowi metoda *performance attribution*.

Celem *performance attribution* jest analiza dochodowości w kontekście stosowanej strategii inwestycyjnej oraz zmian parametrów rynkowych, poprzez określenie czynników determinujących stopę zwrotu i ich wpływu na uzyskany wynik<sup>31</sup>. Wskazuje ona jak poszczególne decyzje inwestycyjne, podejmowane w ramach realizacji przyjętej strategii, wpłynęły na osiągniętą dochodowość portfela rozpatrywaną w odniesieniu do benchmarku, odzwierciedlającego strategiczną alokację środków. Poprzez zdefiniowanie podstawowych źródeł uzyskanego *excess return*, *performance attribution* zwiększa przejrzystość procesu zarządzania portfelem, co jest szczególnie istotne w sytuacji gdy założenia strategii inwestycyjnej pozwalają na znaczące odchylenia od parametrów przyjętego benchmarku, przykładowo poprzez szersze instrumentarium inwestycyjne niż uwzględnione w portfelu porównawczym<sup>32</sup>, co umożliwia inwestorowi osiągnięcie wyższej granicy efektywności.

Określając czynniki determinujące *excess return*, *performance attribution* wskazuje jednocześnie podstawowe źródła ryzyka rynkowego związanego z dokonywanymi inwestycjami, zgodnie z założeniem, że uzyskanie dodatkowego dochodu związane jest zasadniczo ze zwiększeniem ekspozycji na ryzyko. Metody wykorzystywane przy analizie *performance attribution* są rozszerzane na *risk adjusted return measures* pozwalające na uwzględnienie nie tylko uzyskanej stopy zwrotu, lecz również ryzyka związanego z inwestycją, a także wykorzystywane do określania wpływu poszczególnych decyzji inwestycyjnych na poziom ryzyka rynkowego, przykładowo poprzez dekompozycję *Value at Risk*.

Mimo że podstawowym założeniem analizy *performance attribution* jest określenie źródeł historycznej dochodowości portfela, to wskazuje ona również czynniki na jakie portfel jest najbardziej wrażliwy, co może zostać wykorzystane w celu podniesienia efektywności zarządzania i stanowić element uwzględniany przy podejmowaniu decyzji

<sup>31</sup> Spaulding (2002, s. 2).

<sup>32</sup> *Excess return* wynikający z wykorzystania aktywów niewiązanych do benchmarku określane jest jako *portable alfa*.

dotyczących przyszłej strategii inwestycyjnej, a także zarządzaniu ryzykiem rynkowym<sup>33</sup>. Jednakże wykorzystując wyniki analizy przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych należy uwzględniać określone uwarunkowania rynkowe oddziałujące na realizowaną politykę inwestycyjną.

Jak dotychczas na rynku nie wypracowano standardowej metodologii *performance attribution*, a instytucje finansowe wykorzystują modele opracowane na własne potrzeby<sup>34</sup>. Poszczególne modele nieco odmiennie definiują czynniki determinujące uzyskany *excess return*, różniąc się jednocześnie stopniem szczegółowości przyjętej analizy. Modele wykorzystywane przy analizie efektywności zarządzania portfelami inwestycyjnymi powinny spełniać następujące kryteria:

- dobrze odzwierciedlać założenia procesu inwestycyjnego,
- umożliwiać łatwą interpretację poszczególnych czynników oddziałujących na *excess return*, przy zapewnieniu odpowiedniego stopnia szczegółowości analizy, uwzględniającej wszystkie najważniejsze elementy przyjętej strategii inwestycyjnej,
- zapewniać spójną dekompozycję *excess return* poprzez wyodrębnienie wpływu określonego czynnika niezależnie od pozostałych decyzji inwestycyjnych, przy jednoczesnym zachowaniu kompletności analizy – łączny efekt wyróżnionych czynników odpowiada poziomowi *excess return*,
- umożliwiać bieżącą analizę dochodowości portfela inwestycyjnego.

Jako jedne z pierwszych metod *performance attribution* opracowane zostały modele sektorowe wykorzystywane głównie w analizie dochodowości portfeli inwestycyjnych, w skład których wchodzi akcje. Wśród modeli dostosowanych do specyfiki portfeli instrumentów dłużnych można wyróżnić dwa podstawowe podejścia. Pierwsze z nich opiera się na sekwencyjnej wycenie instrumentów wchodzących w skład portfela inwestycyjnego dokonywanej przy uwzględnieniu zmian kolejnych czynników oddziałujących na dochodowość portfela, podczas gdy druga grupa modeli wykorzystuje analizę wrażliwości ceny instrumentu na wyróżnione czynniki.

Wybór stosowanego modelu jest determinowany przez charakterystykę portfeli oraz przyjętą strategię inwestycyjną. Istotne znaczenie odgrywa również dostępność danych potrzebnych do przeprowadzenia analizy oraz aspekty techniczne związane

<sup>33</sup> Metody *performance attribution* stanowią pewnego rodzaju rozszerzenie modeli optymalizacyjnych wykorzystywanych przy określaniu struktury portfela inwestycyjnego, czy też stosowanych przy analizie ryzyka rynkowego inwestycji, czego przykładem mogą stanowić modele czynnikowe.

<sup>34</sup> Prace nad standardami *performance attribution* zostały zapoczątkowane przez The Performance Measurement Forum. Nie mają one jednak na celu unifikacji stosowanych modeli, a jedynie sprecyzowanie podstawowych pojęć wykorzystywanych w analizie dochodowości oraz określenie informacji dotyczących przyjętej metody, które powinny towarzyszyć przedstawieniu wyników *performance attribution*.

z wykorzystywanymi metodami wyceny oraz pomiaru dochodowości portfela inwestycyjnego oraz benchmarku. Należy podkreślić, że uzyskane wyniki *performance attribution* są silnie uzależnione od przyjętego modelu, wobec czego szczególnie istotną rolę odgrywa znajomość jego założeń i ograniczeń.

## 5

### Modele sektorowe

Modele sektorowe bazują na założeniu, że stopa zwrotu zarówno portfeli inwestycyjnych, jak również przyjętego benchmarku jest wypadkową dochodowości wyróżnionych sektorów:

$$R_t^P = \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_{t,i}^P \quad \text{przy czym} \quad \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P = 1$$

$$R_t^B = \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^B \quad \text{przy czym} \quad \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B = 1$$

gdzie:

$R_t^P$  – stopa zwrotu portfela inwestycyjnego,

$R_t^B$  – stopa zwrotu benchmarku,

$w_i^P$  – udział  $i$ -tego sektora w portfelu inwestycyjnym wyznaczony w oparciu o początkową wartość rynkową,

$w_i^B$  – udział  $i$ -tego sektora w portfelu benchmarkowym wyznaczony w oparciu o początkową wartość rynkową,

$R_i^P$  – stopa zwrotu  $i$ -tego sektora w portfelu inwestycyjnym,

$R_i^B$  – stopa zwrotu  $i$ -tego sektora w portfelu benchmarkowym.

Ponieważ modele te zakładają, że podstawowe decyzje inwestycyjne dotyczą określenia struktury sektorowej portfela inwestycyjnego oraz wyboru poszczególnych emisji w ramach przyjętych sektorów są one wykorzystywane głównie przy analizie dochodowości portfeli inwestycyjnych, w skład których wchodzi akcje. Stosując je w odniesieniu do portfeli instrumentów dłużnych można wyróżniać w ramach portfela inwestycyjnego poszczególne sektory czasowe, obejmujące przykładowo instrumenty o terminie zapadalności zawierającym się w przedziałach 0-1 roku, 1-3, 3-5, 5-7, 7-10, 10+ lat<sup>35</sup>. Określenie struktury sektorów czasowych odpowiada zajęciu pozycji względem krzywej dochodowości, a pośrednio odzwierciedla również decyzje

<sup>35</sup> Alternatywnie wykorzystuje się również *duration buckets* wyznaczone poprzez zakres *modified duration*, a nie termin zapadalności.

dotyczące poziomu *modified duration* portfela inwestycyjnego. Oprócz sektorów czasowych, w analizie dochodowości można wykorzystać także podział na poszczególne grupy instrumentów (np. obligacje rządowe, korporacyjne, MBS), rynki (np. w ramach papierów wartościowych denominowanych w EUR można wyróżnić emisje niemieckie, francuskie, hiszpańskie itd.) lub sektory odzwierciedlające rating kredytowy emitenta, co pozwala na uwzględnienie wpływu zmian spreadu na uzyskany *excess return*<sup>36</sup>.

### 5.1. Arytmetyczne modele sektorowe

Jedne z pierwszych modeli *performance attribution* zostały opracowane przez Brinsona, Hooda, Beebowera. Wykorzystują one bezpośrednio dekompozycję formuły *excess return*:

$$\begin{aligned} \text{excess return} &= R_t^P - R_t^B = \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_{t,i}^P - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^B = \\ &= \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_{t,i}^P - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^P + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^P - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^B = \\ &= \sum_{i=1}^n R_{t,i}^P (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B) + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (R_{t,i}^P - R_{t,i}^B) = \\ &= \sum_{i=1}^n A_{t,i} + \sum_{i=1}^n S_{t,i} = A_t + S_t \end{aligned}$$

gdzie:

$A$  – alokacja sektorowa,

$S$  – selekcja instrumentów w ramach sektorów.

Teoretyczny składnik  $\sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^P$  odzwierciedla hipotetyczną stopę zwrotu, która zostałaby osiągnięta dla portfela o strukturze sektorowej odpowiadającej przyjętemu benchmarkowi, obejmującego jednocześnie emisje wchodzące w skład portfela rzeczywistego. Pozwala on na dekompozycję *excess return* na dwa składniki – determinowany przez strukturę sektorową oraz odzwierciedlający kompozycję instrumentów w sektorach, umożliwiając niezależną analizę ich wpływu na uzyskaną dochodowość.

Efekt selekcji odzwierciedla wpływ wyboru poszczególnych emisji, w ramach zdefiniowanych sektorów, natomiast alokacja wyznacza oddziaływanie decyzji

<sup>36</sup> Zastosowanie modeli sektorowych w odniesieniu do inwestycji w instrumenty dłużne przy założeniu analizy dwuwymiarowej obejmującej przedziały czasowe oraz grupy instrumentów zostało przedstawione przez Dynkina, Hymana i Vankurde'a.

dotyczących struktury sektorowej portfela inwestycyjnego. Efekt selekcji jest określony poprzez poziom *excess return* poszczególnych sektorów i przyjmuje dodatnią wartość jeżeli stopa zwrotu danego sektora w portfelu inwestycyjnym przewyższa zwrot odpowiadającego sektora benchmarku<sup>37</sup>. Korzystny efekt alokacji towarzyszy natomiast przeważeniu sektorów charakteryzujących się wysoką dochodowością.

Powyższy model został następnie rozszerzony przez Brinsona i Fahlera<sup>38</sup>, przy uwzględnieniu wpływu relacji dochodowości poszczególnych sektorów względem całkowitej stopy zwrotu z benchmarku, na decyzje dotyczące alokacji sektorowej środków. Przyjmując założenie, że stopa zwrotu z benchmarku stanowi średnią ważoną dochodowości sektorów wchodzących w jego skład, zarządzający portfelem powinien zwiększać udział sektorów, które osiągają wyższą niż średnia stopę zwrotu kosztem sektorów o niższej dochodowości. Takie podejście może oddziaływać korzystnie na uzyskaną dochodowość nawet w sytuacji, gdy przeważone sektory osiągają ujemny *excess return*.

$$\begin{aligned}
 A_t &= \sum_{i=1}^n R_{t,i}^P (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B) = \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_{t,i}^P - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^P - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_t^B + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_t^B = \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P (R_{t,i}^P - R_t^B) - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (R_{t,i}^P - R_t^B) = \\
 &= \sum_{i=1}^n (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B) (R_{t,i}^P - R_t^B)
 \end{aligned}$$

Model Brinsona i Fahlera oprócz efektu alokacji oraz selekcji wyodrębnia jeszcze trzeci element – interakcję, odzwierciedlający łączny efekt decyzji dotyczących struktury sektorowej portfela inwestycyjnego oraz wyboru poszczególnych emisji. Na dodatni efekt interakcji składa się przeważenie sektorów o dodatnim *excess return* oraz zmniejszenie udziału sektorów, dla których stopa zwrotu portfela inwestycyjnego jest niższa niż odpowiadający im zwrot sektora benchmarku.

$$\begin{aligned}
 \text{excess return} &= \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_{t,i}^P - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^B = \\
 &= \sum_{i=1}^n (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B) (R_{t,i}^P - R_t^B) + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (R_{t,i}^P - R_t^B) =
 \end{aligned}$$

<sup>37</sup> Stosunkowo wysoka jednorodność rynku obligacji ogranicza efekt selekcji. Patrz: Campisi (2000, s. 15).

<sup>38</sup> Spaulding (2002, s. 42-44).

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_{t,i}^P - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_t^B - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^P + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_t^B + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (R_{t,i}^P - R_{t,i}^B) + \\
&\quad + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_{t,i}^B - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P R_t^B + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_{t,i}^B - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B R_t^B = \\
&= \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P (R_{t,i}^B - R_t^B) - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (R_{t,i}^B - R_t^B) + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (R_{t,i}^P - R_{t,i}^B) + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^P (R_{t,i}^P - R_{t,i}^B) - \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (R_{t,i}^P - R_{t,i}^B) = \\
&= \sum_{i=1}^n (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B) (R_{t,i}^B - R_t^B) + \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (R_{t,i}^P - R_{t,i}^B) + \sum_{i=1}^n (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B) (R_{t,i}^P - R_{t,i}^B) = \\
&= \sum_{i=1}^n A_{t,i} + \sum_{i=1}^n S_{t,i} + \sum_{i=1}^n I_{t,i} = A_t + S_t + I_t
\end{aligned}$$

Dekompozycja *excess return* prowadzi do wyodrębnienia trzech czynników odzwierciedlających wpływ alokacji środków w określonych sektorach, wybór poszczególnych emisji w sektorach, a także łączny efekt wymienionych czynników:

$$A_t = \sum_{i=1}^n (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B) (R_{t,i}^B - R_t^B)$$

$$S_t = \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (R_{t,i}^P - R_{t,i}^B)$$

$$I_t = \sum_{i=1}^n (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B) (R_{t,i}^P - R_{t,i}^B)$$

Mimo że modele Brinsona, Hooda, Beebowera oraz Brinsona, Fahlera opierają się na zbliżonych założeniach, mogą generować różne wyniki. Przykładowo dodatni efekt alokacji w modelu Brinsona, Hooda, Beebowera po zestawieniu z dochodowością całego benchmarku w modelu Brinsona, Fahlera może dawać wynik negatywny<sup>39</sup>.

Modele sektorowe są stosunkowo łatwe w implementacji, bazują wyłącznie na dochodowości poszczególnych sektorów oraz ich strukturze w portfelu inwestycyjnym oraz benchmarkowym, co umożliwi zastosowanie ich także w przypadku wykorzystywania benchmarku opartego na indeksach zewnętrznych.

## 5.2. Agregacja czasowa w arytmetycznych modelach sektorowych

Formuła dochodowości przyjęta w modelach sektorowych dla portfela inwestycyjnego oraz porównawczego, wyrażona jako średnia ważona stopa zwrotu, zakłada utrzymywanie stałych wag poszczególnych sektorów w analizowanym okresie, wobec czego pomiar i analiza dochodowości aktywnie zarządzanych portfeli inwestycyjnych

<sup>39</sup> Spaulding (2002, s. 46).



dokonywana jest najczęściej na bazie dziennej<sup>40</sup>. Monitorowanie wpływu określonych czynników na poziom *excess return* w dłuższym horyzoncie czasowym, niezbędne do właściwej analizy efektywności zarządzania portfelem inwestycyjnym, wymaga zatem przeprowadzenia agregacji w oparciu o dzienne wartości alokacji, selekcji oraz interakcji. Ponieważ agregacja czasowa arytmetycznych stóp zwrotu wykorzystuje średnią geometryczną, nie ma bezpośredniej formuły pozwalającej na wyznaczenie długoterminowego efektu *performance attribution* na podstawie dziennych obserwacji<sup>41</sup>:

$$\begin{aligned} \text{excess return} &= R_T^P - R_T^B = \left( \prod_{t=1}^T (1 + R_t^P) \right) - 1 - \left( \prod_{t=1}^T (1 + R_t^B) \right) - 1 \\ R_T^P - R_T^B &\neq \sum_{t=1}^T (R_t^P - R_t^B) \\ R_T^P - R_T^B &\neq \prod_{t=1}^T (1 + R_t^P - R_t^B) - 1 \end{aligned}$$

Stosowane przy agregacji czasowej metody zakładają redystrybucję różnic wynikających z powyższych formuł na poszczególne efekty składowe dla kolejnych okresów<sup>42</sup>. Należą do nich m.in. modele opracowane przez Carina, Menchera, Frongella. Wykorzystywane metody powinny zapewniać spójność analizy (model nie generuje reszt) oraz zachowywać znaczenie interpretacyjne poszczególnych komponentów modeli *performance attribution*<sup>43</sup>.

Istotą algorytmu przyjętego w metodzie Carina stanowi przekształcenie arytmetycznych stóp zwrotu w geometryczne, charakteryzujące się addytywnością w czasie. Zagregowany efekt *performance attribution* zostaje następnie skorygowany przy uwzględnieniu relacji arytmetycznych i geometrycznych stóp zwrotu<sup>44</sup>:

$$\begin{aligned} R_T^P - R_T^B &= \frac{1}{K_T} \sum_{t=1}^T (k_t \text{excess return}_t) = \\ &= \frac{1}{K_T} \sum_{t=1}^T k_t (A_t + S_t + I_t) = \sum_{t=1}^T \frac{k_t A_t}{K_T} + \sum_{t=1}^T \frac{k_t S_t}{K_T} + \sum_{t=1}^T \frac{k_t I_t}{K_T} = A_T + S_T + I_T \end{aligned}$$

przy czym

<sup>40</sup> Skład oraz wagi poszczególnych sektorów zmieniają się w sposób skokowy – w związku z dokonywanymi inwestycjami, ale również w momencie przejścia określonych emisji, na skutek upływu czasu, do sektora obejmującego papiery wartościowe o krótszym terminie do zapadalności.

<sup>41</sup> Carino (1999, s. 5-6).

<sup>42</sup> Mimo że przedstawione formuły nie zapewniają spójności pomiaru *performance attribution* w dłuższym okresie, ze względu na łatwość kalkulacji są one czasami wykorzystywane przy zastosowaniu uproszczonych metod wygładzania polegających na skorygowaniu poziomu zagregowanej alokacji, selekcji oraz interakcji przy wykorzystaniu mnożnika wyznaczonego np. jako relacja zagregowanego *excess return* do zagregowanej sumy wszystkich czynników modelu. Takie podejście może jednak w znaczący sposób zakłócić uzyskane wyniki. Patrz: Spaulding (2002, s. 133-134).

<sup>43</sup> Carino (1999, s.6).

<sup>44</sup> Carino (1999, s. 8).

$$k_t = \frac{\ln(1 + R_t^P) - \ln(1 + R_t^B)}{R_t^P - R_t^B} \quad \text{dla } R_t^P \neq R_t^B$$

$$k_t = \frac{1}{1 + R_t} \quad \text{dla } R_t^P = R_t^B$$

$$K_T = \frac{\ln(1 + R_T^P) - \ln(1 + R_T^B)}{R_T^P - R_T^B} \quad \text{dla } R_T^P \neq R_T^B$$

$$K_T = \frac{1}{1 + R_T} \quad \text{dla } R_T^P = R_T^B$$

Alternatywna metoda agregacji czasowej została opracowana przez Menchera. Przyjęty w tym modelu czynnik wagowy składa się z dwóch komponentów<sup>45</sup>:

$$\begin{aligned} \text{excess return}_T &= \sum_{t=1}^T \beta_t \text{ excess return}_t \\ &= \sum_{t=1}^T (A + \alpha_t) \text{ excess return}_t \end{aligned}$$

Pierwszy z nich, stanowiący stały czynnik, odzwierciedla relację zagregowanego poziomu *excess return* do różnicy średnich geometrycznych.

$$A = \frac{1}{T} \left[ \frac{R_T^P - R_T^B}{(1 + R_T^P)^{\frac{1}{T}} - (1 + R_T^B)^{\frac{1}{T}}} \right] \quad \text{dla } R_T^P \neq R_T^B$$

$$A = (1 + R)^{\frac{T-1}{T}} \quad \text{dla } R_T^P = R_T^B$$

Oparcie agregacji czasowej wyłącznie na stałym mnożniku, przedstawionym powyżej, generowałoby składnik resztowy. Redystrybucja tego błędu szacunku na kolejne obserwacje dokonywana jest przy wykorzystaniu dodatkowego czynnika zależnego od liczby obserwacji. W modelu zostało przyjęte założenie minimalizacji wartości tego komponentu:

$$\sum_{t=1}^T \alpha_t^2 \rightarrow \min$$

<sup>45</sup> Menchero (2002, s. 38).

$$\text{pw. } R_T^P - R_T^B = \sum_{t=1}^T (A + \alpha_t)(R_t^P - R_t^B)$$

$$\alpha_t = \left[ \frac{R_T^P - R_T^B - A \sum_{j=1}^T (R_j^P - R_j^B)}{\sum_{j=1}^T (R_j^P - R_j^B)^2} \right] (R_t^P - R_t^B)$$

Kolejna metoda opracowana przez Frongella uwzględnia kolejność agregowanych obserwacji i wykorzystuje następujące zależności<sup>46</sup>:

$$\begin{aligned} R_T^P - R_T^B &= A_T + S_T + I_T \\ R_T^P - R_T^B &= (1 + R_{T-1}^P)(1 + R_t^B + A_t + S_t + I_t) - 1 - R_T^B = \\ &= (1 + R_{T-1}^P) + (1 + R_{T-1}^P)R_t^B + (1 + R_{T-1}^P)A_t + (1 + R_{T-1}^P)S_t + (1 + R_{T-1}^P)I_t - 1 - R_T^B = \\ &= (1 + R_{T-1}^P) + (1 + R_{T-1}^P)R_t^B + (1 + R_{T-1}^P)A_t + (1 + R_{T-1}^P)S_t + (1 + R_{T-1}^P)I_t \\ &\quad - (1 + R_{T-1}^P - A_{T-1} - S_{T-1} - I_{T-1})(1 + R_t^B) = \\ &= (1 + R_{T-1}^P)A_t + (1 + R_{T-1}^P)S_t + (1 + R_{T-1}^P)I_t + A_{T-1} + S_{T-1} + I_{T-1} + A_{T-1}R_t^B + S_{T-1}R_t^B + I_{T-1}R_t^B \\ &= (1 + R_{T-1}^P)A_t + A_{T-1} + A_{T-1}R_t^B + (1 + R_{T-1}^P)S_t + S_{T-1} + S_{T-1}R_t^B + (1 + R_{T-1}^P)I_t + I_{T-1} + I_{T-1}R_t^B = \\ &= \sum_{t=1}^T \left[ A_t \left( \prod_{j=1}^{t-1} (1 + R_j^P) \right) + R_t^B A_{1,t-1} \right] + \sum_{t=1}^T \left[ S_t \left( \prod_{j=1}^{t-1} (1 + R_j^P) \right) + R_t^B S_{1,t-1} \right] + \sum_{t=1}^T \left[ I_t \left( \prod_{j=1}^{t-1} (1 + R_j^P) \right) + R_t^B I_{1,t-1} \right] \end{aligned}$$

W odróżnieniu od pozostałych modeli metoda Frongella uwzględnia kolejność agregowanych obserwacji. W metodzie opracowanej przez Menchera poszczególnym obserwacjom przyporządkowane zostają równe wagi, natomiast formuła skalowania przyjęta w modelu Carina nadaje wyższe wagi obserwacjom niższym niż średnia i niedoszacowuje obserwacje wyższe niż średnia<sup>47</sup>. Różnice pomiędzy wagami w poszczególnych modelach zwiększają się ze wzrostem poziomu stóp zwrotu, ich zmienności oraz długością próby<sup>48</sup>.

### 5.3. Geometryczne modele sektorowe

Zaprezentowane powyżej modele *performance attribution* bazują na arytmetycznej formule *excess return*. Mogą one zostać rozszerzone również na analizę dochodowości w oparciu o geometryczny *excess return*. Modele takie zostały przedstawione

<sup>46</sup> Frongello (2002, s. 14).

<sup>47</sup> Menchero (2002, s. 39-40).

<sup>48</sup> Frongello (2002, s. 17).

w opracowaniach Bacona; Burnie'go, Knowlesa i Tедера; Manchera oraz Mc Larena. Wpływ alokacji oraz selekcji na poziom *excess return* w modelu Bacona wyznaczany jest w następujący sposób<sup>49</sup>:

$$\text{excess return}_t = (1 + A_t)(1 + S_t) - 1$$

$$A_t = \sum_{i=1}^n (w_{i,t}^P - w_{i,t}^B) \left( \frac{1 + R_{i,t}^B}{1 + R_t^B} - 1 \right) = \sum_{i=1}^n \frac{w_{i,t}^P R_{i,t}^B - w_{i,t}^P R_t^B - w_{i,t}^B R_{i,t}^B + w_{i,t}^B R_t^B}{1 + R_t^B} = \frac{1 + \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P R_{i,t}^B}{1 + R_t^B} - 1$$

$$S_t = \frac{1 + R_t^P}{1 + \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P R_{i,t}^B} - 1 = \frac{1 + \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P R_{i,t}^P}{1 + \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P R_{i,t}^B} - 1 = \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P \left( \frac{R_{i,t}^P - R_{i,t}^B}{1 + \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P R_{i,t}^B} \right) = \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P \left( \frac{1 + R_{i,t}^P}{1 + R_{i,t}^B} - 1 \right) \left( \frac{1 + R_{i,t}^B}{1 + \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P R_{i,t}^B} \right)$$

Zastosowanie geometrycznej formuły *excess return* pozwala równocześnie na bezpośrednią agregację czasową bazującą na średniej geometrycznej:

$$\begin{aligned} \text{excess return}_T &= \prod_{t=1}^T (1 + \text{excess return}_t) - 1 = (1 + A_T)(1 + S_T) - 1 = \\ &= \left[ \prod_{t=1}^T (1 + A_t) \right] * \left[ \prod_{t=1}^T (1 + S_t) \right] - 1 \end{aligned}$$

Założenia przedstawionego modelu są analogiczne do metody Brinsona Horda i Beebowera, a wykorzystywane formuły zostały dostosowane do geometrycznego *excess return*<sup>50</sup>.

#### 5.4. Modele sektorowe dla portfeli wielowalutowych

Dotychczasowa analiza *performance attribution* koncentrowała się na dochodowości wyznaczonej w walucie lokalnej instrumentów inwestycyjnych. Jednakże na wartość portfela inwestycyjnego obejmującego instrumenty denominowane w różnych walutach w istotny sposób oddziałują zmiany poziomu kursów walutowych, a decyzje dotyczące struktury walut wchodzących w jego skład mogą wywierać znaczący wpływ na poziom uzyskanego *excess return*. Stopa zwrotu wyrażona w walucie portfela uwzględniająca wpływ kursów walutowych wyznaczana jest następująco:

<sup>49</sup> Bacon (2002, s. 29-30).

<sup>50</sup> Model Manchera zakłada w pełni geometryczne podejście do analizy dochodowości, formuły alokacji oraz selekcji dla poszczególnych sektorów zostały skorygowane o odpowiednie czynniki zapewniające zachowanie następującej relacji  $(1 + A) = \prod_{i=1}^n (1 + A_i)$ . Szerzej: Menchero (2000/2001, s. 23-25).

$$R_t^p = (1 + R_{t,L}^p)(1 + R_{t,C}) - 1$$

gdzie:

$R_{t,L}^p$  – stopa zwrotu portfela w walucie lokalnej instrumentów,

$R_{t,C}$  – stopa zwrotu z kursu walutowego.

Jeżeli w ramach zarządzania ryzykiem walutowym w portfelu inwestycyjnym wykorzystywane są instrumenty pochodne, stopa zwrotu z portfela powinna dodatkowo uwzględniać stosowane zabezpieczenie, przy czym kurs terminowy jest uzależniony od poziomu kursu spotowego oraz relacji odpowiednich stóp procentowych w walucie instrumentu oraz walucie bazowej portfela inwestycyjnego:

$$R_t^p = (1 + R_{t,L}^p)(1 + R_{t,f}) - 1$$

$$R_t^p = \left[ (1 + R_{t,L}^p)(1 + R_{t,C}) \frac{(1+r)}{(1+r_L)} \right] - 1$$

gdzie:

$R_f$  – stopa zwrotu uwzględniająca wykorzystane zabezpieczenie,

$r$  – stopa zwrotu na rynku pieniężnym waluty bazowej portfela,

$r_L$  – stopa zwrotu na rynku pieniężnym waluty lokalnej instrumentu.

Modele umożliwiające analizę wpływu decyzji dotyczących zarówno struktury sektorowej i wyboru instrumentów, jak również struktury walutowej oraz ewentualnego wykorzystania instrumentów pochodnych w celu zabezpieczenia ryzyka kursowego zostały opracowane m.in. przez Singera, Singera i Karnoskiego, Ankrima i Hensela. Poniżej przedstawione zostały formuły *performance attribution* według metody Singera<sup>51</sup>. Pozwala ona na niezależną analizę wpływu decyzji dotyczących wyboru walut wchodzących w skład portfela oraz zarządzania inwestycjami w ramach poszczególnych walut. Formuły odnoszące się do alokacji sektorowej i wyboru poszczególnych instrumentów inwestycyjnych w ramach przyjętej struktury walutowej bazują na założeniach modelu Brinsona i Fehlera, jednocześnie wykorzystując premię

<sup>51</sup> Model Singera i Karnoskiego bazuje na analogicznych założeniach wykorzystując logarytmiczne stopy zwrotu. Szerzej: Singer (1996), Singer i Karnosky (1995).

za ryzyko związane z dokonywaniem inwestycji na danym rynku walutowym<sup>52</sup>

określona poprzez następującą relację:  $RP_t^P = \frac{1 + R_{t,L}^P}{1 + r_{t,L}} - 1$ .

$$A_t = \sum_{i=1}^n (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B)(RP_{t,i}^B - RP_t^B)$$

$$S_t = \sum_{i=1}^n w_{t,i}^B (RP_{t,i}^P - RP_{t,i}^B)$$

$$I_t = \sum_{i=1}^n (w_{t,i}^P - w_{t,i}^B)(RP_{t,i}^P - RP_{t,i}^B)$$

Dodatkowy element modelu stanowi analiza wpływu na dochodowość decyzji dotyczących kompozycji walutowej portfela oraz wykorzystania instrumentów zabezpieczających przed ryzykiem kursowym:

$$A_t^C = \sum_{i=1}^n [(w_{t,i}^P + h_{t,i}^P) - (w_{t,i}^B + h_{t,i}^B)] (CR_{t,i}^B - CR_t^B)$$

$$S_t^C = \sum_{i=1}^n (w_{t,i}^B + h_{t,i}^B) (CR_{t,i}^P - CR_{t,i}^B)$$

$$I_t^C = \sum_{i=1}^n [(w_{t,i}^P + h_{t,i}^P) - (w_{t,i}^B + h_{t,i}^B)] (CR_{t,i}^P - CR_{t,i}^B)$$

przy czym:

$$CR_t = (1 + R_{t,C})(1 + r)$$

gdzie:

$h_i$  – udział zabezpieczenia w  $i$ -tej walucie.

Przedstawiona metoda, rozszerzając formuły modelu Brinsona-Fahlera pozwala na analizę portfeli obejmujących instrumenty inwestycyjne denominowane w różnych walutach.

<sup>52</sup> Singer (1996 s. 49-53).

## 6

Modele wyróżniające wpływ *modified duration*

Przedstawione w poprzednim rozdziale modele sektorowe nie pozwalają na pełne odzwierciedlenie procesu zarządzania portfelem dłużnych papierów wartościowych. Rozszerzenie tych modeli, umożliwiające wyszczególnienie wpływu decyzji dotyczących ogólnego poziomu *modified duration* portfela inwestycyjnego na osiągniętą stopę zwrotu, stanowi metoda opracowana przez van Breuklena oraz jej zmodyfikowana postać przedstawiona przez Krishnamurthi<sup>53</sup>. Pozwala ona na analizę oddziaływania na poziom *excess return* aktywnych pozycji w zakresie *modified duration* portfela, struktury sektorów czasowych oraz wyboru poszczególnych instrumentów inwestycyjnych<sup>54</sup> podkreślając możliwość zajęcia pozycji względem benchmarku nie tylko poprzez decyzje dotyczące struktury poszczególnych segmentów, lecz również określając ich wrażliwość na zmiany rentowności<sup>55</sup>. Przykładowo alternatywę do zwiększenia udziału sektora danych instrumentów w oczekiwaniu na wzrost ich wartości (zajęcie długiej pozycji względem benchmarku), stanowi wydłużenie jego *modified duration*. Prezentowany model pozwala na uwzględnienie takiej dwuwymiarowej analizy decyzji inwestycyjnych przyjmując formułę stopy zwrotu skorygowanej o ryzyko inwestycji określone poprzez poziom *modified duration*<sup>56</sup>:

$$R_t^P = \sum_{k=1}^K w_{k,t} MD_{k,t} \frac{R_{k,t}}{MD_{k,t}} = \sum_{k=1}^K w_{k,t} MD_{k,t} R_{k,t}^{MD}$$

przy czym:

$$\text{excess return} = \sum_{k=1}^K (w_{k,t}^P - w_{k,t}^B) MD_{k,t} R_{k,t}^{MD}$$

gdzie:

$w_k$  – udział  $k$ -tego instrumentu w portfelu (wyznaczany w oparciu o wartość początkową),

<sup>53</sup> Van Breuklen wykorzystuje w swoim modelu zmiany rentowności instrumentów zgodnie z formułą  $R^P = \sum w_i MD_i \Delta y_i$ , natomiast Krishnamurthi rozszerzyła model na stopy zwrotu.

<sup>54</sup> Wpływ zmian kursów walutowych, jak również, struktury sektorów charakteryzujących się np. odmiennym ratingiem kredytowym, nie jest uzależniony od poziomu *modified duration* i może być analizowany odrębnie przy zastosowaniu klasycznych modeli sektorowych.

<sup>55</sup> Iloczyn  $w_i MD_i$  określa *duration contribution* odzwierciedlającą udział danego sektora w całkowitym ryzyku portfela.

<sup>56</sup> Krishnamurthi (2004, s. 5-8).

$MD_k$  – *modified duration*  $k$ -tego instrumentu (wyznaczane w oparciu o wartość początkową).

Dekompozycja *excess return* dokonywana jest w oparciu o dwa portfele teoretyczne, pozwalające na wyodrębnienie wpływu poszczególnych decyzji inwestycyjnych<sup>57</sup>:

- pierwszy z portfeli teoretycznych posiada identyczny skład oraz strukturę instrumentów jak przyjęty benchmark, natomiast jego *modified duration* odpowiada wartości tego parametru dla portfela rzeczywistego. Udziały poszczególnych instrumentów w tym portfelu wyznaczone są w następujący sposób:

$$w_{k,t}^I = w_{k,t}^B \frac{MD_t^P}{MD_t^B}$$

przy czym:

$MD_t^P = \sum_{k=1}^n w_{k,t}^P MD_{k,t}$  – całkowity poziom *modified duration* portfela inwestycyjnego,

$MD_t^B = \sum_{k=1}^n w_{k,t}^B MD_{k,t}$  – całkowity poziom *modified duration* benchmarku.

- kolejny portfel teoretyczny przyjmuje strukturę sektorową portfela rzeczywistego zachowując jednocześnie skład instrumentów odpowiadający benchmarkowi. Tym samym różni się on od portfela rzeczywistego wyłącznie wyborem instrumentów, natomiast od pierwszego portfela teoretycznego ich strukturą. Struktura sektorowa drugiego portfela teoretycznego określana jest następująco:

$$w_{i,t}^{II} MD_{i,t}^B = w_{i,t}^P MD_{i,t}^P \Rightarrow w_{i,t}^{II} = \frac{w_{i,t}^P MD_{i,t}^P}{MD_{i,t}^B}$$

$$w_{k,t}^{II} = \frac{w_{k,t}^P MD_{k,t}^P}{MD_{k,t}^B} \quad \forall k \in i^B$$

Różnica pomiędzy stopą zwrotu z pierwszego portfela teoretycznego a dochodowością benchmarku określa wpływ decyzji dotyczących poziomu *modified duration* portfela inwestycyjnego:

<sup>57</sup>Krishnamurthi stosuje w swoim materiale określenia: pseudoportfel oraz pseudobenchmark.



$$\begin{aligned}
 R_t^I - R_t^B &= \sum_{i=1}^n (w_{i,t}^I MD_{i,t}^I R_{i,t}^{MD,I} - w_{i,t}^B MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B}) = \sum_{i=1}^n (w_{i,t}^I MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} - w_{i,t}^B MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B}) = \\
 &= \sum_{i=1}^n (w_{i,t}^B \frac{MD_{i,t}^P}{MD_{i,t}^B} MD_{i,t}^B - w_{i,t}^B MD_{i,t}^B) R_{i,t}^{MD,B} = \sum_{i=1}^n w_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} \left( \frac{MD_{i,t}^P}{MD_{i,t}^B} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

Porównanie dochodowości stworzonych portfeli teoretycznych pozwala natomiast na wyodrębnienie efektu alokacji sektorowej:

$$\begin{aligned}
 R_t^H - R_t^I &= \sum_{i=1}^n w_{i,t}^H MD_{i,t}^H R_{i,t}^{MD,H} - \sum_{i=1}^n w_{i,t}^I MD_{i,t}^I R_{i,t}^{MD,I} = \sum_{i=1}^n w_{i,t}^H MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} - \sum_{i=1}^n w_{i,t}^I MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} = \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P \frac{MD_{i,t}^P}{MD_{i,t}^B} MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} - \sum_{i=1}^n w_{i,t}^I MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} = \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P MD_{i,t}^P R_{i,t}^{MD,B} - \sum_{i=1}^n w_{i,t}^I MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} = \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P MD_{i,t}^P R_{i,t}^{MD,B} - \sum_{i=1}^n w_{i,t}^I MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} - \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P MD_{i,t}^P R_{i,t}^{MD,B} + \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P MD_{i,t}^P R_{i,t}^{MD,B} = \\
 &= \sum_{i=1}^n (w_{i,t}^P MD_{i,t}^P R_{i,t}^{MD,B} - w_{i,t}^I MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} - w_{i,t}^P MD_{i,t}^P R_{i,t}^{MD,B} + w_{i,t}^I MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B}) = \\
 &= \sum_{i=1}^n (w_{i,t}^P MD_{i,t}^P - w_{i,t}^I \frac{MD_{i,t}^P}{MD_{i,t}^B} MD_{i,t}^B) (R_{i,t}^{MD,B} - R_t^{MD,B})
 \end{aligned}$$

6

Ostatni element uwzględniany w modelu stanowi wpływ wyboru poszczególnych emisji w ramach sektorów czasowych. Czynnikiem ten określamy jest poprzez różnicę pomiędzy portfelem rzeczywistym a drugim z przedstawionych portfeli teoretycznych:

$$\begin{aligned}
 R_t^P - R_t^H &= \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P MD_{i,t}^P R_{i,t}^{MD,P} - \sum_{i=1}^n w_{i,t}^H MD_{i,t}^H R_{i,t}^{MD,H} = \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P MD_{i,t}^P R_{i,t}^{MD,P} - \sum_{i=1}^n w_{i,t}^H MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} = \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P MD_{i,t}^P R_{i,t}^{MD,P} - \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P \frac{MD_{i,t}^P}{MD_{i,t}^B} MD_{i,t}^B R_{i,t}^{MD,B} = \sum_{i=1}^n w_{i,t}^P MD_{i,t}^P (R_{i,t}^{MD,P} - R_{i,t}^{MD,B})
 \end{aligned}$$

Poniższy schemat podsumowuje zależności wykorzystane w zaprezentowanym powyżej modelu.

	<b>Benchmark</b>	<b>Portfel teoretyczny I</b>	<b>Portfel teoretyczny II</b>	<b>Portfel inwestycyjny</b>
Poziom <i>modified duration</i>	$D^B$	$D^P$	$D^P$	$D^P$
Alokacja sektorowa	$A^B$	$A^B$	$A^P$	$A^P$
Wybór emisji	$S^B$	$S^B$	$S^B$	$S^P$

Przedstawiona metoda, zachowując prostotę kalkulacji charakteryzującą modele sektorowe, pozwala równocześnie na bezpośrednie uwzględnienie wpływu podstawowego parametru portfeli dłużnych papierów wartościowych odzwierciedlającego wrażliwość na zmiany rentowności.

## 7

## Modele wykorzystujące sekwencyjną wycenę instrumentów

Modele bazujące na sekwencyjnej wycenie instrumentów wchodzących w skład portfela inwestycyjnego oraz benchmarku pozwalają na analizę wszystkich przedstawionych w rozdziale 3 czynników determinujących zmiany wartości dłużnych papierów wartościowych, zarówno wynikających z upływu czasu do zapadalności, jak również odpowiadających zmianom krzywych rentowności. Ten rodzaj modeli stanowi przedmiot opracowań m.in. Galdiego, Ramaswamy, Simicaka i Zajaca. Poszczególne modele przyjmują zbliżone zestawy analizowanych czynników, przykładowo w modelu Galdiego wyróżnione zostało pięć czynników determinujących dochodowość inwestycji: dochód odsetkowy, zmiany ceny wynikające z upływu czasu, równoległe przesunięcie krzywej rentowności, zmiana kształtu krzywej rentowności, zmiana spreadu pomiędzy określonymi grupami instrumentów<sup>58</sup>. Podobne podejście zostało zastosowane w modelu opracowanym przez Ramaswamy<sup>59</sup>, przy czym założono, że część *excess return* może być objaśniana przez czynniki niewyszczególnione w modelu (*residual return*) i uzależniona np. od zależności popytu i podaży na konkretny instrument.

Punktem wyjścia analizy *performance attribution* jest wyznaczenie wpływu przyjętych w modelu czynników na bezwzględną stopę zwrotu z portfela inwestycyjnego oraz benchmarku (*return contribution*). Jedno z najbardziej kompleksowych podejść przedstawione zostało przez Dynkina i Hymana<sup>60</sup>. Metoda ta wykorzystuje następującą formułę stopy zwrotu dłużnych papierów wartościowych:

$$R_t = \frac{P_t + AI_t - P_{t-1} - AI_{t-1} + C_t}{P_{t-1} + AI_{t-1}}$$

gdzie:

$P_t$  – cena czysta papieru wartościowego w momencie  $t$ ,

$AI_t$  – odsetki naliczone na moment  $t$ ,

$C_t$  – płatności kuponowe w analizowanym okresie.

<sup>58</sup> Galdi (red.), (2000, s. 10-176).

<sup>59</sup> W modelu zostały wyróżnione poszczególne komponenty określające zmiany spreadu, odnoszące się do grup instrumentów, rynków, ratingów kredytowych. Szerzej: Ramaswamy (2001, s. 65-67).

<sup>60</sup> Dynkin, Hyman (1996, s. 4-9).

Przy założeniu, że cena instrumentu stanowi funkcję czasu do zapadalności ( $t$ ) oraz poziomu rentowności ( $y_t$ ), która może być przedstawiona jako złożenie odpowiedniej stopy wyznaczonej z bazowej krzywej rentowności rządowych papierów wartościowych ( $y_t^G$ ) oraz spreadu charakterystycznego dla danego instrumentu<sup>61</sup> ( $sp_t$ ), formuła dochodowości przyjmuje następującą postać:

$$P_t = f(y_t, t) = f(y_t^G, sp_t, t)$$

$$R_t = \frac{P(y_t^G, sp_t, t) + AI_t - P(y_{t-1}^G, sp_{t-1}, t-1) - AI_{t-1} + C_t}{P(y_{t-1}^G, sp_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

Dekompozycja stopy zwrotu na poszczególne czynniki dokonywana jest w oparciu o porównanie wartości teoretycznych, oszacowanych przy założeniu zmian kolejnych czynników wyróżnionych w modelu, odnoszonych do wartości początkowej. Wpływ kolejnych czynników wyznaczany jest w następujący sposób:

#### 1. Dochody odsetkowe

Dochód odsetkowy uwzględnia zmianę wartości instrumentu związaną z naliczeniem odsetek za analizowany okres. Obejmuje także zrealizowane płatności kuponowe:

$$R_t^{AI} = \frac{P(y_{t-1}, t-1) + AI_t - P(y_{t-1}, t-1) - AI_{t-1} + C_t}{P(y_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

#### 2. Zmiany ceny na skutek upływu czasu

Stopa zwrotu wynikająca ze zmian ceny instrumentu na skutek amortyzacji premii lub dyskonta szacowana jest w oparciu o cenę teoretyczną wyznaczaną przy wykorzystaniu początkowych parametrów instrumentu i przyjęciu za datę rozliczenia końca analizowanego okresu:

$$R_t^A = \frac{P(y_{t-1}, t) - P(y_{t-1}, t-1)}{P(y_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

W analogiczny sposób wyznaczany jest wpływ efektu *roll-down*, z tym, że przy wycenie wykorzystywana jest początkowa struktura bazowej krzywej rentowności, korygowana o wyjściową wartość spreadu (w związku z upływem czasu do

<sup>61</sup> *Option Adjusted Spread* określa wartość przesunięcia o jakie musi zostać skorygowany poziom stawek krzywej rentowności, tak aby zapewnić zrównanie wyceny teoretycznej z ceną rynkową.

zapadalności do wyznaczania stopy zwrotu stosowane są rentowności odpowiadające dwóm różnym punktom krzywej):

$$R_t^{RD} = \frac{P(y_{t-1}^G, sp_{t-1}, t) - P(y_{t-1}^G, sp_{t-1}, t-1)}{P(y_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

Łączny wpływ zmiany czasu do zapadalności na stopę zwrotu można wyrazić następująco:

$$R_t^T = \frac{P(y_{t-1}^G, sp_{t-1}, t) - P(y_{t-1}, t-1)}{P(y_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

### 3. Równoległe przesunięcie krzywej rentowności

Przy wyznaczaniu dochodowości odpowiadającej równoległemu przesunięciu krzywej rentowności wykorzystywana jest cena teoretyczna oszacowana poprzez skorygowanie wyjściowej krzywej rentowności o przyjętą wartość przesunięcia równoległego:

$$R_t^S = \frac{P(y_{t-1}^{G,s}, sp_{t-1}, t) - P(y_{t-1}^G, sp_{t-1}, t)}{P(y_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

przy czym:

$$y_{t-1}^{G,s} = y_{t-1}^G + \Delta s_t^G$$

### 4. Zmiana kształtu krzywej rentowności

W większości modeli *performance attribution* efekt zmian rentowności towarzyszących przesunięciom nierównoległym krzywej ujmowany jest łącznie, przy założeniu, że taka zmiana krzywej odpowiada różnicy pomiędzy finalnym poziomem rentowności oraz początkowym skorygowanym o przesunięcie równoległe:

$$R_t^K = \frac{P(y_t^G, sp_{t-1}, t) - P(y_{t-1}^{G,s}, sp_{t-1}, t)}{P(y_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

Wyodrębnienie efektu zmiany kąta nachylenia krzywej rentowności (*twist*) oraz jej krzywizny (*butterfly*), wymaga dodatkowo wyznaczenia ceny teoretycznej uwzględniającej obrót krzywej:

$$R_t^t = \frac{P(y_{t-1}^{G,t}, sp_{t-1}, t) - P(y_{t-1}^{G,s}, sp_{t-1}, t)}{P(y_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

$$R_t^b = \frac{P(y_t^G, sp_{t-1}, t) - P(y_{t-1}^{G,t}, sp_{t-1}, t)}{P(y_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

przy czym:

$$y_{t-1}^{G,t} = y_{t-1}^G + \Delta s_t^G + \Delta I_t^G$$

5. Zmiana spreadu stanowi ostatni czynnik uwzględniany w analizowanym modelu i opiera się na końcowej wycenie instrumentów:

$$R_t^{SP} = \frac{P(y_t, t) - P(y_t^G, sp_{t-1}, t)}{P(y_{t-1}, t-1) + AI_{t-1}}$$

Zasady wyznaczania cen teoretycznych dla kolejnych czynników przyjęte w przedstawionym modelu zostały zestawione w tabeli 4.

**Tabela 4**

Zasady wyznaczania cen teoretycznych w modelu bazującym na sekwencyjnej wycenie instrumentów

Czynniki		Charakterystyka ceny	Data rozliczenia	Yield	Krzywa rentowności	Spread
		Cena początkowa	t-1	t-1		
Upływ czasu	Amortyzacja	Ceny teoretyczne uwzględniające kolejne czynniki	t	t-1		
	Roll-down		t		t-1	t-1
Zmiany krzywej	Shift		t		t-1, shift	t-1
	Twist		t		t-1, shift, twist	t-1
	Butterfly		t		t-1, shift, twist, butterfly	t-1
	Shape	t		t	t-1	
Zmiany spreadu	Spread	Cena końcowa	t	t		

Dochodowość inwestycji jest efektem łącznego oddziaływania wyróżnionych czynników:

$$R_t = R_t^{AI} + R_t^T + R_t^S + R_t^K + R_t^{SP}$$

Istotą *performance attribution* stanowi porównanie wpływu poszczególnych czynników na dochodowość portfela inwestycyjnego oraz benchmarku, odzwierciedlając skuteczność podejmowanych decyzji inwestycyjnych:

$$\begin{aligned} \text{excess return}_t &= \text{excess return}_{t,AI} + \text{excess return}_{t,T} + \\ &+ \text{excess return}_{t,S} + \text{excess return}_{t,K} + \text{excess return}_{t,SP} \end{aligned}$$

$$\text{excess return}_t = \sum_z R_t^{z,P} - R_t^{z,B} \quad z \in \{AI, T, S, K, SP\}$$

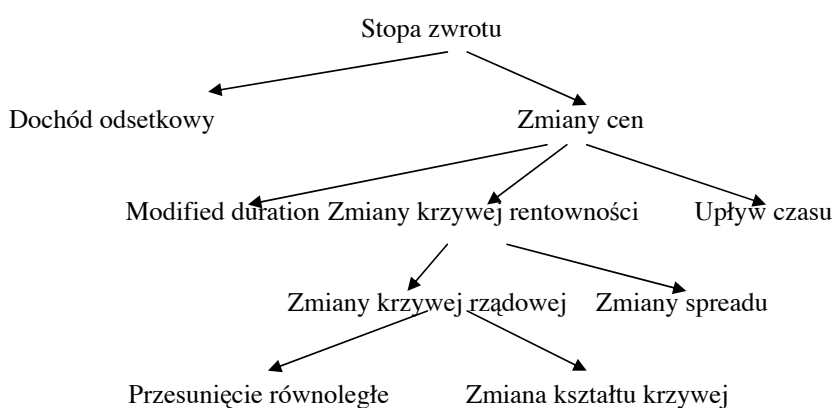
Przedstawiona powyżej metoda *performance attribution* jest znacznie bardziej złożona niż modele sektorowe. Dekompozycja *excess return* wymaga przeprowadzenia pełnej wyceny dla kilku scenariuszy parametrów, wobec czego szczególne znaczenie dla uzyskanych wyników odgrywa przyjęty model wyceny oraz dane dotyczące krzywych rentowności.

## 8

## Modele oparte na wrażliwości portfeli

Drugą grupę metod analizy *performance attribution* dostosowanych do specyfiki portfeli dłużnych papierów wartościowych stanowią modele bazujące na analizie wrażliwości portfela oraz benchmarku na poszczególne czynniki. Metody te, w których dominującą rolę odgrywa *modified duration*, charakteryzują się największą różnorodnością podejść i były analizowane m.in. przez Stangla, Campisiego, Lorda, Kelnera i Schlattera. Poniżej przedstawione zostały dwa podejścia – dekompozycja *excess return* oparta na analizie przedstawionej przez Lorda oraz przez Campisiego, a także model Kellera i Schlattera.

Model Lorda pozwala na analizę wpływu na stopę zwrotu dochodu odsetkowego oraz decyzji dotyczących: poziomu *modified duration* określającego wrażliwość na równoległe przesunięcia krzywej rentowności, ustawienia względem krzywej w oczekiwaniu na ewentualne zmiany jej nachylenia lub kształtu, alokacji w ramach określonych grup instrumentów determinującej wpływ zmian spreadu, a także wyboru poszczególnych emisji<sup>62</sup>. Efekt oddziaływania czynników nie sprecyzowanych w modelu uwzględniany jest poprzez składnik resztowy<sup>63</sup>. Wpływ zmian krzywych rentowności, analogicznie jak w modelach z pełną wyceną, analizowany jest w odniesieniu do bazowej krzywej rentowności rządowych papierów wartościowych oraz zmian spreadu.



<sup>62</sup> Spaulding (2002, s. 60-66).

<sup>63</sup> Przykładowo wpływ wypukłości (*convexity*) instrumentów dłużnych.



Podobnie jak w modelach wykorzystujących sekwencyjną wycenę instrumentów wchodzących w skład portfela, *performance attribution* wyznaczone jest poprzez porównanie stóp zwrotu portfela inwestycyjnego oraz benchmarku wynikających ze zmian poszczególnych czynników wyróżnionych w modelu, wyznaczanych w sposób następujący:

1. Dochód odsetkowy określany jest przez wysokość średniego kuponu portfela<sup>64</sup>:

$$R_t^{AI} = \frac{\bar{C}_t}{\bar{P}_t^D}$$

gdzie:

$\bar{C}_t$  – średni kupon portfela odniesiony do analizowanego okresu,

$\bar{P}_t^D$  – początkowa średnia cena brudna.

Oddziaływanie pozostałych czynników związanych z upływem czasu uwzględniane jest w modelu Lorda poprzez porównanie cen wyznaczonych w oparciu o początkową krzywą rentowności rządowych papierów wartościowych na dwa momenty czasu, analogicznie jak w modelach z pełną wyceną<sup>65</sup>.

2. Wpływ decyzji dotyczących poziomu *modified duration* wyznaczany jest w odniesieniu do rządowej krzywej rentowności, przy wykorzystaniu zmiany poziomu rentowności dla syntetycznego instrumentu o *modified duration* odpowiadającej wartości tego parametru dla analizowanego instrumentu, czy też portfela:

$$R_t^{MD} = -MD_t \Delta y_t^G$$

W ramach wpływu zmian rentowności może zostać wyróżniony efekt przesunięcia równoległego oraz zmiany kształtu krzywej rentowności rządowych papierów wartościowych<sup>66</sup>.

<sup>64</sup> Analizując wpływ dochodu odsetkowego w oparciu o wartość średniego kuponu portfela należy uwzględnić różnice konwencji naliczania odsetek dla poszczególnych grup instrumentów, ponadto analiza prowadzona w dłuższym okresie powinna uwzględniać schemat płatności kuponowych.

<sup>65</sup> Wpływ amortyzacji oraz efektu *roll-down* na poziom *excess return* może być oszacowany także w oparciu o różnicę średnich rentowności portfela inwestycyjnego oraz benchmarku odniesionych do analizowanego okresu  $R_t^T = \bar{y}_t^P - \bar{y}_t^B$ . Patrz: Ramaswamy (2001, s. 70).

<sup>66</sup> W modelu Lorda wartość przesunięcia równoległego wyznaczana jest jako zmiana rentowności stopy 5-letniej. Tym samym stopa zwrotu odpowiadająca zmianie kształtu krzywej rentowności odzwierciedla spread pomiędzy yieldem poszczególnych instrumentów a stopą 5-letnią określającą przesunięcie równoległe.

$$R_t^S = -MD_t \Delta s_t^G$$

$$R_t^K = R_t^{MD} - R_t^S$$

3. Kolejny czynnik powiązany z poziomem *modified duration* stanowi zmiana spreadu poszczególnych grup instrumentów. Poziom spreadu określany jest jako różnica yieldu danego instrumentu i odpowiadającego mu syntetycznego instrumentu rządowego o tym samym poziomie *modified duration*.

$$R_t^{SP} = -MD_t \Delta sp_t$$

W modelu Lorda, w ramach dochodu wynikającego ze zmian spreadu, zostały również wyróżnione dwa komponenty związane z alokacją w ramach poszczególnych grup instrumentów (np. obligacje korporacyjne, MBS) oraz wyborem poszczególnych emisji. Efekt alokacji wyznaczony jest w oparciu o zmianę średniego OAS danej grupy instrumentów.

Całkowita dochodowość inwestycji określana jest w następujący sposób:

$$R_t = R_t^{AI} + R_t^T + R_t^{MD} + R_t^{SP} + R_t^R$$

gdzie:

$R_t^R$  – składnik resztowy.

*Performance attribution* może być wyznaczane w oparciu o strukturę poszczególnych instrumentów w portfelu inwestycyjnym oraz benchmarkowym:

$$\text{excess return}_t = \sum_{k=1}^K (w_{k,t}^P - w_{k,t}^B) (R_{k,t}^{AI} + R_{k,t}^T + R_{k,t}^{MD} + R_{k,t}^{SP} + R_{k,t}^R)$$

Przedstawiona metoda, mimo że nie wymaga dokonywania wielokrotnej wyceny portfela inwestycyjnego, związana jest z koniecznością wyznaczenia rentowności syntetycznych instrumentów odpowiadających papierom wartościowym wchodzącym w jego skład.

Nieco odmienne podejście do analizy dochodowości przedstawione zostało przez Kellera i Schlattera<sup>67</sup>. Łączy ono założenia modeli sektorowych oraz analizę wrażliwości dłużnych papierów wartościowych. Metoda Kellera i Schlattera

<sup>67</sup> Keller, Schlatter (1999, s. 88-90).

wykorzystuje dekompozycję portfela oraz benchmarku na poszczególne przepływy, zgodnie z takim podejściem każdy instrument traktowany jest jak portfel odpowiednich obligacji zerokuponowych, które mogą następnie zostać zagregowane w ramach poszczególnych przedziałów czasowych.

Ponieważ cena dłużnych papierów wartościowych stanowi funkcję ich rentowności oraz czasu do zapadalności dochodowość instrumentu może być w przybliżeniu określana, przy zastosowaniu wzoru Taylora, w następujący sposób<sup>68</sup>:

$$P_t^D = f(y, t)$$

$$\Delta P_t^D \approx \frac{\partial P}{\partial y} \Delta y_t + \frac{\partial P}{\partial t} \Delta t$$

$$\Delta MV_t^P - \Delta MV_t^B \approx \left( \frac{\partial MV^P}{\partial y} - \frac{\partial MV^B}{\partial y} \right) \Delta y_t + \left( \frac{\partial MV^P}{\partial t} - \frac{\partial MV^B}{\partial t} \right) \Delta t$$

W modelu przyjęte zostało założenie, że dochodowość portfela wyznaczana jest poprzez wrażliwość na zmiany yieldu określaną za pomocą *modified duration*, a także wartość narosłych odsetek determinowaną poziomem średniego kuponu portfela (pochodna względem czasu)<sup>69</sup>:

$$\begin{aligned} \text{excess return}_t &= \frac{\Delta MV_t^P}{MV_{t-1}^P} - \frac{\Delta MV_t^B}{MV_{t-1}^B} \approx \sum_{i=1}^n (w_{i,t}^P MD_{i,t}^P \Delta y_{i,t}^P - w_{i,t}^B MD_{i,t}^B \Delta y_{i,t}^B) + (\bar{C}_t^P - \bar{C}_t^B) \\ &= \sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P \Delta y_{i,t}^P - KD_{i,t}^B \Delta y_{i,t}^B) + (\bar{C}_t^P - \bar{C}_t^B) \end{aligned}$$

gdzie:

$KD_{i,t}$  – *key rate duration*  $i$ -tego sektora.

Analiza wpływu zmian krzywej rentowności na uzyskaną dochodowość rozróżnia oddziaływanie przesunięcia równoległego oraz zmiany kształtu krzywej w poszczególnych sektorach:

<sup>68</sup> Przedstawiony model wykorzystuje jedynie rozwinięcie pierwszego rzędu. Bardziej szczegółowa analiza może wykorzystywać następującą postać rozwinięcia uwzględniającą wpływ *duration* oraz *convexity* w odniesieniu zarówno do zmian bazowej krzywej rządowej, jak również spreadu:

$$\Delta MV(y_t^G, sp_t, t) \approx \frac{\partial MV}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial MV}{\partial y^G} \Delta y_t^G + \frac{\partial MV}{\partial sp} \Delta sp_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 MV}{\partial y^G{}^2} (\Delta y_t^G)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 MV}{\partial sp^2} (\Delta sp_t)^2 + \frac{\partial^2 MV}{\partial y^G \partial sp} \Delta y_t^G \Delta sp_t$$

<sup>69</sup> Model bazuje na dziennej analizie dochodowości, wobec czego można przyjąć założenie  $\Delta t=1$ .

$$\begin{aligned} \frac{\Delta MV_t^P}{MV_{t-1}^P} - \frac{\Delta MV_t^B}{MV_{t-1}^B} &\approx \sum_{i=1}^n [KD_{i,t}^P (\Delta s_t^P + \Delta k_{i,t}^P) - KD_{i,t}^B (\Delta s_t^B + \Delta k_{i,t}^B)] + (\bar{C}_t^P - \bar{C}_t^B) = \\ &= \sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P \Delta s_t^P - KD_{i,t}^B \Delta s_t^B) + \sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P \Delta k_{i,t}^P - KD_{i,t}^B \Delta k_{i,t}^B) + (\bar{C}_t^P - \bar{C}_t^B) \end{aligned}$$

gdzie:

$\Delta k_{i,t}$  – nierównoległe zmiany krzywej rentowności w analizowanym okresie.

Wykorzystując metody dekompozycji stosowane w modelach sektorowych można w ramach czynnika odpowiadającego przesunięciu równoległemu krzywej rentowności wyróżnić wpływ decyzji dotyczących poziomu *duration* oraz wyboru poszczególnych grup instrumentów:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P \Delta s_t^P - KD_{i,t}^B \Delta s_t^B) &= \\ \underbrace{\sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P - KD_{i,t}^B) \Delta s_t^B}_{Duration} &+ \underbrace{\sum_{i=1}^n (\Delta s_t^P - \Delta s_t^B) KD_{i,t}^B}_{Selekcja} + \underbrace{\sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P - KD_{i,t}^B) (\Delta s_t^P - \Delta s_t^B)}_{Interakcja} \end{aligned}$$

Analogicznej dekompozycji można dokonać dla wpływu zmiany kształtu krzywej:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P \Delta k_{i,t}^P - KD_{i,t}^B \Delta k_{i,t}^B) &= \\ \underbrace{\sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P - KD_{i,t}^B) \Delta k_{i,t}^B}_{Pozycja} &+ \underbrace{\sum_{i=1}^n (\Delta k_{i,t}^P - \Delta k_{i,t}^B) KD_{i,t}^B}_{Selekcja} + \underbrace{\sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P - KD_{i,t}^B) (\Delta k_{i,t}^P - \Delta k_{i,t}^B)}_{Interakcja} \\ &\text{względem krzywej} \end{aligned}$$

Pełna dekompozycja *excess return* przyjmuje zatem postać:

$$\begin{aligned}
& \text{excess return}_t = \\
& = \underbrace{\sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P - KD_{i,t}^B) \Delta s_t^B}_{\text{Duration}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P - KD_{i,t}^B) \Delta y_{i,t}^B}_{\text{Pozycja}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n (\Delta y_{i,t}^P - \Delta y_{i,t}^B) KD_{i,t}^B + (\bar{C}_t^P - \bar{C}_t^B)}_{\text{Selekcja}} + \\
& \quad \text{względem krzywej} \\
& + \underbrace{\sum_{i=1}^n (KD_{i,t}^P - KD_{i,t}^B) (\Delta y_{i,t}^P - \Delta y_{i,t}^B)}_{\text{Interakcja}}
\end{aligned}$$

Należy zwrócić uwagę, że przedstawione powyżej modele bazują na wrażliwości instrumentów na poszczególne czynniki oszacowanej w oparciu o początkową wartość rynkową, przez co nie uwzględniają wpływu zmian parametrów rynkowych w analizowanym okresie na przyjęte charakterystyki ryzyka. Problem ten dotyczy w szczególności analizy przeprowadzanej w dłuższym horyzoncie czasowym.

## 9

Porównanie modeli *performance attribution*

W celu porównania przedstawionych modeli *performance attribution* przeprowadzona została analiza dochodowości przykładowego portfela inwestycyjnego, w skład którego wchodzi rządowe niemieckie oraz francuskie papiery wartościowe. Stopa zwrotu z przyjętego portfela inwestycyjnego rozpatrywana jest w odniesieniu do portfela porównawczego obejmującego emisje tworzące odpowiednie indeksy Merrill Lynch dla rządowych papierów wartościowych sektora 1-10 lat<sup>70</sup>, których struktura określona jest w oparciu o wielkość poszczególnych emisji dostępną na rynku. W tabelach 5-6 przedstawiona została struktura portfela inwestycyjnego oraz porównawczego, a także ich podstawowe parametry.

Tabela 5

Struktura portfela inwestycyjnego oraz benchmarku

	Portfel inwestycyjny	Portfel benchmarkowy
Sektor 0-1	7.75%	-
Sektor 1-3	28.69%	27.04%
Sektor 3-5	22.23%	23.77%
Sektor 5-7	20.57%	20.14%
Sektor 7-10	20.76%	29.04%
Papiery niemieckie	63.02%	61.73%
Papiery francuskie	36.98%	38.27%

Tabela 6

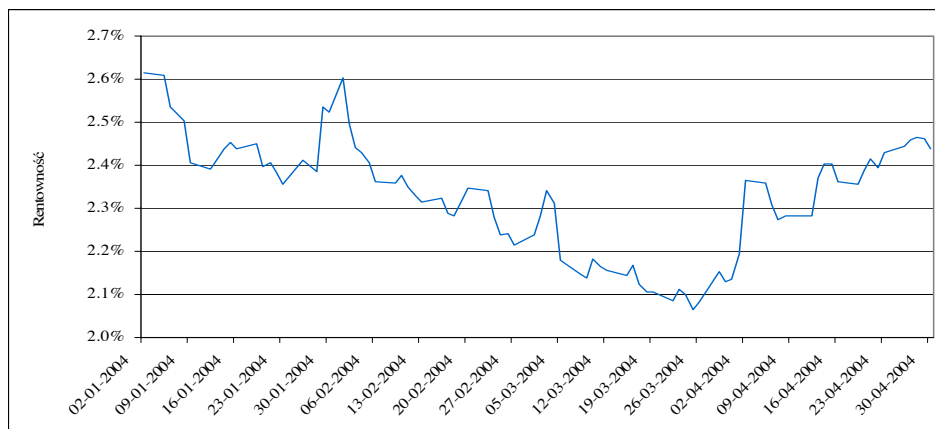
Parametry portfela inwestycyjnego oraz benchmarku

	Portfel inwestycyjny	Portfel benchmarkowy
Średni kupon	4.335%	5.052%
Średni yield to maturity	2.904%	3.045%
Modified duration	3.819	4.229
Convexity	0.247	0.283

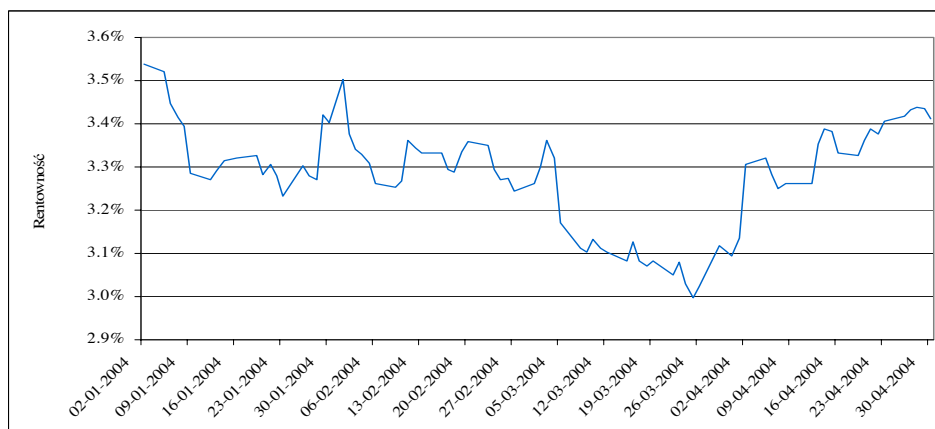
<sup>70</sup> Do portfela porównawczego nie zostały włączone francuskie papiery rządowe Bons du Tresor a Interet Annuel Normalise (BTAN).

Ponieważ w dłuższym horyzoncie czasowym poszczególne czynniki oddziałują na poziom *excess return* ze zmiennym natężeniem, przedstawiona analiza, mając na celu porównanie założeń poszczególnych modeli, koncentruje się na dekompozycji jednodniowej stopy zwrotu wyznaczonej na 2 kwietnia 2004 r. W tym dniu nastąpił znaczący wzrost rentowności rządowych papierów wartościowych w reakcji na publikację danych dotyczących liczby nowych miejsc pracy w gospodarce amerykańskiej (308 tys. wobec oczekiwanych 120 tys.). Najsilniejszy wzrost rentowności nastąpił dla papierów wartościowych sektora 2-5 lat. Spready pomiędzy rentownością francuskich oraz niemieckich papierów wartościowych zmieniły się nieznacznie – nastąpiło pewne zawężenie spreadu instrumentów sektora 1-3 lat, a jego największe rozszerzenie miało miejsce dla rentowności 5-letniej (wykresy 7-15).

Wykres 7

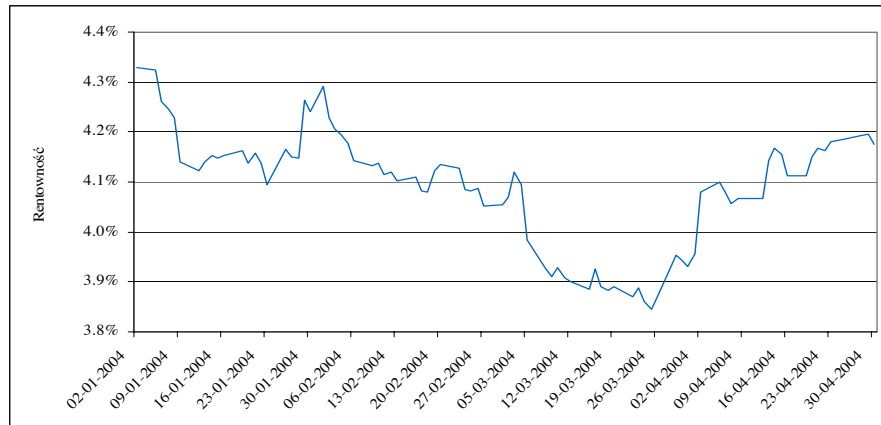
**Rentowność niemieckich rządowych papierów 2-letnich**

Wykres 8

**Rentowność niemieckich rządowych papierów 5-letnich**

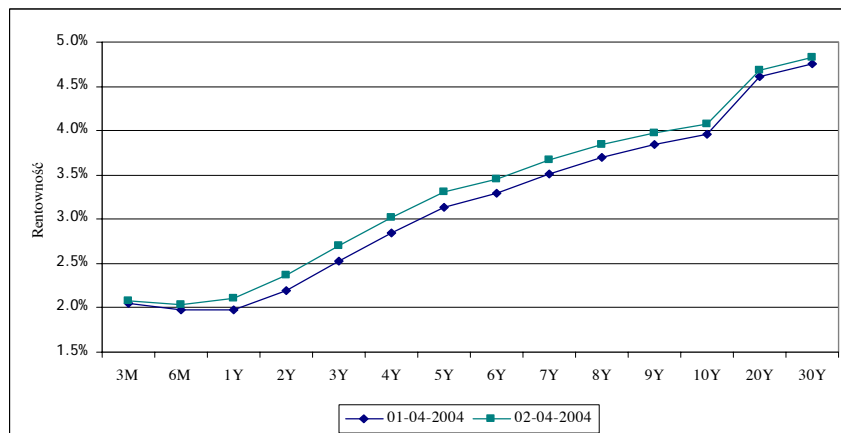
Wykres 9

## Rentowność niemieckich rządowych papierów 10-letnich



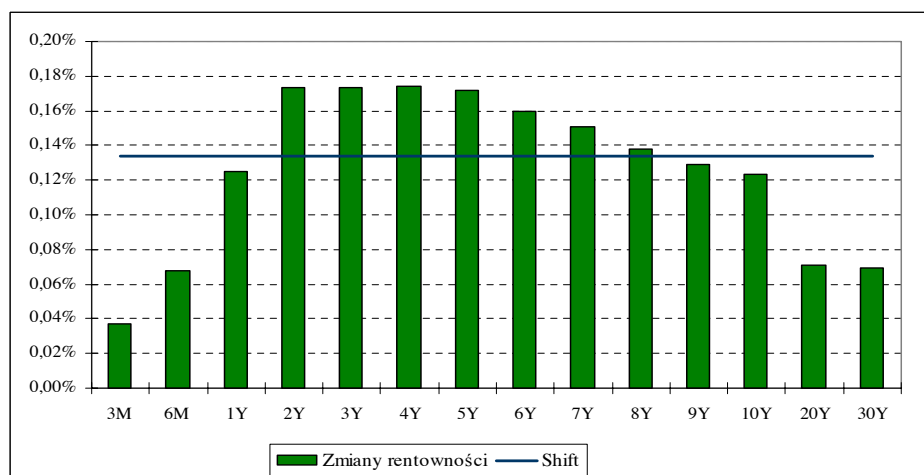
Wykres 10

## Krzywa rentowności niemieckich rządowych papierów wartościowych



Wykres 11

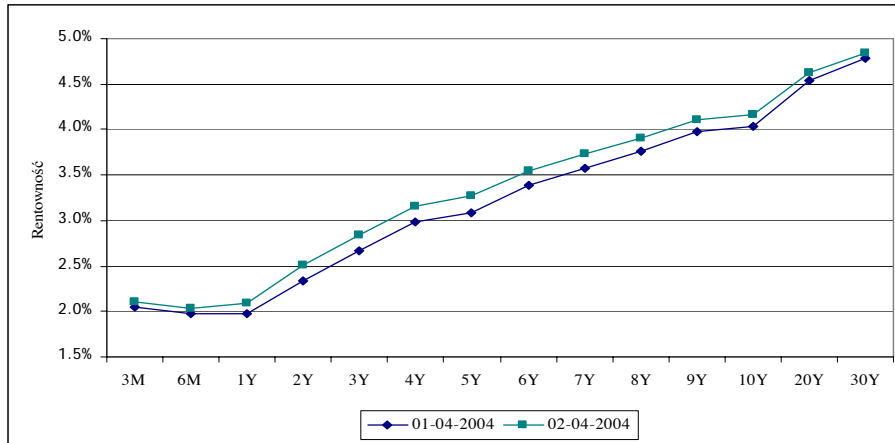
## Zmiany krzywej rentowności niemieckich rządowych papierów wartościowych





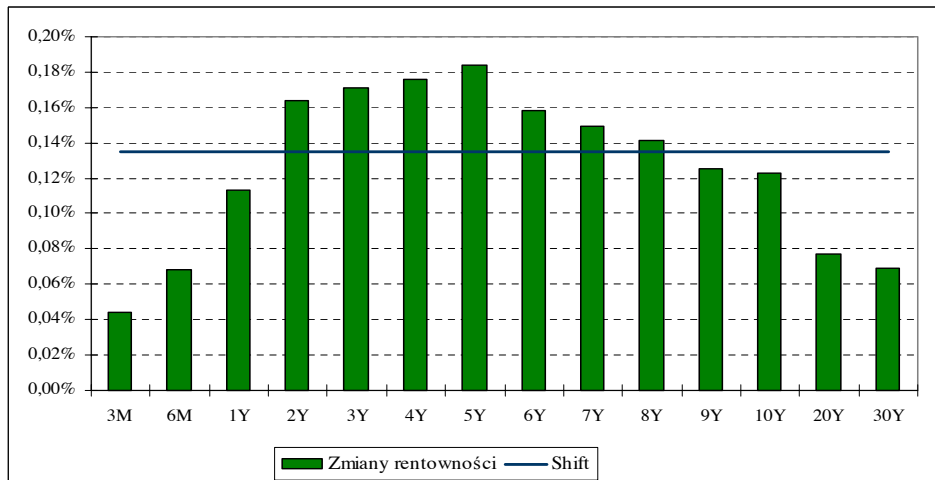
Wykres 12

Krzywa rentowności francuskich rządowych papierów wartościowych



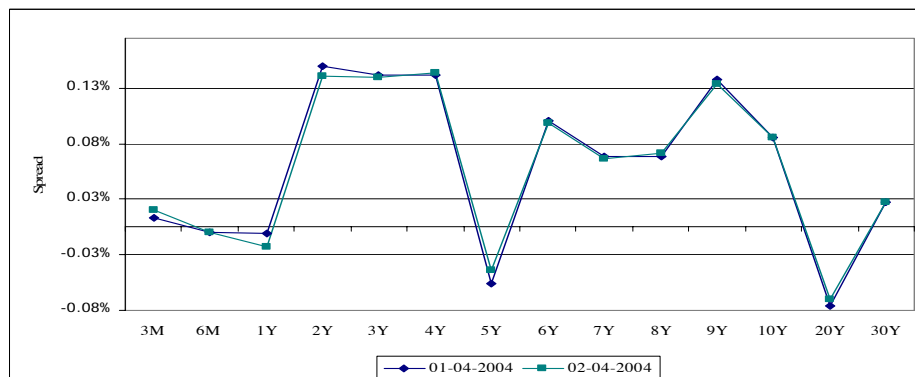
Wykres 13

Zmiany krzywej rentowności francuskich rządowych papierów wartościowych



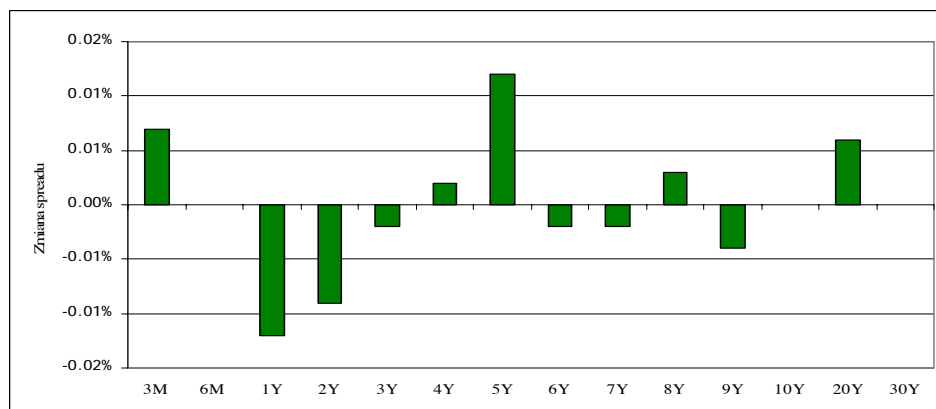
Wykres 14

Spread pomiędzy rentownością francuskich i niemieckich rządowych papierów wartościowych



Wykres 15

Zmiany spreadu pomiędzy rentownością francuskich i niemieckich rządowych papierów wartościowych



Na skutek wzrostu rentowności papierów wartościowych stopa zwrotu uzyskana na dany dzień zarówno w portfelu inwestycyjnym, jak również porównawczym była ujemna.

W oczekiwaniu na ogłoszenie danych dotyczących sytuacji na rynku pracy w USA w portfelu utrzymywane było *modified duration* krótsze od benchmarkowego, głównie poprzez znaczące ograniczenie zaangażowania inwestycyjnego w sektorze 7-10 lat. W rezultacie przyjętej strategii, w analizowanym dniu osiągnięto stopę zwrotu wyższą niż na portfelu porównawczym. Dochodowość portfela inwestycyjnego wyniosła -0,566% wobec -0,625% na portfelu benchmarkowym, generując *excess return* na poziomie 0,059%.

Do analizy czynników determinujących uzyskany *excess return* wykorzystano cztery omówione metody: model sektorowy Brinsona-Fahlera, model opracowany przez Krishnamurthi, model z wyceną sekwencyjną, a także opartą na wrażliwości analizie Lorda.

### 9.1. Analiza dochodowości przy wykorzystaniu modelu sektorowego

Analiza *performance attribution* została przeprowadzona przy wykorzystaniu modelu Brinsona-Fahlera w odniesieniu do struktury sektorów czasowych oraz emitentów papierów wartościowych. Jej wyniki są przedstawione w tabelach 7-8.

Tabela 7

#### *Performance attribution* dla sektorów czasowych

	Udział w portfelu	Stopa zwrotu portfela	Udział w benchmarku	Stopa zwrotu benchmarku	Excess return	Alokacja	Selekcja	Interakcja
Sektor 0-1	7,75%	-0,096%	-	-	-0,096%	0,048%	0,000%	-0,007%
Sektor 1-3	28,69%	-0,273%	27,04%	-0,271%	-0,001%	0,006%	0,000%	0,000%
Sektor 3-5	22,23%	-0,596%	23,77%	-0,585%	-0,010%	-0,001%	-0,002%	0,000%
Sektor 5-7	20,57%	-0,781%	20,14%	-0,779%	-0,002%	-0,001%	0,000%	0,000%
Sektor 7-10	20,76%	-0,902%	29,04%	-0,881%	-0,021%	0,021%	-0,006%	0,002%
<b>Total</b>	<b>100,00%</b>	<b>-0,566%</b>	<b>100,00%</b>	<b>-0,625%</b>	<b>0,059%</b>	<b>0,074%</b>	<b>-0,009%</b>	<b>-0,006%</b>

Tabela 8

#### *Performance attribution* dla emitentów papierów wartościowych

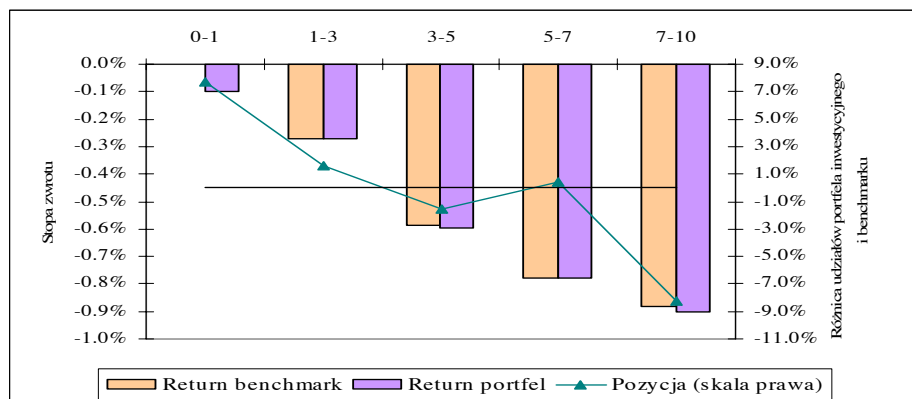
	Udział w portfelu	Stopa zwrotu portfela	Udział w benchmarku	Stopa zwrotu benchmarku	Excess return	Alokacja	Selekcja	Interakcja
Papiery niemieckie	63,02%	-0,550%	61,73%	-0,613%	0,063%	0,000%	0,039%	0,001%
Papiery francuskie	36,98%	-0,594%	38,27%	-0,645%	0,051%	0,000%	0,020%	-0,001%
<b>Total</b>	<b>100,00%</b>	<b>-0,566%</b>	<b>100,00%</b>	<b>-0,625%</b>	<b>0,059%</b>	<b>0,000%</b>	<b>-0,059%</b>	<b>-0,000%</b>

Dominujący wpływ na uzyskany poziom *excess return* wywarły decyzje dotyczące struktury sektorów czasowych, a w szczególności znaczące ograniczenie inwestycji w sektorze 7-10 charakteryzującym się największym spadkiem wartości rynkowej oraz włączenie do portfela inwestycyjnego papierów wartościowych o terminie zapadalności poniżej 1 roku, które były najmniej wrażliwe na zmianę krzywej rentowności (zmiana krzywej rentowności dla instrumentów o terminie zapadalności poniżej roku była relatywnie najmniejsza). Mimo że w sektorze 1-3 uzyskano ujemny *excess return*, jego przeważenie wpłynęło korzystnie na dochodowość portfela, gdyż absolutna stopa zwrotu tego sektora była wyższa niż średnia ważona wyznaczająca dochodowość całego

benchmarku<sup>71</sup>. Zależności pomiędzy dochodowością poszczególnych sektorów czasowych oraz strukturą inwestycyjną zostały przedstawione na wykresie 16.

Wykres 16

## Dochodowość poszczególnych sektorów czasowych



Wybór poszczególnych emisji w ramach sektorów czasowych wywarł znacznie mniejszy wpływ na poziom *excess return*. Jego wartość determinuje ujemna różnica dochodowości sektorów 3-5 oraz 7-10 lat związana m.in. z utrzymywaniem w tych sektorach dłuższego niż benchmarkowe *modified duration*<sup>72</sup>. Efekt selekcji ma natomiast dominujące znaczenie przy analizie prowadzonej w odniesieniu do emitentów papierów wartościowych. Jest to związane m.in. z różnicami struktury czasowej w ramach niemieckich oraz francuskich papierów wartościowych (tabela 9).

Tabela 9

## Struktura sektorowa niemieckich oraz francuskich papierów wartościowych w portfelu inwestycyjnym oraz benchmarkowym

	Niemieckie papiery wartościowe		Francuskie papiery wartościowe	
	Portfel inwestycyjny	Benchmark	Portfel inwestycyjny	Benchmark
Sektor 0-1	3,75%	-	14,56%	-
Sektor 1-3	38,39%	30,75%	12,15%	21,05%
Sektor 3-5	22,07%	23,24%	22,50%	24,64%
Sektor 5-7	14,78%	19,68%	30,43%	20,89%
Sektor 7-10	21,00%	26,33%	20,36%	33,42%
<b>Total</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>

<sup>71</sup> Ponieważ wpływ alokacji sektorowej wyznaczany jest poprzez porównanie stóp zwrotu portfela benchmarkowego niedoważenie sektora 3-5 znajduje negatywne odzwierciedlenie w efekcie alokacji, mimo że z perspektywy portfela rzeczywistego decyzja o ograniczeniu udziału sektora o dochodowości niższej niż cały portfel wydaje się być słuszna. W przypadku większych odchyień udziału lub dochodowości takiemu zjawisku powinien towarzyszyć istotny wpływ efektu interakcji.

<sup>72</sup> Ponieważ sektor 0-1 nie jest reprezentowany w benchmarku efekt wyboru emisji w tym sektorze uwzględniany jest wyłącznie poprzez interakcję.

## 9.2. Analiza dochodowości przy wykorzystaniu modelu wyróżniającego wpływ *modified duration*

Kolejny z wykorzystanych modeli pozwolił na wyróżnienie obok efektu alokacji sektorów czasowych oraz wyboru poszczególnych emisji, także wpływu decyzji dotyczących poziomu *modified duration* portfela inwestycyjnego.

Tabela 10

Performance attribution na podstawie modelu Krishnamurthi

	Portfel		Benchmark		Wpływ <i>modified duration</i>	Wpływ alokacji	Wpływ selekcji
	<i>Modified duration</i>	Stopa zwrotu/MD	<i>Modified duration</i>	Stopa zwrotu/MD			
Sektor 0-1	0,945	-0,102%	-	-	-	0,011%	-0,007%
Sektor 1-3	1,719	-0,159%	1,721	-0,158%	0,007%	-0,001%	0,000%
Sektor 3-5	3,505	-0,170%	3,441	-0,170%	0,014%	-0,001%	0,000%
Sektor 5-7	4,933	-0,158%	4,940	-0,158%	0,015%	-0,001%	-0,001%
Sektor 7-10	7,024	-0,128%	6,715	-0,131%	0,025%	-0,005%	0,004%
<b>Total</b>	<b>3,819</b>	<b>-0,148%</b>	<b>4,229</b>	<b>-0,148%</b>	<b>0,061%</b>	<b>0,003%</b>	<b>-0,004%</b>

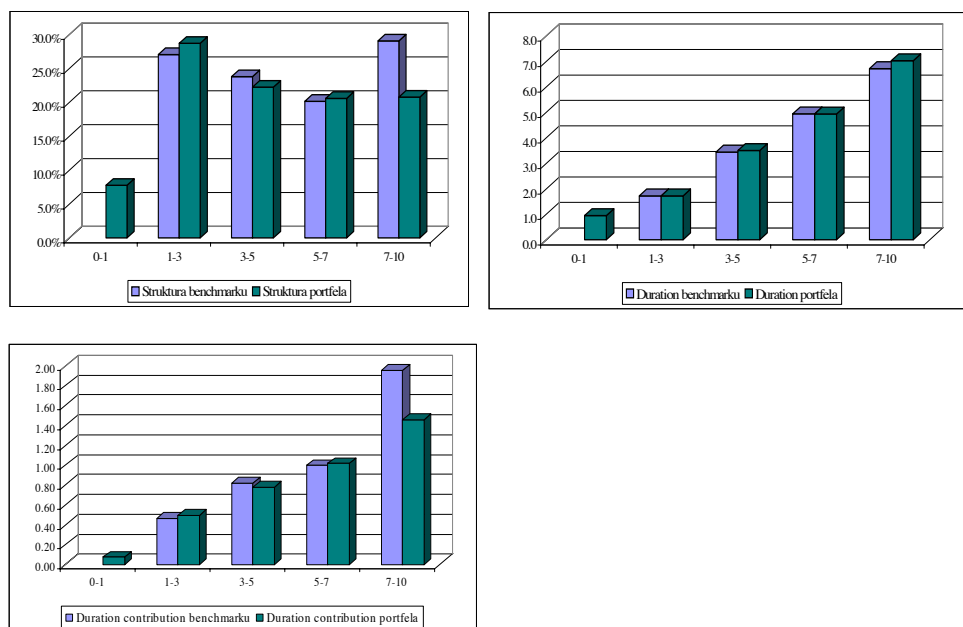
W modelu sektorowym efekt alokacji uwzględniał łącznie wpływ decyzji dotyczących utrzymywania krótszego od benchmarkowego *modified duration* portfela oraz ustawienia względem krzywej rentowności. Ponieważ w analizowanym okresie, mimo pewnego zwiększenia kąta nachylenia krzywych, zmiany rentowności determinowane były przez przesunięcie równoległe, kluczowe znaczenie dla uzyskanego *excess return* miało skrócenie *modified duration*. Znacznie mniejszą rolę odgrywała alokacja sektorowa odzwierciedlająca zajęcie pozycji względem krzywej rentowności.

Analiza decyzji dotyczących przyjętej struktury sektorów czasowych prowadzona w oderwaniu od jej wpływu na ogólny poziom *modified duration* portfela wskazuje na negatywne oddziaływanie niższego zaangażowania w papiery o najdłuższym terminie do zapadalności (sektor 7-10 lat), dla którego relacja stopy zwrotu do *modified duration* kształtowała się korzystniej niż dla całego benchmarku, w związku z relatywnie mniejszym wzrostem rentowności w tym sektorze. Mimo, iż ograniczenie udziału tego sektora przyczyniło się do obniżenia poziomu *modified duration* portfela, w zaistniałych uwarunkowaniach inwestycyjnych korzystniejsze efekty mogłaby przynieść strategia typu *barbell*.

Negatywny wpływ na poziom *excess return* miało również zajęcie długiej pozycji w sektorach 1-3, 3-5 oraz 5-7 charakteryzujących się największym wzrostem rentowności, przy czym w sektorach 1-3 i 3-5 pozycja została zajęta poprzez zwiększenie zaangażowania, podczas gdy w sektorze 3-5 przez wydłużenie *modified duration* (wykres 17).

Wykres 17

## Porównanie parametrów portfela inwestycyjnego oraz benchmarkowego



Wybór poszczególnych emisji w ramach sektorów, podobnie jak w modelu sektorowym, wykazuje niewielki, negatywny wpływ na *excess return*.

### 9.3. Analiza dochodowości przy wykorzystaniu modelu z sekwencyjną wyceną papierów wartościowych

Model wykorzystujący wycenę instrumentów dokonywaną w oparciu o zmiany kolejnych czynników pozwala na analizę oddziaływania na dochodowość upływu czasu do zapadalności oraz zmian krzywej rentowności<sup>73</sup>. Oddziaływanie wyróżnionych czynników na dochodowość zarówno portfela inwestycyjnego, jak i benchmarku przedstawione zostało w tabeli 11.

<sup>73</sup> Analiza przeprowadzana jest w odniesieniu do krzywej rentowności niemieckich rządowych papierów wartościowych.

**Tabela 11****Performance attribution przy wykorzystaniu modelu z wyceną sekwencyjną**

	<b>Portfel</b>	<b>Benchmark</b>	<b>Excess return</b>
Odsetki	0,011%	0,012%	-0,002%
Amortyzacja	-0,003%	-0,005%	0,003%
Roll-down	0,002%	0,003%	-0,001%
Przesunięcie równoległe krzywej	-0,515%	-0,571%	0,056%
Zmiana kształtu krzywej	-0,067%	-0,071%	0,004%
Zmiana spreadu	0,006%	0,007%	-0,001%
<b>Total</b>	<b>-0,566%</b>	<b>-0,625%</b>	<b>0,059%</b>

Najsilniej na dochodowość portfela inwestycyjnego oraz benchmarku oddziaływało przesunięcie równoległe krzywej rentowności, przy czym krótsze *modified duration* portfela przyczyniło się do uzyskania dodatniego *excess return*. Przyjęty model wskazuje również na korzystny wpływ decyzji dotyczących ustawienia względem krzywej rentowności, odzwierciedlony poprzez *excess return* z tytułu zmian kształtu krzywej<sup>74</sup>. Efekt przesunięcia nierównoległego krzywej był dodatni dla papierów wartościowych sektorów 0-1 oraz 7-10 charakteryzujących się relatywnie niższym wzrostem rentowności, w pozostałych sektorach stopa zwrotu wynikająca ze zmianą kształtu krzywej była ujemna. Ostatni uwzględniony w modelu czynnik związany z kształtowaniem się parametrów rynkowych stanowi zmiana spreadu pomiędzy francuskimi oraz niemieckimi papierami wartościowymi. W analizowanym okresie średnio miało miejsce nieznaczne zawężenie spreadu przekładające się na dodatnią stopę zwrotu, zwłaszcza dla papierów wartościowych o terminie zapadalności poniżej 1 roku oraz powyżej 5 lat. Tym samym znaczące zaangażowanie w papiery francuskie sektora 0-1, przy ograniczeniu ich udziału w sektorze 3-5 charakteryzującym się rozszerzeniem spreadu korzystnie wpływało na uzyskany *excess return*.

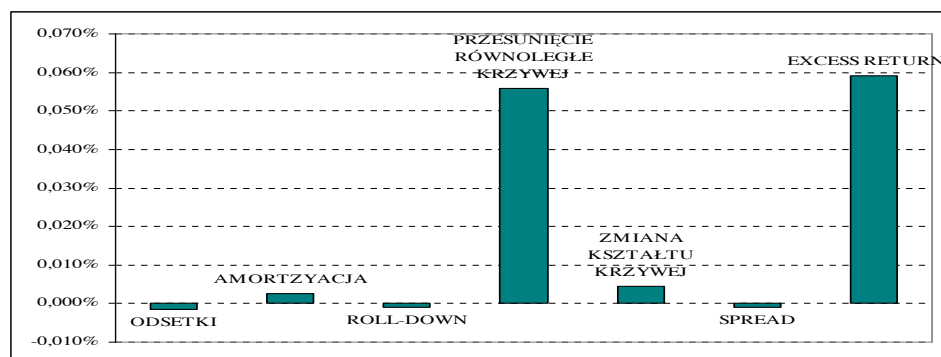
Kolejna grupa czynników oddziałujących na dochodowość portfela związana jest ze zmianą czasu do zapadalności. W ramach tych czynników dominującą rolę odgrywa stopa zwrotu z tytułu naliczonych odsetek. Niższy średni kupon portfela (4,335% wobec 5,052% benchmarku), związany m.in. z ograniczeniem inwestycji we francuskie papiery wartościowe sektora 1-3 charakteryzujące się wysokimi kuponami, przełożył się na ujemny wpływ na *excess return*. Ujemna stopa zwrotu związana jest z

<sup>74</sup> Należy zwrócić uwagę, że dla niemieckich papierów wartościowych czynnik ten obejmuje również zmiany spreadu względem krzywej wynikającego z rynkowej wyceny instrumentów determinowanej przez popyt i podaż zgłaszane na poszczególne emisje. Dla papierów francuskich ten efekt został uwzględniony przy wyznaczaniu stopy zwrotu wynikającej ze zmian spreadu do krzywej niemieckich papierów wartościowych.

oddziaływaniem amortyzacji, ponieważ zarówno w portfelu inwestycyjnym, jak i w benchmarku dominują papiery wartościowe wyceniane z premią (średnia cena czysta na początku okresu wynosi dla portfela około 104,75; podczas gdy dla benchmarku około 106,79). Efekt amortyzacji jest dodatni wyłącznie dla sektora 0-1 (0,011%), którego około 69,5% zostało zainwestowane we francuskie papiery dyskontowe. W warunkach normalnego kształtu krzywej rentowności przeciwstawnie do amortyzacji oddziałuje efekt *roll-down*, zwłaszcza w sektorze 3-5 charakteryzującym się największym kątem nachylenia krzywej. Większy udział tego sektora w benchmarku przekłada się na ujemny wpływ czynnika na uzyskany *excess return*.

#### Wykres 18

##### Wpływ poszczególnych czynników na *excess return*



#### 9.4. Analiza dochodowości przy wykorzystaniu modelu bazującego na wrażliwości

Ostatnia z wykorzystanych metod *performance attribution* bazuje na założeniach modeli opartych na analizie wrażliwości. W modelach tych kluczową rolę odgrywa *modified duration* odzwierciedlająca wrażliwość inwestycji na zmiany rentowności.

Stopa zwrotu portfela inwestycyjnego oszacowana przy wykorzystaniu poziomu *modified duration* oraz zmian rentowności poszczególnych papierów wartościowych wynosi -0,572%, natomiast dla benchmarku -0,632%<sup>75</sup>. Wpływ przyjętych czynników na dochodowość portfela inwestycyjnego oraz benchmarku przedstawiony został w tabeli 12.

<sup>75</sup> Przy wzroście poziomu rentowności *modified duration* przeszacowuje spadek wartości rynkowej portfela, przeszacowanie jest nieznacznie większe dla benchmarku charakteryzującego się wyższym *convexity*. Relacje stóp zwrotu wyznaczonych przy wykorzystaniu pełnej wyceny oraz *modified duration* zostają jednak zaburzone przy porównywaniu poszczególnych komponentów dochodowości, ze względu na różne punkty odniesienia przyjęte w modelach.



Tabela 12

*Performance attribution* przy wykorzystaniu modelu bazującego na analizie wrażliwości

	<b>Portfel</b>	<b>Benchmark</b>	<b>Excess return</b>
Odsetki	0,011%	0,013%	-0,002%
<i>Roll-down</i>	0,002%	0,003%	-0,001%
Przesunięcie równoległe krzywej	-0,513%	-0,568%	0,055%
Zmiana kształtu krzywej	-0,081%	-0,088%	0,007%
Zmiana spreadu	0,004%	0,005%	-0,001%
Składnik resztowy	0,010%	0,010%	0,000%
<b>Total</b>	<b>-0,566%</b>	<b>-0,625%</b>	<b>0,059%</b>

Wyniki modelu są zbliżone do analizy bazującej na sekwencyjnej wycenie portfeli, jednakże generuje on znaczący składnik resztowy wynikający zarówno z nieprecyzyjnego oszacowania zmian wartości dokonywanych wyłącznie w oparciu o pierwszą pochodną, jak również wpływu czynników niewyszczególnionych w modelu np. zmian cen na skutek relacji popytu i podaży na określone emisje.

### 9.5. Podsumowanie wyników analizy *performance attribution*

Przedstawione powyżej modele *performance attribution* różnią się stopniem szczegółowości analizy oraz kompozycją wybranych czynników oddziałujących na uzyskaną dochodowość. Właściwa interpretacja wyników wymaga znajomości założeń przyjętego modelu oraz definicji wyróżnionych czynników. Ponadto należy podkreślić, że przy dążeniu do zapewnienia jak największej szczegółowości analizy, właściwa ocena efektywności zarządzania portfelem musi uwzględniać łączny wpływ realizowanej strategii inwestycyjnej na wyróżnione składniki *excess return*, rozpatrując zależności pomiędzy poszczególnymi czynnikami oraz decyzjami inwestycyjnymi.

Pomimo zróżnicowanego podejścia ogólne wnioski wynikające z analizy przeprowadzonej przy zastosowaniu poszczególnych modeli są spójne – wskazują na dominujące znaczenie dla *excess return* utrzymywania krótszego od benchmarkowego *modified duration* portfela inwestycyjnego, a także korzystny wpływ decyzji dotyczących alokacji w ramach sektorów czasowych, zwłaszcza zaangażowania w sektorze 0-1. Negatywnie natomiast oddziaływał wybór poszczególnych emisji, prowadzący do uzyskania niższej niż w benchmarku stopy zwrotu z tytułu narastających odsetek, efektu *roll-down* oraz zmian spreadu pomiędzy francuskimi oraz niemieckimi papierami wartościowymi.

Modele sektorowe bazujące wyłącznie na danych dotyczących struktury oraz dochodowości poszczególnych sektorów portfela inwestycyjnego oraz benchmarku są najprostsze w implementacji, pozwalając na bieżące monitorowanie wyników *performance attribution*, także w odniesieniu do benchmarku opartego na indeksach zewnętrznych. Jednakże analiza dokonywana w oparciu o te modele charakteryzuje się niskim stopniem szczegółowości, przede wszystkim nie umożliwia wyodrębnienia wpływu decyzji dotyczących ogólnego poziomu *modified duration* portfela inwestycyjnego oraz zajęcia pozycji względem krzywej rentowności. Rozróżnienie wpływu tych dwóch czynników zostało wprowadzone w modelu opracowanym przez Krishnamurthi przy jednoczesnym zachowaniu prostoty kalkulacji opartych na danych dotyczących poziomu *modified duration*, struktury oraz dochodowości poszczególnych sektorów czasowych.

Najpełniejszy obraz wpływu poszczególnych decyzji inwestycyjnych na *excess return* uzyskiwany jest przy zastosowaniu modeli opartych na wycenie sekwencyjnej czy też analizie wrażliwości. Metody te dostosowane do analizy portfeli instrumentów dłużnych uwzględniają czynniki związane zarówno ze zmianami krzywych rentowności, jak i wynikające z upływu czasu do zapadalności. Są to jednak modele znacznie bardziej złożone. Analiza dochodowości w oparciu o modele sekwencyjne wymaga wyznaczenia wartości rynkowej instrumentów dla kilku scenariuszy parametrów, a także wykorzystania danych dotyczących zmian odpowiednich krzywych rentowności oraz spreadów. Zapewniają one jednak dokładniejsze oszacowanie *excess return* z tytułu zmian poszczególnych czynników niż ostatni z przedstawionych typów modeli *performance attribution* opierający się na analizie wrażliwości. Błąd oszacowania tych metod wzrasta wraz ze wzrostem zmienności parametrów rynkowych oraz długością analizowanego okresu, ponieważ nie uwzględniają one wpływu zmian określonych czynników ryzyka na wrażliwość portfeli.

Wybór modelu *performance attribution* jest uzależniony od charakterystyki portfela inwestycyjnego oraz procesu zarządzania aktywami, a także od aspektów technicznych związanych z jego implementacją.

## Bibliografia

1. Ankrim E. (1992): *Risk Adjusted Performance Attribution*. „Financial Analysts Journal”, March/April.
2. Ankrim E., Hensel Ch. (1994): *Multicurrency Performance Attribution*. „Financial Analysts Journal”, March/April.
3. Bacon C. (2002): *Excess Return – Arithmetic or Geometric?* „The Journal of Performance Attribution”, Spring.
4. Brinson G., Singer B., Beebower G. (1991): *Determinants of Portfolio Performance II: An Update*. „Financial Analysts Journal”, May-June.
5. Breuklen van G. (2000): *Fixed-Income Attribution*. „The Journal of Performance Attribution”, Summer.
6. Campisi S. (2000): *Primer on Fixed Income Performance Attribution*. „The Journal of Performance Measurement”, Summer.
7. Campisi S. (2002): *Creating and Managing Custom Benchmarks – A Practitioner’s Guide*. „The Journal of Performance Measurement”, Summer.
8. Carino D. (1999): *Combining Attribution effects Over Time*. „The Journal of Performance Measurement”, Summer.
9. Dieudonne M. (2004): *Principal Component Analysis*. Global Financial Markets, WestLB Research”, August.
10. Dynkin L., Hyman J., Vankudre P. (1998): *Attribution of Portfolio Performance Relative to an Index*. Lehman Brothers Fixed Income Research, March.
11. Dynkin L., Hyman J. (1996): *The Lehman Brothers Return Attribution Model*. Lehman Brothers Fixed Income Research, May.
12. Frongello A. (2002): *Linking Single Period Attribution Results*. „The Journal of Performance Measurement”, Spring.
13. Galdi P. (red.), (2000): *Bond Index Rules and Definitions*. Merrill Lynch. October.
14. *Global Investment Performance Standards* (2005). Association of Investment Management and Research, February.
15. Keller U., Schlatter A. (1999): *Telescopic Sums: A New Method for Performance Analysis of Bond Portfolios*. „The Journal of Fixed Income”, September.
16. Khoury N., Veilleux M., Vian R. (2003): *A Performance Attribution Model for Fixed – Income Portfolios*. „Canadian Investment Review”, Fall.

17. Kophammel A. (2003): *Risk Adjusted Performance Attribution. A New Paradigm for Performance Analysis*. „The Journal of Performance Measurement”, Summer.
18. Krishnamurthi Ch. (2004): *Fixed Income Risk Attribution*. RiskMetrics Group.
19. Laker D. (2000): *That is this Thing Called “Interaction”?* „The Journal of Performance Measurement”, Fall.
20. Laker D. (2003): *Benchmark rebalancing Calculations*. „The Journal of Performance Measurement”, Spring.
21. Mc Laren A. (2000): *A Framework for Multiple Currency Fixed Income Attribution*. „The Journal of Performance Measurement”, Fall.
22. Mc Laren A. (2001): *A Geometric Methodology for Performance Attribution*. „The Journal of Performance Measurement”, Summer.
23. Maitra B., Acar E. (2000/2001): *Optimal Portfolio Selection and the Impact of Currency Hedging*. „The Journal of Performance Measurement”, Winter.
24. Menchero J.G. (2000/2001): *A Fully Geometric Approach to performance Attribution*. „The Journal of Performance Measurement”, Winter.
25. Menchero J.G. (2002): *An Optimized Approach to Linking Attribution Effect Over Time*, „Journal of Performance Measurement”, Summer.
26. Mina J. (2002/2003): *Risk Attribution*. „RiskMetrics Journal” vol. 3, No. 2, Winter.
27. Mirabelli A. (2000/2001): *The Structure and Visualization of Performance Attribution*. „The Journal of Performance Measurement”, Winter.
28. Phoa W. (1998): *Yield Curve Risk Factors: Domestic and Global Contexts*. Quantitative Research, Capital Strategy Research, The Capital Group of Companies.
29. Ramaswamy S. (2001): *Fixed Income Portfolio Management: risk modeling, Portfolio Construction and Performance Attribution*. „The Journal of Performance Measurement”, Summer.
30. Silva da A. (2004): *Performance attribution for fixed income portfolios in Central Bank of Brazil international reserves management*. W: *Risk Management for Central Bank Foreign Reserves*. European Central Bank, May.
31. Simicak A., Zajac M. (2004): *Performance attribution analysis – a home made solution*. W: *Risk Management for Central Bank Foreign Reserves*. European Central Bank, May.
32. Singer B., Karnosky D. (1995): *The General Framework for Global Investment Management and Performance Attribution*. „The Journal of Portfolio Management”, Winter.

33. Singer B. (1996): *Evaluation of Portfolio Performance: Attribution Analysis*. „The Journal of Performance Measurement”, Winter.
34. Spaulding D. (2002): *Investment Performance Attribution: A Guide to what it is, How to Calculate it, and How to Use It*. Mc Graw-Hill, New York.
35. Spaulding D.: *A Case for Attribution Standards, Draft Standards for Performance Attribution*.
36. Stangl G., Schon Ch., Werno P. (2003): *Performance Attribution*. „Index Monitor”, Dresdner Kleinwort Wasserstein Research, August.
37. Stannard J. (1997): *Measuring Investment Returns of Portfolios Containing Derivatives: Part II – Performance Attribution*. „The Journal of Performance Measurement”, Spring.
38. Ziemba W., Mulvey J. (1998): *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press.