

MATERIAŁY I STUDIA

Zeszyt nr 217

SOE-PL – model DSGE małej otwartej
gospodarki estymowany na danych polskich
Metodologia, specyfikacja,
wyniki estymacji i pierwsze zastosowania

Grzegorz Grabek, Bohdan Kłos, Grażyna Utzig-Lenarczyk

Projekt graficzny:

Oliwka s.c.

Skład i druk:

Drukarnia NBP

Wydął:

Narodowy Bank Polski
Departament Komunikacji Społecznej
00-919 Warszawa, ul. Świętokrzyska 11/21
tel. 022 653 23 35, fax 022 653 13 21

© Copyright Narodowy Bank Polski, 2007

Materiały i Studia rozprowadzane bezpłatnie.

Dostępne są również na stronie internetowej NBP: <http://www.nbp.pl>

 Spis treści

I Model DSGE małej otwartej gospodarki i wyniki jego estymacji na danych polskich	8
1 Stochastyczne dynamiczne modele równowagi ogólnej	9
1.1 Modele DSGE	9
1.2 Metodyka budowy empirycznych modeli DSGE	10
1.2.1 Konstrukcja modelu teoretycznego i jego operacjonalizacja.....	11
1.2.2 Postać zredukowana, model w reprezentacji przestrzeni stanów, estymacja	15
1.3 Zastosowania modeli DSGE.	17
2 SOE – Model małej otwartej gospodarki opracowany w Riksbanku . 21	21
2.1 Specyfikacja modelu teoretycznego.	21
2.1.1 Podmioty gospodarcze i ich problemy decyzyjne.....	23
2.1.2 Agregatorzy – wytwórcy krajowych dóbr finalnych	24
2.1.3 Producenci dóbr pośrednich	25
2.1.4 Agregatorzy importowanych dóbr inwestycyjnych i konsumpcyjnych	28
2.1.5 Importerzy dóbr konsumpcyjnych i inwestycyjnych.....	29
2.1.6 Zagregowana konsumpcja i inwestycje	30
2.1.7 Eksporterzy.....	31
2.1.8 Konsumenci – gospodarstwa domowe.....	33
2.1.9 Agregatorzy pracy, płace, zatrudnienie	38
2.1.10 Bank centralny i rząd	40
2.1.11 Otoczenie gospodarki.....	41
2.1.12 Makroekonomiczne warunki równowagi.....	41
2.2 Zaburzenia strukturalne w modelu SOE	43
2.2.1 Procesy rządzące zaburzeniami	43
2.2.2 Trend i zaburzenie permanentne w modelu SOE.....	50
2.3 Postaci modelu SOE	51
2.3.1 Deterministyczna równowaga długookresowa typu steady state modelu SOE.....	52
2.3.2 Postać strukturalna modelu SOE	54
2.3.3 Postać zredukowana modelu oraz model SOE w reprezentacji przestrzeni stanów.....	58
2.3.4 Zmienne mierzalne modelu SOE.....	59

3 SOE-PL – Empiryczny model gospodarki polskiej	62
3.1 Bayesowska estymacja modelu SOE na danych polskich	62
3.1.1 Dane	62
3.1.2 Metoda estymacji	63
3.1.3 Założenia – parametry kalibrowane i rozkłady a priori	65
3.1.4 Wyniki estymacji – charakterystyki rozkładu a posteriori	71
3.2 Charakterystyka dynamicznych cech modelu SOE-PL	78
3.2.1 Reakcje zmiennych na zaburzenia	78
3.2.2 Dekompozycja wariancji	97
3.3 Analizy makroekonomiczne	102
3.3.1 Filtracja – ocena jakości dopasowania	102
3.3.2 Wygładzanie – estymacja zmiennych nieobserwowalnych	104
3.3.3 Dekompozycja historyczna zmiennych obserwowalnych w modelu estymowanym na danych polskich	108
4 Uwagi końcowe	115
II Aneks – dodatki i uzupełnienia	118
A Lista zmiennych i parametrów modelu SOE	119
A.1 Zmienne endogeniczne postaci strukturalnej oraz zmienne obserwowalne reprezentacji przestrzeni stanów	119
A.2 Parametry i zmienne egzogeniczne (zaburzenia) modelu SOE	121
B Równania modelu	125
B.1 Równania deterministycznej równowagi długookresowej	125
B.2 Równania postaci strukturalnej	129
C Analiza porównawcza dynamicznych cech modeli SOE-Euro i SOE-PL	135
Bibliografia	145

Spis tablic

3.1 Wartości parametrów kalibrowanych w empirycznych modelach SOE	66
3.2 Rozkłady <i>a priori</i> estymowanych parametrów w wybranych modelach DSGE . .	69
3.3 Wyniki estymacji – charakterystyki rozkładów <i>a priori</i> i <i>a posteriori</i>	72
3.4 Najważniejsze makroekonomiczne charakterystyki równowagi steady state w wybranych modelach DSGE	73
3.5 Oceny parametrów charakteryzujących sztywności nominalne w empirycznych modelach SOE	74
3.6 Oceny charakterystyk zaburzeń w empirycznych modelach SOE	76
3.7 Oceny parametrów reguły stopy procentowej w wybranych modelach DSGE . .	78
3.8 Dekompozycja wariancji. Część 1.	100
3.9 Dekompozycja wariancji. Część 2.	101
A.1 Postać strukturalna. Zmienne egzogeniczne (θ_t^s) , (θ_t^c) i (θ_t^*) modelu SOE	119
A.2 Postać strukturalna. Zmienne endogeniczne (\tilde{z}_t) modelu SOE	120
A.3 Model przestrzeni stanów. Zmienne obserwowalne (Y_t) w modelu SOE	120
A.4 Parametry modelu SOE	121
A.5 Lista obserwowalnych i nieobserwowalnych zaburzeń (zmienne egzogeniczne) modelu SOE	124

Spis rysunków

3.1 Stacjonarne zaburzenie technologiczne	80
3.2 Niestacjonarne zaburzenie technologiczne	82
3.3 Technologiczne zaburzenie inwestycji	83
3.4 Asymetryczne zaburzenie technologiczne	84
3.5 Zaburzenie preferencji konsumpcyjnych	85
3.6 Zaburzenie podaży pracy	87
3.7 Zaburzenie marży krajowych dóbr pośrednich	88
3.8 Zaburzenie marży importowanych dóbr inwestycyjnych	89
3.9 Zaburzenie marży importowanych dóbr konsumpcyjnych	90
3.10 Zaburzenie marży dóbr eksportowanych	91
3.11 Zaburzenie premii za ryzyko	92
3.12 Zaburzenie stopy procentowej	94
3.13 Zaburzenie celu inflacyjnego	95
3.14 Zaburzenie konsumpcji zbiorowej	96
3.15 Dopasowanie zmiennych obserwowalnych modelu SOE-PL	103
3.16 Zaburzenia nieobserwowalne zidentyfikowane modelem SOE-PL	105
3.17 Zaburzenia obserwowalne zidentyfikowane modelami SVAR	106
3.18 Dekompozycja historyczna – brak zaburzeń	109
3.19 Dekompozycja historyczna – zaburzenia zewnętrzne	110
3.20 Dekompozycja historyczna – zaburzenia zewnętrzne i polityka makroekonomiczna	111
3.21 Dekompozycja historyczna – zaburzenia zewnętrzne i technologiczne	112
3.22 Dekompozycja historyczna – zaburzenia zewnętrzne i zaburzenia marż	112
3.23 Dekompozycja historyczna – zaburzenia zewnętrzne i zaburzenia preferencji	113
3.24 Dekompozycja historyczna wszystkie zaburzenia obserwowalne i nieobserwowalne z wyjątkiem efektów polityki monetarnej	114
C.1 SOE-PL – SOE-Euro. Stacjonarne zaburzenie technologiczne	136
C.2 SOE-PL – SOE-Euro. Inwestycyjne zaburzenie technologiczne	137
C.3 SOE-PL – SOE-Euro. Zaburzenie preferencji konsumpcyjnych	138
C.4 SOE-PL – SOE-Euro. Zaburzenie podaży pracy	139
C.5 SOE-PL – SOE-Euro. Zaburzenie marży krajowych producentów dóbr pośrednich	140
C.6 SOE-PL – SOE-Euro. Zaburzenie marży importerów dóbr inwestycyjnych	141
C.7 SOE-PL – SOE-Euro. Zaburzenie premii za ryzyko	142
C.8 SOE-PL – SOE-Euro. Zaburzenie stopy procentowej	143

Streszczenie

Opracowanie przedstawia podstawy teoretyczne dynamicznego, stochastycznego modelu równowagi ogólnej małej otwartej gospodarki (modelu DSGE SOE) oraz główne elementy konstrukcyjne jego empirycznej wersji opracowanej w Banku Centralnym Szwecji (Sveriges Riksbank) przez M. Adolfson, S. Laseéna, J. Lindé i M. Villaniego. Model SOE został następnie estymowany metodami bayesowskimi na próbie obejmującej kraje strefy euro (SOE-Euro) i Szwecji (SOE-Sweden). Korzystając ze wskazówek oraz oryginalnego oprogramowania modelu wykonanych przez zespół badawczy Riksbanku latem 2005, a następnie — po gruntownej weryfikacji danych — wiosną 2006 roku w NBP podjęto próbę oszacowania tego modelu na danych polskich. Niniejszy dokument przedstawia zatem zarówno model teoretyczny (model SOE), jak też wyniki estymacji jego empirycznej wersji na danych polskich (SOE-PL).

Przygotowując niniejsze opracowanie korzystano z podstawowej, publikowanej pozycji (M. Adolfson, S. Laseén, J. Lindé, M. Villani *Bayesian Estimation of an Open Economy DSGE Model with Incomplete Pass-Through*, Sveriges Riskbank Working Paper Series 179, Marzec 2005) zawierającej charakterystykę „oficjalnej” wersji modelu SOE (i SOE-Euro), jak też z udostępnionych przez Autorów materiałów i notatek wewnętrznych oraz oprogramowania modelu (skryptów MATLAB’a). Jednak — między innymi z uwagi na objętość — nie staramy się tutaj przedstawić kompletnego opisu szczegółów modelu. Materiał przygotowany przez Adolfson i in. (2005a) jest nadal podstawowym i najbardziej szczegółowym źródłem informacji o modelu SOE. My poprzestajemy na prezentacji makro- i mikroekonomicznej struktury wnioskowania leżącej u podstaw modelu teoretycznego, zwracając uwagę na rolę „głębokich parametrów” modelu oraz zaburzeń rządzących wahaniami i ewolucją zmiennych modelu.

Opracowanie składa się z trzech części. Pierwsza — to szkic pokazujący specyfikę modeli DSGE oraz jedną z metod budowy modeli DSGE. W drugiej — będącej w dużym stopniu streszczeniem materiałów źródłowych — prezentujemy model teoretyczny SOE. Wyniki bayesowskiej estymacji modelu (obejmującej obok ocen parametrów, także charakterystykę dynamicznych cech modelu oraz pierwsze analizy makroekonomiczne) wykonanej na danych polskich znajdują się w ostatniej części.

I

Model DSGE małej otwartej gospodarki
i wyniki jego estymacji na danych polskich

1

Stochastyczne dynamiczne modele równowagi ogólnej

1

1.1 Modele DSGE

Dynamiczne, stochastyczne modele równowagi ogólnej (modele DSGE) są, zarówno od strony ekonomicznej, jak też technicznej, jedną z najbardziej złożonych konstrukcji, jakie spotyka się we współczesnej makroekonomii. Modele te łączą metodyczne i poznawcze doświadczenia szkoły realnych cykli koniunkturalnych (RBC), nowej szkoły keynesowskiej, nowej makroekonomii gospodarki otwartej (NOEM), a nawet nowej ekonomii instytucjonalnej, by w połączeniu z szeregiem wątków spotykanych w mikroekonomii i dorobkiem nauk ilościowych (aparaturą pojęciową, technikami formalnymi) zaproponować sposób opisu funkcjonowania gospodarki odwołujący się do mikroekonomicznych wzorców zachowań poszczególnych grup podmiotów (a zatem głęboko związany z teorią). Makroekonomiczne rezultaty tych zachowań analizowane są z punktu widzenia wniosków proponowanych przez współczesną makroekonomię i weryfikowane w sposób formalny zespołem technik, które do tej pory rzadko były stosowane łącznie.

Zasadniczym wkładem szkoły RBC w modele DSGE jest podkreślenie roli zaburzeń realnych, nowa szkoła keynesowska dodała, między innymi, zaburzenia nominalne oraz opóźnienia (sztywności) w procesie dostosowań. Ogólniej można powiedzieć, iż ta klasa modeli opiera się na zaburzeniach, które nie tyle (nie tylko) „przeszkadzają” w gładkim funkcjonowaniu gospodarki albo mają naturę „reszt” w równaniach (reprezentują to, czego sam model nie potrafi wyjaśnić), ale także mają zdolność do kreowania jakościowo nowych sytuacji. W tym sensie mówi się czasem, że modele DSGE są „sterowane i napędzane” przez zaburzenia. Podkreślamy rolę zaburzeń, ale istnieje drugi składnik charakterystyczny dla modeli DSGE — jest nim równowaga rozumiana jako stan, w którym racjonalne i optymalizujące podmioty postępują zgodnie z zasadami (formalnie są to równania Eulera,

warunki pierwszego rzędu ekstremum itp. wyprowadzane z problemów decyzyjnych podmiotów), które warunkują uzyskanie (ich mikroekonomicznego) optimum przy istniejących bieżących i przyszłych (przewidywanych) ograniczeniach. Sprzeczne interesy uzgadniane są przez makroekonomiczne warunki równowagi na poszczególnych rynkach przy danym (zakładanym) typie konkurencji. Oczywiście, rodzaj uzyskiwanej w skali makro równowagi zależy od założonych wcześniej cech gospodarki. Decydując się na uwzględnienie (np.) podatków dochodowych, nierynkowych systemów cenotwórstwa, efektów zewnętrznych (itp.) równowaga w skali makro nie będzie miała cech optymalności w sensie Pareto. W każdym razie, rozwiązując model uzyskujemy informację zarówno o potencjalnym optimum podmiotów (w skali mikro), równowadze w skali makro — w krótkim, jak i długim okresie — oraz opis sposobu reagowania podmiotów na odchylenia od stanu przez nich pożądanego — dynamika modelu jest efektem optymalizacyjnych zachowań podmiotów z uwzględnieniem struktury wag występujących w ich funkcjach celu, typu konkurencji, istniejących sztywności realnych i nominalnych, rodzaju prowadzonej polityki (itp.)¹.

1.2 Metodyka budowy empirycznych modeli DSGE

Konstrukcja empirycznego modelu DSGE jest wieloetapowym procesem, który odbiega od klasycznej techniki budowy (wielorównaniowych) modeli strukturalnych (makroekonometrycznych)². Ujmując rzecz bardzo szkieletowo — więcej szczegółów podamy dalej — składa się nań konstrukcja sformalizowanego modelu teoretycznego opisującego, między innymi, mikroekonomiczną równowagę (optimum) podmiotów, warunki konkurencji oraz warunki bilansowe w skali makro. W kolejnym kroku dokonuje się uproszczenia i operacjonalizacji modelu teoretycznego, by w efekcie uzyskać postać, którą można — na drodze analogii — nazwać *postać strukturalną* modelu. Historycznie rzecz biorąc termin *postać strukturalna* modelu był zarezerwowany dla takiej postaci modelu, w której występują parametry posiadające cechę niezmienniczości. Analogia, do której odwołujemy się tutaj, dotyczy tradycyjnych (klasycznych) makroekonometrycznych modeli strukturalnych bez względu

¹Jest to jedna z ważniejszych zalet modeli DSGE sprawiająca, że w klasyfikacji modeli empirycznych Pagana (2003b) modele DSGE traktowane są w szczególny sposób. Klasyczne modele strukturalne — jeśli już formułują wnioski dotyczące zachowań (relacji) długookresowych i wnioski te okazują się ekonomicznie interpretowalne — kwestię sposobu powrotu do takiego stanu równowagi traktują mechanicznie dokonując prostej aproksymacji.

²Choć niniejsze uwagi metodyczne powstały w efekcie przestudiowania szeregu raportów charakteryzujących empiryczne modele DSGE, tak „akademickie”, jak i wykorzystywane w bankach centralnych (np. Adolfson i in., 2005a,b; Christiano i in., 2001, 2005; Smets, Wouters, 2002a,b, 2004; Altig i in., 2004; Bayoumi i in., 2004; Maih, 2005; Pytlarczyk, 2005; Justiniano, Preston, 2004; Dib, 2001; Benesz i in., 2005; Cúrdia, Finocchiaro, 2005; Harrison i in., 2005; Alvarez-Lois i in., 2005a; Lubik, Schorfheide, 2006; Murchison, 2004; Kowal, 2004; Kilponen, Ripatti, 2006; Erceg i in., 2004; Coenen i in., 2006; Kapetanios i in., 2005) oraz opracowań poświęconych narzędziom formalnym i problemom modelowania (np. Canova, Sala, 2005; Canova, 2005; An, Schorfheide, 2005; Pagan, 2003a; Fukac, Pagan, 2006; Fukac i in., 2006; Hansen, Prescott, 1995; Donthine, Donaldson, 1995; Chow, 1997; Judd, 1996), Czytelnik powinien traktować je bardziej jako szkice jednego z istniejących nurtów niż wyczerpującą charakterystykę metodologii DSGE.

na to, czy podlegają krytyce Lucasa, czy też nie³.

Postać strukturalna opiera się na zmiennych konceptualnych (przy pomocy których budowany jest model teoretyczny). Zmienne te jedynie w wyjątkowym przypadku są obserwowalne i mierzalne. Dlatego też zwykle nie można tej postaci poddać weryfikacji empirycznej, ogólniej — konfrontować z danymi tak, jak to się czyni z klasycznymi modelami strukturalnymi. W przypadkach, które są przedmiotem naszej uwagi, postać strukturalną przekształca się w *postać zredukowaną* (tzn. rozwiązuje się model względem zmiennych endogenicznych, eliminując zmienne antycypacyjne), którą następnie przeformułowuje się w *reprezentację modelu przestrzeni stanów*. Charakterystyczną cechą modelu w reprezentacji przestrzeni stanów jest podział zmiennych na *zmienne stanu* (tu będą to głównie zmienne konceptualne modelu teoretycznego) i *zmienne mierzalne* oraz odpowiadające im dwa bloki równań — *równań przejścia* (opisujące dynamikę zmiennych stanu) oraz *równań pomiaru* (opisujące związki zmiennych stanu i zmiennych mierzalnych). To, w jaki sposób zmienne stanu wiążą się ze zmiennymi obserwowalnymi jest osobnym zagadnieniem. Opis tych relacji musi uwzględniać zastosowane w modelu teoretycznym konwencje agregacji, rodzaje występujących zmiennych i ich zakresy (itp.), a także specyfikę bazy statystycznej (z uwzględnieniem procedur pomiaru statystycznego) — jest to zatem zagadnienie wymagające osobnych prac. Główną zaletą modelu przestrzeni stanów jest jednak możliwość wyprowadzenia funkcji wiarygodności, a zatem i estymacji parametrów. Zamiast klasycznej estymacji (np. MNW), z którą związane są znaczące problemy techniczne (np. wymagane są długie próby), coraz częściej sięga się jednak po techniki bayesowskie, które pozwalają w sposób systematyczny łączyć wiedzę ekspercką z danymi, a dostarczone w taki sposób dodatkowe informacje (informacje spoza próby) pozwalają także pokonywać problemy techniczne.

1.2.1 Konstrukcja modelu teoretycznego i jego operacjonalizacja

Jak zaznaczano wcześniej, pierwszym etapem budowy modelu DSGE jest konstrukcja sformalizowanego modelu teoretycznego. Równowaga ogólna to stan, w którym wszystkie racjonalne i antycypujące (jednorodne lub niejednorodne) podmioty próbują osiągnąć swoje indywidualne (lokalne, mikroekonomiczne) optimum, konieczne jest zatem jawne zadeklarowanie ich celów (preferencji) oraz warunków brzegowych (ekonomicznych, instytucjonalnych, zwyczajowych), w jakich dokonywany jest wybór. Zadanie decyzyjne podmiotów ma, oczywiście, dynamiczny i antycypacyjny (międzyokresowy) charakter. Każdy z podmiotów — po rozwiązaniu swojego problemu decyzyjnego — uzyskuje zbiór reguł postępowania, które to reguły biorą pod uwagę zarówno to, co się już wydarzyło, jak i oczekiwane zdarzenia przyszłe. Charakter i sposób formułowania oczekiwań jest jednym z założeń modelu, aczkolwiek — w znanych nam przypadkach — wariant oczekiwań

³Pierwotną postacią teoretycznego modelu DSGE (punktem startowym do budowy postaci strukturalnej) jest — w naszym przekonaniu — sam opis zadań decyzyjnych podmiotów, opis warunków równowagi w skali mezo i makro oraz charakterystyka zachowań podmiotów, które — *explicite* — nie optymalizują, bez wyprowadzania optymalnych reguł postępowania oraz uproszczeń pozwalających na formułowanie wniosków.

antycypacyjnych zgodnych z modelem dominuje. Regułami postępowania podmiotów są warunki pierwszego rzędu (łącznie z tzw. warunkami transwersalności) równowagi cząstkowej (na poziomie mikro) podmiotów⁴. Równowaga ogólna powstanie w efekcie uwzględnienia zachowań wszystkich podmiotów — w tym także zachowań podmiotów, które jawnie nie dokonują optymalizacji, ale mają *explicite* zdefiniowane zasady zachowań, przykładami mogą tu być bank centralny i rząd⁵ — oraz zasad funkcjonowania rynków (typów konkurencji), na których spotykają się podmioty. Częścią tych zasad są makroekonomiczne warunki bilansowe (produktów, czynników, aktywów) oraz makroekonomiczne ograniczenia instytucjonalne — tak powstaje koncepcja modelu teoretycznego.

W modelu teoretycznym, dokładniej w zadaniach decyzyjnych podmiotów, charakterystykach rynków, opisie technologii, warunkach budżetowych (itp.) pojawia się szereg parametrów. Parametry te charakteryzując warunki, w jakich podejmowane są decyzje, wpływają na reguły zachowań podmiotów — są więc pierwotnym punktem odniesienia przy kształtowaniu zachowań na poziomie mikro. Często określa się je mianem „głębokich parametrów”, by zaznaczyć ich względną niezmienniczość oraz jakościową różnicę między parametrami np. postaci strukturalnej (klasycznych modeli strukturalnych), które — będąc funkcjami „głębokich parametrów” i zmiennych — zwykle nie są stałe. Część parametrów, które wyznaczają zachowania podmiotów (a więc powinny mieć cechy „głębokich parametrów”) podlega zaburzeniom, których natura jest także przedmiotem modelowania — charakterystyki procesów stochastycznych rządzących wahaniami (dla zaburzeń stacjonarnych) lub ewolucją parametrów (przy zaburzeniach niestacjonarnych) — np. wartości oczekiwane, wariancje, autokorelacja (uporczywość) — stają się elementem modelu, osobną grupą „głębokich parametrów”. Patrząc z czysto formalnego punktu widzenia, losowe parametry problemów decyzyjnych podmiotów w modelu uzyskują status zmiennych egzogenicznych, a charakterystyki procesów stochastycznych opisujących ich wahania stają się parametrami mającymi cechę niezmienniczości. Przyjmując, że część parametrów modelu jest losowa, definiujemy kanały, przez które szeroko rozumiana losowość (niepewność) wchodzi do problemów decyzyjnych podmiotów i całej gospodarki⁶. Choć

⁴Formalne wyznaczenie takich warunków wymaga zastosowania niestandardowych metod — w prostszych przypadkach technik programowania dynamicznego (zasady optymalności Bellmana), w bardziej złożonych (np.) technik stochastycznych mnożników Lagrange’a, a dodatkowo metod aproksymacyjnych pozwalających znaleźć rozwiązania pojawiających się tu problemów matematycznych.

⁵Jest to oczywiście jedna z możliwości ulokowania decydentów w gronie podmiotów uczestniczących w grze rynkowej. Najbardziej zaawansowanym, ale jeszcze nie stosowanym szerzej w empirycznych modelach DSGE, byłoby jawne sformułowanie funkcji preferencji każdego ośrodka polityki makroekonomicznej i potraktowanie relacji między podmiotami (firmy, gospodarstwa, bank centralny, rząd itp.) w kategoriach dynamicznej gry, której uczestnicy mają zróżnicowane pozycje, inny dostęp do informacji itp.

⁶Naturę losowych parametrów problemów decyzyjnych można porównywać do boi nawigacyjnej umieszczonej na wodzie. Boja, będąc nieustannie w ruchu, pozostaje w gruncie rzeczy w tym samym miejscu wskazując sternikom, jak mają płynąć ich statki, by bezpiecznie osiągnąć cel. Losowe parametry, których bieżące wartości podlegają wahanom, mają — znane racjonalnym, antycypującym podmiotom — wartości oczekiwane, a zatem także jest możliwość dokonanie optymalizacji i wyboru. Jeśli zaburzenia parametrów charakteryzują się uporczywością, podmioty uzyskują szansę przewidzenia jak odchyli się parametr od swojej „normalnej wartości” (wartości oczekiwanej), co pozwoli lepiej dopasować decyzje do aktualnej sytuacji.

na gospodarkę równocześnie oddziałuje wiele zaburzeń, to — posługując się modelem teoretycznym — można badać strukturę takiego kompleksu szoków — jest on bowiem złożeniem pojedynczych (niezależnych) zaburzeń o jawnie zdefiniowanej naturze. W tym sensie są to więc zaburzenia strukturalne⁷.

Budując model teoretyczny uwagę koncentrujemy na zagadnieniu, które jest przedmiotem badania oraz odpowiednich podstawach teoretycznych, kwestie kwantyfikowalności zmiennych, pomiaru, dostępności danych, możliwości estymacji (itp.) nie są (nie powinny być) na tym etapie prac brane pod uwagę — zasadniczą rolę odgrywa logika, spójność wewnętrzna i związki z mikro- i makroekonomią. W modelu tym występują zatem zmienne konceptualne, charakteryzujące interesujące nas aspekty zachowań podmiotów i konsekwencje tych zachowań. Dążąc do uzyskania najlepszej charakterystyki badanego zjawiska często uzyskujemy konstrukcję, na podstawie której praktycznie nie można formułować wniosków — nawet jakościowych, jest bowiem ona zbyt skomplikowana. Sam model teoretyczny budowany jest w oparciu o zestaw pojęć i zmiennych zaczerpniętych z teorii (mikro- i makroekonomii), zmiennych konceptualnych. Konieczna jest zatem operacjonalizacja (np. przededefiniowanie pojawiających się pojęć, selekcja materiału) i uproszczenie modelu (jawne wyznaczenie reguł decyzyjnych, zastąpienie skomplikowanych nieliniowych (uwikłanych) zależności, przez prostsze (np. liniowe), które jednakże potrafią uchwycić pewne elementy badanego przez nas aspektu itp.) tak, by uzyskać postać modelu umożliwiającą wnioskowanie lub/i estymację parametrów.

Sposób upraszczania modelu, czy szerzej sprowadzania do postaci dającej możliwość wnioskowania, — obok aspektu ekonomicznego — ma także wymiar formalny. W zależności od stopnia złożoności problemu stosuje się bowiem różne techniki aproksymacji. Canova (2005, rozdz. 2) wskazuje na przynajmniej trzy klasy technik: (a) dyskrecjonalizacji przestrzeni zaburzeń i stanów, (b) log-linearyzację i aproksymację drugiego rzędu oraz (c) parametryzację oczekiwań, wyraźnie zaznaczając, że zaproponowana klasyfikacja nie pretenduje do bycia wyczerpującą i z pewnością nie obejmuje wszystkich dostępnych (stosowanych) technik i procedur. Omawiany dalej model SOE powstał w efekcie zastosowania techniki zaliczanej do grupy (b), dlatego dalsze uwagi koncentrujemy na tym przypadku, dokładniej na przypadku, w którym *explicite* uzyskuje się liniową postać strukturalną oraz liniowy model w reprezentacji przestrzeni stanów.

⁷ Alvarez-Lois i in. (2005b) proponują inną interpretację roli stochastycznych parametrów w empirycznym modelu DSGE. W ich opinii w modelach DSGE istnieją problemy ze statystyczną identyfikacją parametrów (deterministyczne równania postaci strukturalnej powodują osobliwość macierzy kowariancji), a zatem i estymacją parametrów. Trzeba zatem wprowadzić gdzieś do modelu zaburzenia losowe. Jednym ze sposobów jest uznanie części parametrów za stochastyczne — tak, jak to charakteryzujemy w tekście. Źródłem tej techniki są — w opinii cytowanych autorów — prace Smetsa i Woutersa. Jako konkurencyjne rozwiązania proponują uwzględnianie błędów pomiaru zmiennych — ten wątek rozważań pochodzi z pracy Irelanda (2004). Trzecią propozycją jest technika „core/non-core” znana z modelu BEQM (model DSGE Banku Anglii, por. Harrison i in. (2005)). Ponieważ model teoretyczny, będąc daleko idącym uproszczeniem rzeczywistości, charakteryzuje się słabym dopasowaniem do danych, *implicite* definiuje się „reszty”, które są następnie „wyjaśniane” odrębną grupą zmiennych („non-core model”). Ubocznym efektem jest tutaj lepsze dopasowanie całego modelu do danych.

Modele DSGE opisują reakcje podmiotów na odchylenie od stanu ich mikroekonomicznej równowagi (optimum) — jest to zatem charakterystyka dynamiki gospodarki. Z uwagi na stochastyczny charakter parametrów (oraz inercję zaburzeń) występujących w problemach decyzyjnych, indywidualne reguły decyzyjne pokazują jak zachowywać się, by wykorzystać także (opóźnione) efekty zaburzeń. W tym sensie mikroekonomiczna równowaga (optimum) podmiotów nieustannie zmienia się. W rozważanej przez nas klasie modeli przyjmuje się, że istnieje — dodatkowo — specyficzny stan, w którym wszystkie podmioty uzyskują swoje optimum i równocześnie wyczerpywane są wszelkie możliwości arbitrażu, zaburzenia (szoki) nie występują, zaabsorbowane zostały wszystkie wstrząsy z przeszłości, a podstawowe zmienne mają dynamikę zgodną z długookresowymi tendencjami. Tego typu stan nazywać będziemy deterministyczną równowagą długookresową typu *steady state*⁸. Z modelu teoretycznego wyprowadza się zatem charakterystykę równowagi długookresowej (obok równowagi krótkookresowej podmiotów i równowagi w skali makro) i jest to jedna z ważniejszych czynności tego etapu budowy modelu, wymagająca — często — dodatkowych założeń, uproszczeń i selekcji materiału uzyskanego w trakcie budowy modelu teoretycznego.

Znaczący odsetek modeli DSGE powstaje poprzez przekształcenie (nieliniowych) reguł postępowania podmiotów, warunków bilansowych (itp.), tak by opisywały skutki odchylenia poszczególnych zmiennych od ich stanu długookresowej równowagi. Stosowanych jest szereg technik aproksymacji (log-linearyzacja wokół równowagi długookresowej, aproksymacja drugiego lub wyższych rzędów wokół równowagi *steady state* itp.) by uzyskać odpowiednik postaci strukturalnej modelu. Jednak tylko w części przypadków (np. log-linearyzacji, kwadratowo-liniowych problemów decyzyjnych) część równań postaci strukturalnej można interpretować tak, jak to czyni się w przypadku „klasycznych” makroekonometrycznych modeli strukturalnych. Dlatego, często, sama postać strukturalna nie jest jawnie specyfikowana przez autorów modeli DSGE, bowiem stanowi jedynie etap pośredni w ich dalszych poszukiwaniach. Tu, dla ustalenia uwagi i ułatwienia dalszej analizy, zaproponujemy poniższą liniową postać strukturalną modelu, a w toku dalszej prezentacji będziemy także przyjmowali, że dysponujemy aproksymacją modelu pozwalającą na macierzowy zapis kolejnych postaci modelu⁹:

$$\begin{cases} \mathbb{E}_t [\alpha(\varphi)_0 z_{t+1} + \alpha(\varphi)_1 z_t + \alpha(\varphi)_2 z_{t-1} + \beta(\varphi)_0 \theta_{t+1} + \beta(\varphi)_1 \theta_t] = 0, \\ \theta_t = \rho \theta_{t-1} + Q_\theta \varepsilon_t^{iid}, \quad \mathbb{E}(\varepsilon_t^{iid})(\varepsilon_t^{iid})' = I, \end{cases} \quad (1.1)$$

⁸Terminów *równowaga długookresowa*, *równowaga steady state* lub samego *steady state* będziemy używali zamiennie, aczkolwiek z formalnego punktu widzenia bardziej adekwatnym terminem byłby *punkt stanu ustalonego*.

⁹Technikę aproksymacji reguł decyzyjnych podmiotów rzędu wyższego niż pierwszy szerzej omawia np. Schmitt-Grohé, Uribe (2004), jednym z nielicznych przykładów modeli empirycznych budowanych z wykorzystaniem aproksymacji drugiego rzędu jest model Amisano, Tristani (2005). Szerszy przegląd stosowanych technik przedstawia Canova (2005), który także podkreśla, że wybór techniki aproksymacji jest istotnym założeniem z punktu widzenia dynamicznych cech modelu (Canova, 2005, str. 65 i nast.).

gdzie: (z) jest wektorem zmiennych endogenicznych, (θ) — wektorem zmiennych egzogenicznych, $(\alpha(\varphi)_i, \beta(\varphi)_i)$ — macierzami parametrów postaci strukturalnej, (φ) — wektorem głębokich parametrów modelu, (ρ, Q_θ) — macierzami charakteryzującymi strukturę stochastyczną zaburzeń losowych (ε) .

Analizując układ równań (1.1), warto zwrócić uwagę na trzy kwestie. Po pierwsze, parametry postaci strukturalnej (α_i, β_i) są w ogólnym przypadku nieliniowymi funkcjami „głębokich parametrów” modelu¹⁰. Formalnie, komplet głębokich parametrów obejmuje tutaj $\aleph \equiv (\varphi, \rho, Q_\theta)$. Ewentualna estymacja powinna zatem dotyczyć (\aleph) , a nie zestawu $(\alpha_i, \beta_i, \rho, Q_\theta)$. Po drugie, termin *zmienne egzogeniczne modelu* powinien być interpretowany dość rygorystycznie, tzn. są to zmienne, których poziom i dynamika wynika z działania „obiektywnego” procesu (mechanizmu probabilistycznego — w powyższej formule, mechanizm ten jest opisany drugim równaniem) niezależnego od działań i zachowań podmiotów optymalizujących, czy decydentów. Zmienne te nie są także „instrumentem” polityki gospodarczej i nie można nimi sterować. Trzecie ważne spostrzeżenie dotyczy konsekwencji techniki, jaką często stosuje się by uzyskać postać (1.1), tzn. log-linearyzacji. Technika ta w przybliżeniu odpowiada rozwinięciu zależności nieliniowych (tu np. warunków koniecznych zadań decyzyjnych) w szereg Taylora i uwzględnieniu jedynie czynników pierwszego rzędu¹¹. Jak wspomniano wcześniej, warunki konieczne rozwija się wokół punktu deterministycznej równowagi długookresowej typu *steady state*. Efektem przekształceń jest wyrażenie zmiennych endogenicznych modelu w formie (procentowych) odchyień od równowagi długookresowej. Jednak, na mocy konstrukcji modelu, równania opisują równocześnie reakcje podmiotów na naruszenie ich indywidualnego optimum oraz makroekonomicznych warunków bilansowych, które w danym punkcie czasu nie muszą być tożsame z deterministycznym *steady state*. Forma, w jakiej wyrażone są zmienne ukrywa zatem nieco rzeczywistość ich treści.

1.2.2 Postać zredukowana, model w reprezentacji przestrzeni stanów, estymacja

W postaci strukturalnej modelu, takiej jak (1.1), zmienne endogeniczne zależą od zmiennych egzogenicznych oraz innych zmiennych endogenicznych, w tym także przyszłych zmiennych endogenicznych (z_{t+1}) . Naturalnym wydaje się zatem „rozwiązanie” takiego modelu, tzn. wyznaczenie zmiennych endogenicznych jako funkcji zmiennych egzogenicz-

¹⁰Ponieważ równowagę *steady state* definiują właśnie „głębokie parametry”, w dalszych rozważaniach nie będziemy się zbyt konsekwentnie odwoływać do tej konstrukcji, uznając, że mamy tu do czynienia z funkcjami (φ) . Oczywiście dokonanie np. log-linearyzacji wymaga wyznaczenia punktu, wokół którego rozwija się wyrażenie w szereg Taylora.

¹¹Nie rozводzimy się szerzej nad konsekwencjami pominięcia czynników wyższego rzędu oraz błędów, jakie powstają, gdy gospodarka znajdzie się bardzo daleko od *steady state*, uznając występowanie takich błędów za oczywiste, a temat za przekraczający ramy niniejszego szkicu. Dla porządku zwracamy jednak uwagę, że istnieją techniki aproksymacji zmniejszające ten błąd, np. technika parametryzowanych oczekiwań (por. np. Canova, 2005, rozdział 2), czy wspomniana wcześniej aproksymacja funkcji reakcji z dokładnością do czynników wyższych niż pierwszego rzędu. Kosztem jest jednak znacząca komplikacja obliczeń.

nych i endogenicznych opóźnionych. Technicznie rzecz biorąc jest to sprowadzanie modelu do postaci zredukowanej. Postać tę zapiszemy jako:

$$\begin{cases} z_t = A(\varphi) z_{t-1} + B(\varphi) \theta_t, \\ \theta_t = \rho \theta_{t-1} + Q_\theta \varepsilon_t^{iid}, \end{cases} \quad \mathbb{E}(\varepsilon_t^{iid})(\varepsilon_t^{iid})' = I. \quad (1.2)$$

Z wyjątkiem bardzo prostych, a więc pozbawionych praktycznego znaczenia przypadków, przekształcanie postaci strukturalnej w postać zredukowaną wykonywane jest technikami numerycznymi i nie można analitycznie wyznaczyć związków macierzy (A) i (B) z parametrami postaci strukturalnej (α_i, β_i), czy też głębokimi parametrami (\aleph). Technika rozwiązywania modelu zależy od sposobu formułowania oczekiwań, w przypadku oczekiwań racjonalnych i antycypacyjnych (jest to — jak się wydaje — nadal najczęściej spotykany przypadek) oraz modeli liniowych (względem zmiennych) istnieje cały szereg opisanych w literaturze i efektywnie oprogramowanych algorytmów korzystających z idei współczynników nieoznaczonych lub punktu siodłowego, por. np.: Blanchard, Khan (1980); McCallum (1998); Klein (2000); Sims (2000); Anderson, Moore (1985).

Dalsza praca z modelem danym równaniami (1.1)-(1.2) przebiega zależnie od celów badacza oraz cech postaci strukturalnej i zredukowanej. Jeśli autora interesują jedynie analizy teoretyczne (jakościowe), to można wykorzystać postać zredukowaną do np. wyznaczenia funkcji reakcji zmiennych modelu na zaburzenia (IRF), uprzednio przyjmując założenia dotyczące wszystkich wartości parametrów modelu (\aleph). Znaczna część opracowań publikowanych we współczesnych periodykach ekonomicznych opiera się na tego typu metodzie. W specjalnym przypadku, w którym wszystkie zmienne postaci strukturalnej modelu są obserwowalne (mieralne) można dopasowywać parametry modelu tak, aby reakcje modelu najlepiej odtwarzały charakter funkcji reakcji (IRF) uzyskanych z osobno estymowanego modelu VAR (SVAR). Przykładem zastosowania takiej metody jest model Christiano i in. (2005), którzy zaproponowali i zastosowali sformalizowaną technikę dopasowywania parametrów. Inną możliwością w tym przypadku jest też bezpośrednia estymacja postaci strukturalnej modelu (równań Eulera) np. uogólnioną metodą momentów. Oczywiście, estymacja czy dopasowanie parametrów tak, jak to uczynili Christiano i in. (2005), otwiera możliwości formułowania także wniosków ilościowych. Jeśli wśród zmiennych modelu znajdują się zmienne nieobserwowalne, a celem budowy modelu nie były analizy teoretyczne (jakościowe), lecz wnioskowanie o realnie istniejącej gospodarce i konieczna jest przynajmniej częściowa estymacja parametrów, model DSGE musi być poddany dalszym transformacjom — przekształceniu w formę modelu przestrzeni stanów.

Typowy model w reprezentacji przestrzeni stanów ma następującą strukturę (por. np. Hamilton, 1994):

$$\begin{cases} \xi_{t+1} = F_{\xi} \xi_t + v_{t+1}, & \mathbb{E}(v_{t+1} v'_{t+1}) = Q, \\ Y_t = A'_x x_t + H' \xi_t + u_t, & \mathbb{E}(u_t u'_t) = R. \end{cases} \quad (1.3)$$

W modelu przestrzeni stanów pierwsze równanie macierzowe (tzw. równanie przejścia) charakteryzuje dynamikę badanego obiektu, tzn. opisuje, jak dany obiekt zamienia swój stan w kolejnych okresach; jak ze stanu opisanego wektorem (ξ_t) przechodzi do stanu opisanego wektorem (ξ_{t+1}) . Drugie z równań (równanie pomiaru) wskazuje mierzalne charakterystyki stanu, w jakim znajduje się obiekt (Y_t) . Macierz parametrów (H) precyzuje sposób dokonywania tego pomiaru, a w macierzy (R) znajdujemy opis błędów pomiaru.

Postać zredukowaną modelu DSGE, taką jak (1.2), można utożsamić z równaniem przejścia. Konieczne jest zatem uzupełnienie modelu o blok równań pomiaru, tzn. wybór zmiennych mierzalnych (Y) oraz określenie ich związków ze zmiennymi stanu, tzn. budowa macierzy (H) . Dla modelu przestrzeni stanów znane są postaci funkcji wiarygodności, (por. np. Hamilton, 1994). Znając funkcję wiarygodności oraz sposób jej obliczania identyfikowalne parametry modelu DSGE $(F(\mathfrak{X}), Q(\mathfrak{X}), A_x(\mathfrak{X}), H(\mathfrak{X}), R)$ można estymować technikami klasycznymi lub/i bayesowskimi¹².

1.3 Zastosowania modeli DSGE

Modele DSGE — tak, jak wszystkie modele empiryczne — mogą być stosowane do analiz historycznych (w tym kontrfaktualnych), analiz skutków zmian polityki gospodarczej oraz prognozowania. Jako warunek konieczny „dobrych cech prognostycznych” (przynajmniej *ex ante*) uważa się uzyskiwanie dobrego dopasowania w próbie (zdolności modelu do możliwie wiernego odtwarzania wydarzeń z przeszłości), a najlepszą metodą uzyskania tej cechy jest (łącznie) estymacja parametrów modelu. Cenioną cechą modeli używanych do prognozowania jest także zdolność do tworzenia jakościowych scenariuszy i charakteryzowania prognozowanych ścieżek z uwzględnieniem szerszego kontekstu możliwych zdarzeń — prognoza, obok zestawu liczb, powinna także opowiadać jakąś „historię” możliwych zdarzeń, przedstawiać jakościowo szerszy kontekst. Cechę tę mają modele o dobrych, ale niejednorodnych podstawach teoretycznych (eklektyczne). Z drugiej strony, analizy skutków zmian polityki wymagają (między innymi) głębokich podstaw mikro- i makroekonomicznych, czytelnego paradygmatu i odporności na krytykę Lucasa. Praktyka pokazuje, że lepsze dopasowanie uzyskuje się kosztem mniejszej klarowności ekonomicznej i utraty mikropodstaw modelu. Jako, że żadna pojedyncza teoria nie jest w stanie wyjaśnić szczegółowo zachodzących w rzeczywistości zdarzeń, modele o silnych mikro- i makropodstawach

¹²Szereg interesujących uwag dotyczących estymacji modeli DSGE technikami klasycznymi, jak też bayesowskimi przedstawiają np. Ruge-Murcia (2003); Lubik, Schorfheide (2006); Fukac i in. (2006); Smets, Wouters (2002a); Canova (2005).

odtworzą jedynie bardzo szczególne cechy próby. Prognozowanie nie było do tej pory dziedziną, w której modele DSGE odnosiły duże sukcesy, próby takie są jednak coraz częściej podejmowane, zwłaszcza od czasu rozpowszechnienia się bayesowskich technik estymacji parametrów modelu, ogólniej bardziej rygorystycznego traktowania kwestii „doboru” wartości parametrów, i tendencje rysujące się w literaturze i praktyce instytucji kreujących lub wspomagających politykę ekonomiczną są wyraźne.

Modele DSGE — jako konstrukcje wyprowadzane w sposób rygorystyczny z teorii, ale często odtwarzające jedynie bardzo specyficzne cechy próby — wydają się być jednak bardziej predestynowane do analiz polityki. Wniosek ten nie jest oczywisty, biorąc pod uwagę zgłaszany w literaturze (por. np. Canova, Sala, 2005) argument dotyczący adekwatności. Analizy skutków zmian polityki są użyteczne w praktyce, jeśli dotyczą konkretnej gospodarki i jej specyficznych zachowań. Uchwycenie tej cechy wymaga (jako warunek konieczny, ale niewystarczający) przeprowadzenia estymacji parametrów w sposób zgodny z regułami sztuki. Jednak nadal dominującą grupą modeli w tej klasie są modele kalibrowane (interpretując ten termin dowolnie szeroko) lub estymowane warunkowo (część parametrów jest kalibrowana, a część estymowana). Oczywiście argument adekwatności ma zastosowanie także do klasycznych modeli strukturalnych, których podstawy teoretyczne są zwykle bardziej dyskusyjne, a estymacja również prowadzona warunkowo. Można zatem mówić, że tutaj modele DSGE mają absolutną przewagę nad klasycznymi modelami strukturalnymi. Przejście od modeli strukturalnych do modeli DSGE w analizach skutków zmian polityki gospodarczej nie jest jednak automatyczne.

Ograniczenia — dane i system pojęciowy. Empiryczne modele DSGE estymuje się na danych oczyszczonych z sezonowości i pozbawionych mechanicznie tych wszystkich regularności, które nie odpowiadają warunkom równowagi, w tym — często — trendu. Proces oczyszczania surowych szeregów najczęściej jest jednostronny, tzn. rzadko udaje się szeregi już przekształcone, np. po ich modelowej ekstrapolacji poza próbę, sprowadzić ponownie do postaci pierwotnej (uzupełnić o wyeliminowane komponenty). Konsekwencją tego są problemy interpretacyjne. Analitycy zajmujący się gospodarką, zwykle interpretują dane surowe, dokonując własnych transformacji (np. samodzielne oczyszczanie z wahań sezonowych, własnymi metodami¹³). Wyniki uzyskiwane z modelu DSGE będą więc odwoływać się do postaci danych, dla której nie mamy „wycucia” i doświadczenia w interpretacji. Trudno jest zatem oceniać wyniki.

Drugim obiektywnym „ograniczeniem” wykorzystania modeli DSGE są — paradoksalnie — ich mikropodstawy. Podstawą teoretyczną jest zwykle „akademicka” mikroekonomia i w kategoriach specyficznych dla tej dziedziny ekonomii można prowadzić analizy cech modelu oraz interpretację wyników. Oczywiście zestaw pojęć i metody wnioskowania są

¹³W praktyce polskiej statystyki, szeregi wygładzone sezonowo nie są regularnie publikowane (pojawiają się np. zmiany procedur wygładzania), a krótka i niejednorodna próba powoduje niestabilność szeregów, tzn. dodanie nowej obserwacji powoduje znaczące zmiany w wartościach całego szeregu.

dalekie od „mikroekonomicznych” danych publikowanych przez urzędy statystyczne, np. GUS. Informacje o rzeczywistych zachowaniach przedsiębiorstw i konsumentów czerpiemy z danych, ale sama metodologia pomiaru danych zwykle nie daje podstaw do wiązania mierzalnych (publikowanych przez GUS) kategorii z zestawem pojęć używanych w mikroekonomii i opartym na niej modelu. Z tego powodu trudno przypuszczać, że modele DSGE staną się szybko narzędziem integrującym dyskusję na tematy polityki makroekonomicznej tak w kręgach praktyków gospodarczych, analityków rynkowych, jak szerokiej publiczności.

Prognozy i projekcje. Modele DSGE są „napędzane i sterowane” przez zaburzenia. Zaburzenia pojawiające się w gospodarce naruszają warunki bilansowe w skali makro oraz równowagę racjonalnych i antycypujących podmiotów, które w takiej sytuacji reagują zgodnie z opisanym przez model (np. równania Eulera) wzorcem dynamicznego absorbowania przewidywalnych i nieprzewidywalnych zaburzeń. Prognoza opisuje zatem skutki zidentyfikowanych (przeszłych) szoków, tzn. proces absorpcji lub dochodzenia do równowagi. Prognozować można zatem jedynie „przewidywalne” zaburzenia (tzn. te, które już zaszły i jeszcze nie wygasły) oraz ich efekty. Gdy model nie może trafnie identyfikować zaburzeń — a istnieje tu problem ekwiwalentności względem danych — lub, gdy zaburzenia wykazują niski stopień uporczywości¹⁴, to prognoza nie może być trafna. Także wtedy, gdy dane statystyczne udostępniane są z dużym opóźnieniem, nie można liczyć na trafne prognozy — czas jaki upływa między pojawieniem się zaburzenia i początkiem horyzontu prognozy może wystarczyć do zaniknięcia efektów szoku. Mamy więc naturalną barierę możliwości prognostycznych modeli DSGE, bowiem — przynajmniej jak do tej pory — kwestie długookresowych trendów traktowane są dość instrumentalnie. Modele DSGE koncentrują swoją uwagę na krótko- i średniookresowych odchyleniach od stanu równowagi.

Przy naszkicowanej powyżej naturze prognoz uzyskiwanych z modeli DSGE scenariuszowa interpretacja musi opierać się na pojęciach wykorzystywanych do konstrukcji modelu oraz roli zaburzeń wpisanych w model, tzn. analiza powinna opierać się na pojawiających się (zrealizowanych w przeszłości, punkcie startowym prognozy) zaburzeniach, ich oddziaływaniu na parametry problemów decyzyjnych podmiotów oraz efektach tych zaburzeń dla stanu bieżącej równowagi podmiotów oraz odchylen od równowagi długookresowej. Model opisze prawdopodobną trajektorię, po której gospodarka będzie zbiegać do równowagi, tzn. scharakteryzuje absorpcję zaburzeń.

Inne typy analiz. Estymacja modelu DSGE oznacza estymację „głębokich parametrów”, tzn. (względnie) niezmiennych (pierwotnych) wielkości kształtujących zachowania

¹⁴Parametry charakteryzujące uporczywość (współczynnik autokorelacji) oraz wariancja szoku są „głębokimi parametrami” modelu DSGE. Parametry te są znane racjonalnym i antycypującym podmiotom, zatem ich reakcje uwzględniają takie charakterystyki. Naturą zaburzeń losowych jest jednak to, że ich realizacja jedynie średnio rzecz biorąc odpowiada charakterystykom procesu, dlatego wiedza o procesie pozwala na jedynie przybliżone przewidywanie reakcji podmiotów.

podmiotów na poziomie mikro. Wiedza o tych wartościach ma więc swoją samodzielną użyteczność. Po zebraniu materiału porównawczego (oceny analogicznych parametrów dla innych krajów lub/i modeli) będzie można np. łatwiej analizować i ocenić różnice w przebiegu procesów gospodarczych, integracji, konwergencji, reakcji gospodarek na procesy globalne itp. Także zrozumienia tego, co zachodzi w naszej gospodarce będzie głębsze.

Jak zaznaczono wyżej, prognozowanie jest próbą przeniesienia w przyszłość „regularności” zaobserwowanych w przeszłości. W modelach DSGE zakres badanych „regularności” jest szczególnie — obok wskazania stanu równowagi mamy tu także opis metod dochodzenia do mikroekonomicznego (makroekonomicznego) optimum wszystkich podmiotów (tzn. ich wzorce behawioralne). W rezultacie modele DSGE próbują także określać skutki zaburzeń, które pojawiły się ostatnio, a ich konsekwencje jeszcze nie wygasły. Dlatego identyfikacja zaburzeń musi być elementem procesu prognozowania. Jednak wiedza o zaburzeniach, jakie pojawiły się w gospodarce oraz ich efektach jest także istotną informacją ułatwiającą zrozumienie tego, co zdarzyło się, a zatem prowadzenia polityki makroekonomicznej. Widać więc, że różnego rodzaju dekompozycje historyczne (identyfikacja zaburzeń oraz próby określenia ich wpływu na historyczny przebieg zdarzeń) mają wartość poznawczą.

Typowym narzędziem stosowanym do analiz skutków zmian polityki są funkcje reakcji (mnożniki), które szacują wpływ zaburzeń (w klasycznych modelach strukturalnych zmiennej egzogenicznej) na zmienne endogeniczne. Dzięki temu uzyskujemy (przybliżoną) wiedzę ile czasu upływa do ujawnienia się pierwszych, maksymalnych i ostatnich efektów badanego zaburzenia. Z praktycznego punktu widzenia ważna jest także skala reakcji. Wiarygodność takich szacunków warunkowana jest odpornością modelu, z którego pochodzą wyniki, na krytykę Lucasa. Nie wdając się w nieco filozoficzną dyskusję na temat istnienia odpornych na argumenty Lucasa modeli, można sformułować wniosek, że modele klasy DSGE mają w tym przypadku zdecydowaną przewagę nad klasycznymi, jak też nad grupą modeli a-strukturalnych (VAR, SVAR) traktujących gospodarkę jak (mówiąc z pewną przesadą) czarną skrzynkę. W tym drugim przypadku przewaga wynika właśnie z możliwości interpretacji mikroekonomicznej.

2

SOE – Model małej otwartej gospodarki opracowany w Riksbanku

2.1 Specyfikacja modelu teoretycznego

Model SOE opracowany w Sveriges Riksbank (Adolfson i in., 2005a,b, 2006) jest dynamicznym, stochastycznym modelem równowagi ogólnej (DSGE) małej otwartej gospodarki i stanowi rozwinięcie modeli DSGE gospodarki zamkniętej Christiano i in. (2003, 2005) oraz Smetsa i Woutersa (2002a) i Altiga i in. (2004; 2005). Idei wykorzystanych w modelu SOE należy szukać w pracach, w modelach oraz opracowaniach, mieszczących się w ramach nowej szkoły keynesowskiej i nowej makroekonomii gospodarki otwartej. Z wielu wykorzystanych prac, warto wskazać te, których autorami są Erceg i in. (2000); Smets, Wouters (2002b); Woodford (2003); Calvo (1983); Chari i in. (2002); Lane (1999); Schmitt-Grohé, Uribe (2003); Dixit, Stiglitz (1977).

Model SOE — jak każdy model DSGE — opisuje równowagę dynamiczną, równowagę długookresową oraz sam proces dochodzenia do równowagi (dynamikę). Mamy tu zatem charakterystykę racjonalnych i antycypujących podmiotów dążących do uzyskania indywidualnego optimum, wszystkie rynki wracają do (dynamicznej) równowagi oraz spełnione są makro- i mikroekonomiczne warunki bilansowe dla produktów, czynników i aktywów finansowych, respektowane są także ograniczenia instytucjonalne. Podmioty postępują zgodnie z zasadami, które warunkują osiągnięcie ich optimum. Zasady te wynikają z warunków pierwszego rzędu zadań optymalizacyjnych (warunków koniecznych ekstremum, równań Eulera) — dynamicznych (międzyokresowych), warunkowych i stochastycznych problemów decyzyjnych rozwiązywanych przez (reprezentatywne) podmioty. Występujące w problemach decyzyjnych stochastyczne parametry definiują kanały, poprzez które „niepewność” włączana jest w reguły zachowań podmiotów. Każdy z parametrów podlegających stochastycznym zaburzeniom identyfikuje zatem typ szoku — krótkookresowa dynamika

gospodarki (wahania wokół trendu) związana jest z pojawianiem się kompleksu takich zaburzeń, ale każdy z szoków jest przypisany do problemu decyzyjnego i występującego w nim parametru. Większość specyfikowanych w modelu SOE zaburzeń ma charakter stacjonarny, tzn. parametry będąc nieustannie poddawane szokom, mają niezmiennie wartości długookresowe (średnie, wariancje itp.). Wielkości te pełnią funkcję „głębokich parametrów” reguł zachowań podmiotów, równowagi i całego modelu. O krótkookresowej dynamice modelu (odchyleniach od różnych typów równowag wpisanych w model) decydują więc wstrząsy, jakim podlegają parametry problemów decyzyjnych oraz optymalne zasady postępowania racjonalnych i antycypujących podmiotów, które próbują powrócić do równowagi, ale także — w stopniu, w jakim pojawienie się zaburzenia (dalsze trwanie zaburzenia zaobserwowanego w przeszłości) można przewidzieć — dostosowują swoje zachowania do nowego (krótkookresowego) optimum. Jedno z zaburzeń — zaburzenie technologiczne — nie ma stacjonarnego charakteru. Pierwiastek jednostkowy tego zaburzenia powoduje powstanie trendu stochastycznego produkcji. Trend ten przenosi się na większość kategorii realnych modelu i to on decyduje o trajektorii PKB, inwestycji, konsumpcji itd. Oczywiście wpływa także na równowagę długookresową. Charakterystyki struktury stochastycznej tego trendu są częścią specyfikacji modelu, dlatego dane statystyczne, na których estymujemy model, nie są oczyszczane z tego komponentu. Model SOE wyróżnia się w grupie modeli DSGE dużą liczbą zaburzeń stacjonarnych oraz jawnie specyfikowanym zaburzeniem niestacjonarnym, dzięki czemu pojawia się szansa nie tylko lepszego wyjaśnienia wahań pojawiających się wokół trendu, ale także i samego trendu.

Część występujących w modelu SOE podmiotów działa w warunkach wolnokonkurencyjnych, część ma pozycję monopolistyczną. Ceny (i płace) nie dostosowują się elastycznie. Podmioty na bieżąco jedynie indeksują swoje ceny, pełna optymalizacja odbywa się raz na kilka kwartałów — zgodnie z ideą schematu Calvo. Przyjęte rozwiązanie odpowiada za powstawanie sztywności nominalnych w procesie dostosowania (absorpcji zaburzeń). Ponieważ sztywne są także ceny dóbr importowanych i eksportowanych, można mówić o niepełnej transmisji zaburzeń zewnętrznych do i z gospodarki. Jest to zatem modyfikacja mechanizmu transmisji monetarnej — mechanizmu oddziaływania stopy procentowej na inflację w gospodarce otwartej. Obok sztywności nominalnych model uwzględnia także sztywności realne, które powstają wskutek przyzwyczajenia konsumenta (ang. *habit persistence*) prowadzących do inercyjnych zachowań, zmiennego stopnia wykorzystania środków trwałych, istnienia kosztów dostosowania kapitału oraz kosztów transformacji nakładów inwestycyjnych w środki trwałe.

Specyficzną cechą modelu SOE jest także występowanie kanału kapitału obrotowego w mechanizmie transmisji monetarnej (ang. *working capital channel*). Standardowo, stopa procentowa oddziałuje „bezpośrednio” na zagregowany popyt, który w dalszej kolejności wpływa na ceny. W gospodarce otwartej stopa wpływ także na kurs walutowy, a ten zarówno na ceny (dóbr importowanych), jak i zagregowany popyt z dalszymi efektami

możnikowymi. W modelu SOE przedsiębiorstwa zatrudniające pracowników muszą płacić część wynagrodzenia z góry, a więc potrzebują kredytu obrotowego dla sfinansowania płac. W funkcji ich kosztów krańcowych pojawia się zatem *explicite* wielkość bezpośrednio związana ze stopą procentową. W rezultacie, w modelu SOE, wpływ stopy procentowej na ceny ujawnia się zatem także po stronie podaży gospodarki.

Polityka fiskalna w modelu SOE opiera się na redystrybucji PKB za pośrednictwem budżetu. Przychody z podatków zużywane są na finansowanie konsumpcji rządowej (zbiorowej), a deficyt/nadwyżka nie występują — zgodnie z ricardiańską logiką ich zachowań. Decydenci nie mają „własnych” celów (zadania decyzyjnego). Zarówno podatki, jak i wydatki są wielkościami podlegającymi losowym zaburzeniom — dynamiczne współzależności między podatkami i wydatkami rządowymi zamknięte są w czarnej skrzynce — modelu SVAR, a ich zmiany traktowane jak losowe, pozostawiające w długim okresie udział wydatków rządowych w PKB na stałym poziomie, na stałym poziomie pozostają także długookresowe stawki podatków. Ogólnie rzecz biorąc polityka fiskalna traktowana jest w modelu SOE dość marginalnie, aczkolwiek zniekształcający alokację zasobów charakter podatków dochodowych jest uwzględniony. Polityka monetarna sprowadza się do polityki nominalnej stopy procentowej. Bank centralny — tak, jak władze fiskalne — nie posiada własnej funkcji celu. Polityka prowadzona jest w oparciu o prostą regułę *ad hoc* typu Taylora, której parametry wynikają z estymacji, a sam cel inflacyjny jest także stochastyczny.

Reasumując, przedstawione powyżej własności stochastycznego, dynamicznego modelu równowagi ogólnej odpowiadają za powstawanie sztywności realnych i nominalnych, niepełnego (i opóźnionego) przenoszenia zaburzeń zewnętrznych do gospodarki, której trend długookresowego wzrostu modelowany jest *explicite*.

2.1.1 Podmioty gospodarcze i ich problemy decyzyjne

W modelu SOE występuje kilka kategorii podmiotów. Tradycyjnie wyróżnia się nieskończoną liczbę zróżnicowanych, żyjących wiecznie gospodarstw domowych (konsumentów), które dysponują indywidualnymi zasobami pracy o specyficznych kwalifikacjach i są także posiadaczami środków trwałych (kapitału fizycznego) używanych w procesie produkcji. Gospodarstwa domowe podejmują szereg decyzji — między innymi — o wielkości konsumpcji i oszczędności, podaży pracy oraz jej indywidualnej cenie, nakładach inwestycyjnych, lokatach w aktywa krajowe i zagraniczne oraz nieoprocentowaną gotówkę. Z technicznego punktu widzenia gospodarstwa te są niemal jednorodne i można je traktować jak reprezentatywnego konsumenta. Zróżnicowanie pojawia się wyłącznie na rynku pracy. Będąc unikalnymi dysponentami specyficznych kwalifikacji, gospodarstwa mogą sprzedawać pracę po zindywidualizowanej cenie podobnie jak monopolistyczni wytwórcy dóbr pośrednich.

Drugą grupę podmiotów stanowią producenci dóbr pośrednich używający liniowo-jednorodnej funkcji produkcji Cobb-Douglasa do wytwarzania zróżnicowanych dóbr. Każdy z

producentów decyduje o wielkości produkcji (a zatem pośrednio o zatrudnieniu usług pracy i kapitału), ale także i cenie swoich (zróżnicowanych) produktów. Występuje także nieskończona liczba eksporterów, którzy kupują dobro krajowe i sprzedają je (po dywersyfikacji) na rynku światowym oraz nieskończona liczba importerów kupujących jednorodne dobro na rynku światowym i przekształcających je w zróżnicowane dobra inwestycyjne i konsumpcyjne sprzedawane gospodarstwom domowym.

Dodatkowo, w modelu pojawia się także kilka grup podmiotów (każda grupa zawiera nieskończoną liczbę przedsiębiorstw) zajmujących się „pośrednictwem” — agregacją zróżnicowanych produktów (dobra pośrednie, konsumpcyjne dobra importowane, inwestycyjne dobra importowane) i czynników produkcji (praca) w jednorodne produkty finalne, jak też jednorodne „usługi” czynników oferowanych producentom.

Gospodarstwa domowe są monopolistycznymi dostawcami pracy, producenci dóbr pośrednich, importerzy i eksporterzy są monopolistycznymi dostawcami swoich produktów i ustalają ceny z uwzględnieniem monopolistycznej marży. Proces optymalnego kształtowania cen nie ma jednak charakteru płynnego, wszystkie podmioty posiadające przewagę monopolistyczną optymalizują ceny zgodnie ze schematem Calvo. Pośrednicy (agregatorzy) działają w warunkach wolnej konkurencji.

2.1.2 Agregatorzy — wytwórcy krajowych dóbr finalnych

W modelu SOE¹ zakłada się występowanie nieskończonej liczby producentów dóbr pośrednich. Założenie to pozwala na bezpośrednie odwoływanie się do mikroekonomicznych schematów zachowań podmiotów, ogólniej — mikroekonomicznej wiedzy o preferencjach, celach i reakcjach na bodźce. Efektem ubocznym jest jednak konieczność agregowania indywidualnych cen, produkcji, popytu, podaży (itp.) w wielkości makroekonomiczne. Zasadą przyjmowaną niemal powszechnie przez autorów tej klasy modeli jest unikanie mechanicznego sumowania — agregacja jest odrębnym typem aktywności ekonomicznej podmiotów (produkcją, montowaniem produktu finalnego z bardzo dużej liczby półproduktów), tzn. jest procesem dokonywanym bezpośrednio lub pośrednio przez racjonalne podmioty (nieskończoną liczbę podmiotów), zwykle działających w warunkach wolnej konkurencji, a zatem także i tu pojawia się element wyboru, optymalizacji i technologii. Teoretycznym wzorcem takiego procesu jest tzw. agregator Dixita-Stiglitz (1977), który jest wariantem agregacji przy pomocy funkcji ze stałą elastycznością substytucji (CD, CES). Ogólniej, można uznać, że występuje tu kolejny etap produkcji, z technologią opisaną przez funkcje produkcji CES (CD), a agregowane dobra pośrednie są względem siebie niedoskonałymi substytutami.

Formalnie rzecz biorąc, w każdej chwili (t) krajowe dobro finalne wytwarzane jest przez nieskończenie wiele firm (agregatorów) działających w warunkach konkurencji doskonałej,

¹Całość prezentowanego w tej części opracowania materiału opiera się na Adolfson i in. (2005a).

których aktywność sprowadza się do zakupu, a następnie przetworzenia nieskończonej liczby typów dóbr pośrednich w jednorodny produkt finalny. Dobra pośrednie indeksujemy (indeks jednoznacznie identyfikuje wytwórcę), używając zmiennej ciągłej (i) zdefiniowanej na domkniętym przedziale $i \in [0, 1]$. Technologia agregacji zastosowana w modelu SOE wykorzystuje funkcję CES², tzn.:

$$Y_t = \left[\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{1}{\lambda_{d,t}}} di \right]^{\lambda_{d,t}}, \quad 1 \leq \lambda_{d,t} < \infty, \quad (2.1)$$

przy czym każde z dóbr pośrednich (i) kupowane jest po cenie ($P_{i,t}$), która jest dana. Dla firm agregujących dana jest również cena produktu finalnego (P_t). Dobro finalne (Y_t) może być wykorzystane zarówno w charakterze dobra konsumpcyjnego, jak i inwestycyjnego. O strukturze wykorzystania (Y_t) decyduje popyt, który scharakteryzujemy w dalszej części opracowania. Maksymalizujący zysk agregator rozwiązuje zatem swoje zadanie optymalizacyjne, którego wynikiem jest popyt na każde z dóbr pośrednich oraz indeks cen produktu finalnego (agregatu):

$$Y_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}}{P_t} \right)^{-\frac{\lambda_{d,t}}{\lambda_{d,t}-1}} Y_t, \quad P_t = \left[\int_0^1 P_{i,t}^{\frac{1}{1-\lambda_{d,t}}} di \right]^{1-\lambda_{d,t}}. \quad (2.2)$$

Uzyskana cena produktu finalnego ma cechę optymalności, tzn. jest to minimalna cena pozwalająca na zakup (wytworzenie) (Y_t) jednostek dobra finalnego.

W toku dalszej prezentacji parametr ($\lambda_{d,t}$) będzie interpretowany jako wielkość marży pobieranej przez producenta dóbr pośrednich, zaś wyrażenie występujące w równaniu (2.2):

$$\eta_{d,t} = \frac{\lambda_{d,t}}{\lambda_{d,t} - 1} \quad (2.3)$$

jest elastycznością (relatywnego) popytu względem relacji cen (por. równanie (2.2)), nazywaną w dalszych rozważaniach elastycznością substytucji między dobrami pośrednimi używanymi do produkcji krajowego dobra finalnego (agregatu). Indeksowanie parametru ($\lambda_{d,t}$) czasem (t) jest konsekwencją założenia o stochastycznej naturze marży ($\mathbb{E} \lambda_{d,t} = \lambda_d$). Opis procesu rządzącego ewolucją marży (elastyczności substytucji) znajduje się w rozdziale 2.2.1.

2.1.3 Producenci dóbr pośrednich

Istnieje nieskończenie wielu wytwórców dóbr pośrednich, którzy opierając się na technologii Cobb-Douglasa wytwarzają specyficzne, zróżnicowane dobra. Wytwórcy wykorzystują (jednorodne) usługi kapitału i (jednorodne) usługi pracy, które wynajmowane są po cenach,

²Jak wspomniano wcześniej, spotyka się także agregację w oparciu o technologię Cobb-Douglasa (por. np. Maih, 2005).

na które nie mają bezpośredniego wpływu. Sami jednak sprzedają swoje produkty po zindywidualizowanych cenach, ich produkty są bowiem zindywidualizowane więc dysponują przewagą monopolistyczną. Wynajmując usługi czynników mają jedno ograniczenie: część wynagrodzenia pracowników musi być wypłacona z góry, co oznacza konieczność zaciągnięcia kredytu i ponoszenia z tego tytułu dodatkowych kosztów. W takiej sytuacji producenci podejmują dwie grupy decyzji: o wielkości produkcji (popycie na czynniki produkcji) oraz o cenach swoich produktów.

Produkcja

Produkcja dóbr pośrednich i -tego (reprezentatywnego) wytwórcy w momencie (t) odbywa się zgodnie z liniowo-jednorodną technologią Cobb-Douglasa i wynosi:

$$Y_{i,t} = z_t^{1-\varpi} \epsilon_t K_{i,t}^{\varpi} H_{i,t}^{1-\varpi} - z_t \phi, \quad (2.4)$$

gdzie: (ϕ) jest kosztem stałym (którego wielkość jest dobrana tak, by w warunkach równowagi długookresowej zysk wynosił zero), (H_t) — zużyciem usług pracy, (K_t) — zużyciem usług kapitału, (ϵ_t) — stacjonarnym zaburzeniem technologicznym ($\mathbb{E} \epsilon_t = 1$), (z_t) — niestacjonarnym zaburzeniem technologicznym definiującym stochastyczny trend kategorii realnych ($\mathbb{E} z_t / z_{t-1} = \mathbb{E} \mu_{z,t} = \mu_z$), a (ϖ) — elastycznością produkcji względem kapitału, albo udziałem kapitału w produkcji. Charakterystyki struktury stochastycznej zaburzeń przedstawiamy w rozdziale 2.2.1.

Jeśli przez (W_t) oznaczmy płacę za jednostkę usług pracy, (R_t^k) — koszt jednostkowy wynajęcia usług kapitału, ($P_{i,t}$) — cenę, po której i -ty wytwórca sprzedaje swój produkt, a dodatkowy, jednostkowy koszt pracy wynikający z finansowania części płac kredytem zdefiniujemy jako:

$$R_t^f \equiv v_t R_{t-1} + 1 - v_t, \quad (2.5)$$

gdzie (R_t) jest nominalną stopą procentową brutto³, a (v_t) frakcją wynagrodzeń (kosztów pracy) wypłacanych z góry ($\mathbb{E} v_t = v$), to problem decyzyjny producenta — minimalizację kosztów produkcji — można zapisać w postaci funkcji Lagrange'a:

$$\min_{K_{i,t}, H_{i,t}} W_t R_t^f H_{i,t} + R_t^k K_{i,t} - \lambda_t P_{i,t} \left[Y_{i,t} - z_t^{1-\varpi} \epsilon_t K_{i,t}^{\varpi} H_{i,t}^{1-\varpi} + z_t \phi \right]. \quad (2.6)$$

Rozwiązaniem zadania decyzyjnego jest — między innymi — równanie jednostkowej renty za wynajęcie usług kapitału w warunkach równowagi (pomijamy indeks (i), z uwagi na symetryczność rozwiązania):

$$r_t^k = \left(\frac{\varpi}{1-\varpi} \right) \bar{w}_t R_t^f \frac{H_t}{K_t} \mu_{z,t} \quad (2.7)$$

³W modelu SOE wykorzystuje się (nominalne) stopy procentowe netto i brutto. Zgodnie z przyjętą konwencją stopy *brutto* oznaczane są dużymi, a *netto* małymi literami, tzn.: ($R_t^i = 1 + r_t^i$)

oraz równanie realnego, jednostkowego kosztu krańcowego:

$$\lambda_t \equiv mc_t = \left(\frac{1}{1-\varpi} \right)^{1-\varpi} \left(\frac{1}{\varpi} \right)^{\varpi} (r_t^k)^{\varpi} (\bar{w}_t R_t^f)^{1-\varpi} \frac{1}{\epsilon_t}. \quad (2.8)$$

W powyższych równaniach zmienne realne i nominalne, które wykazują trend stochastyczny poddano stacjonaryzowaniu:

$$r_t^k = \frac{R_t^k}{P_t}, \quad k_t = \frac{K_t}{z_{t-1}}, \quad \bar{w}_t = \frac{W_t}{P_t z_t}.$$

Zagadnienie eliminacji trendu stochastycznego ze zmiennych przedstawiamy szerzej w rozdziale 2.2.2.

Ceny dóbr pośrednich

Wytwarzający zindywidualizowane produkty wytwórcy mają możliwość kształtowania cen w sposób charakterystyczny dla monopolisty: z monopolistyczną marżą narzucaną na koszty krańcowe. Tak, jak w klasycznym problemie równowagi producenta, marża ta związana jest z warunkami popytu, np. cenową elastycznością popytu na ich produkty. Modelując procedurę kształtowania cen przez firmy, zakładamy, że proces optymalizacji cen nie ma charakteru ciągłego — istniejące opóźnienia w (optymalnym) dostosowaniu opisuje schemat Calvo (1983), a implementacja idei Calvo nawiązuje do rozwiązań znanych z prac — między innymi — Smetsa i Woutersa (2002b; 2004).

Niech $(1 - \xi_d)$ oznacza (stałe w czasie) prawdopodobieństwo, że firma będzie mogła reoptymalizować cenę swojego produktu w chwili (t) . Nową, optymalną cenę oznaczamy przez (P_t^{new}) przy czym — biorąc pod uwagę symetryczność równowagi poszczególnych producentów (por. np. Woodford, 2003) — możemy pominąć indeks (i) , ponieważ nowa cena będzie jednakowa dla wszystkich wytwórców. Jeżeli firma nie dokona pełnej optymalizacji ceny, to cena ta zostanie jedynie zindeksowana. Przykładowo, dla chwili $(t + 1)$ zindeksowana cena wyniesie:

$$P_{t+1} = (\pi_t)^{\kappa_d} (\bar{\pi}_{t+1}^c)^{1-\kappa_d} P_t \quad \text{i} \quad \pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}, \quad (2.9)$$

gdzie: $(\bar{\pi}_{t+1}^c)$ jest aktualnym inflacyjnym celem polityki monetarnej banku centralnego, a parametr (κ_d) charakteryzuje sposób indeksacji cen. Indeksację biorącą pod uwagę przeszłe wartości inflacji nazywa się czasem w literaturze indeksacją dynamiczną.

Biorąc pod uwagę fakt, iż szansa reoptymalizacji cen pojawia się średnio raz na $(1 - \xi_d)^{-1}$ kwartałów⁴, racjonalny i patrzący w przyszłość producent będzie musiał uwzględnić to

⁴Prawdopodobieństwo „sygnału” nie zależy od czasu, jaki upłynął od ostatniej reoptymalizacji cen, zatem średni czas, jaki upływa między reoptymalizacją wynosi: $(1 - \xi) \sum_{k=0}^{\infty} k \xi^{k-1} = (1 - \xi)^{-1}$. Przy niezależności „sygnału” pozwalającego na reoptymalizację, prawdopodobieństwo $(1 - \xi_d)$ można także interpretować, jako odsetek firm dokonujących optymalizacji w danej chwili, por. np. Gali, Gertler (1999).

opóźnienie w swoim zadaniu decyzyjnym, które przybiera w takiej sytuacji postać:

$$\max_{P_t^{new}} \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} v_{t+s} (\beta \xi_d)^s \left[\left((\pi_t \pi_{t+1} \dots \pi_{t+s-1})^{\kappa_d} (\bar{\pi}_{t+1}^c \bar{\pi}_{t+2}^c \dots \bar{\pi}_{t+s}^c)^{1-\kappa_d} P_t^{new} \right) \times \right. \\ \left. Y_{i,t+s} - MC_{i,t+s} (Y_{i,t+s} + z_{t+s} \phi) \right], \quad (2.10)$$

gdzie: $(MC_{i,t})$ jest nominalnym kosztem krańcowym producenta, (v_{t+s}) — krańcową użytecznością nominalnego dochodu gospodarstw domowych, która jest egzogeniczna dla firm. Warunek konieczny wyznaczany w powyższym zadaniu uwzględnia popyt na produkty danej firmy (zagadnienie to omówiono w poprzednim paragrafie). Wyprowadzając równanie inflacji (dla dóbr produkowanych w kraju) bierzemy pod uwagę następującą zasadę agregacji cen poszczególnych producentów (opartą na idei przedstawionej w poprzednim paragrafie i agregacji technologią CES):

$$P_t = \left[\xi_d \left(P_{t-1} (\pi_{t-1})^{\kappa_d} (\bar{\pi}_t^c)^{1-\kappa_d} \right)^{\frac{1}{1-\lambda_{d,t}}} + (1 - \xi_d) \left(P_t^{new} \right)^{\frac{1}{1-\lambda_{d,t}}} \right]^{1-\lambda_{d,t}}. \quad (2.11)$$

Dzięki temu równaniu można wyznaczyć poziom i dynamikę cen krajowego produktu finalnego.

2.1.4 Agregatorzy importowanych dóbr inwestycyjnych i konsumpcyjnych

Nieskończona liczba importerów dostarcza na rynek krajowy nieskończoną liczbę typów importowanych dóbr konsumpcyjnych i inwestycyjnych. Dobra te agregowane są zgodnie z przedstawionym wcześniej schematem Dixita-Stigliza. Efektem tej agregacji będą jednorodne importowane dobra inwestycyjne oraz jednorodne importowane dobra konsumpcyjne. Dobra te będą konkurować na rynku wewnętrznym z dobrami wytworzonymi w kraju.

Procedura agregowania przebiega podobnie, jak to opisano w poprzednim paragrafie. Dla każdego z dwóch typów dóbr, ilość jednorodnego dobra $O \in \{C, I\}$ uzyskiwanego z importu wynosi:

$$O_t^m = \left[\int_0^1 \left(O_{i,t}^m \right)^{\frac{1}{\lambda_t^{m,o}}} di \right]^{\lambda_t^{m,o}}, \quad 1 \leq \lambda_t^{m,o} < \infty. \quad (2.12)$$

Popyt na i -te dobro dostarczane przez i -tego importera oraz cena jednorodnych dóbr importowanych są dane przez:

$$O_{i,t}^m = O_t^m \left(\frac{P_{i,t}^{m,o}}{P_t^{m,o}} \right)^{-\frac{\lambda_t^{m,o}}{\lambda_t^{m,o}-1}}, \quad P_t^{m,o} = \left[\int_0^1 \left(P_{i,t}^{m,o} \right)^{\frac{1}{1-\lambda_t^{m,o}}} di \right]^{1-\lambda_t^{m,o}}. \quad (2.13)$$

W powyższych formułach pojawiają się dwa losowe parametry $(\lambda_t^{m,i})$ gdzie $(\mathbb{E} \lambda_t^{m,i} = \lambda^{m,i})$

oraz $(\lambda_t^{m,c})$, gdzie $(\mathbb{E} \lambda_t^{m,c} = \lambda^{m,c})$, które będziemy interpretowali jako marże pobierane przez importerów odpowiednio dóbr inwestycyjnych i konsumpcyjnych. Naturę procesów stochastycznych rządzących wahaniami marż w imporcie przedstawiamy w rozdziale 2.2.1.

2.1.5 Importerzy dóbr konsumpcyjnych i inwestycyjnych

Importerzy kupują jednorodne dobra na rynku światowym, płacąc cenę (P_t^*) , a następnie dywersyfikują je uzyskując nieskończoną liczbę typów (marek) importowanych dóbr dwóch klas: inwestycyjnych i konsumpcyjnych. Popyt na dobra dany jest przez równanie (2.13). W takiej sytuacji importerzy mogą ustalać ceny w sposób typowy dla konkurencji niedoskonałej — doliczając do kosztów krańcowych marżę. Przyjmując, że (S_t) jest nominalnych kursem walutowym, realnie liczony koszt krańcowy wyrażony w walucie krajowej, jednakowy dla wszystkich importerów produktu danej klasy, wynosi $(P_t^* S_t)/P_t^{m,o}$, $o = \{C, I\}$. Konsekwentnie, technika ustalenia cen na dobra importowane uwzględnia także istnienie opóźnień — sztywności nominalnych, które modelujemy używając idei schematu Calvo. I tak, $(1 - \xi_{m,o})$, dla $o \in \{C, I\}$ jest prawdopodobieństwem, że importer będzie mógł dokonać pełnej optymalizacji cen w chwili (t) , cenę zoptymalizowaną oznaczamy przez $(P_{new,t}^{m,o})$. Przy braku optymalizacji, ceny dóbr importowanych zostaną jedynie zindeksowane dynamicznie zgodnie z formułą (tu przykładowo, dla chwili $(t + 1)$):

$$P_{t+1}^{m,o} = P_t^{m,o} (\pi_t^{m,o})^{k_{m,o}} (\bar{\pi}_{t+1}^c)^{1-k_{m,o}}. \quad (2.14)$$

Importer i , dla $O \in \{C, I\}$ dokonując optymalizacji cen, uwzględnia, że — średnio rzecz biorąc — kolejna optymalizacja dokona się dopiero za $(1 - \xi_{m,o})^{-1}$ kwartały, co sprawia, że jego problem decyzyjny przybiera postać (por. także równanie (2.10)):

$$\max_{P_{new,t}^{m,o}} \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} v_{t+s} (\beta \xi_{m,o})^s \left[(\pi_t^{m,o} \pi_{t+1}^{m,o} \dots \pi_{t+s-1}^{m,o})^{k_{m,o}} (\bar{\pi}_{t+1}^c \dots \bar{\pi}_{t+s}^c)^{1-k_{m,o}} \times \right. \\ \left. P_{new,t}^{m,o} O_{i,t+s}^m - S_{t+s} P_{t+s}^* (O_{i,t+s}^m + z_{t+s} \phi^{m,o}) \right], \quad (2.15)$$

gdzie: $(\phi^{m,o})$ — jest kosztem stałym dobieranym tak, by w warunkach równowagi *steady state* zysk importerów wyniósł zero, a (S_t) — nominalnym kursem walutowym. Korzystając z (2.13) można — tak, jak w przypadku dóbr krajowych — zapisać równanie pozwalające wyznaczyć indeks agregatowy cen importu:

$$P_t^{m,o} = \left[\xi_{m,o} \left(P_{t-1}^{m,o} (\pi_{t-1}^{m,o})^{k_{m,o}} (\bar{\pi}_t^c)^{1-k_{m,o}} \right)^{\frac{1}{1-\lambda_t^{m,o}}} \right. \\ \left. + (1 - \xi_{m,o}) \left(P_{new,t}^{m,o} \right)^{\frac{1}{1-\lambda_t^{m,o}}} \right]^{1-\lambda_t^{m,o}}, \quad (2.16)$$

które, razem z warunkiem koniecznym uzyskanym z zadania decyzyjnego (2.15), pozwala na wyznaczenie dynamiki cen importowanych dóbr inwestycyjnych i konsumpcyjnych.

2.1.6 Zagregowana konsumpcja i inwestycje

Obok agregowania nieskończonej liczby dóbr pośrednich (importowanych, eksportowanych), tzn. przekształcania dóbr zróżnicowanych w homogeniczne, w modelu SOE mamy do czynienia z agregowaniem makrokategorii: konsumpcji dóbr krajowych i importowanych w konsumpcję ogółem oraz krajowych i importowanych dóbr inwestycyjnych w nakłady inwestycyjne ogółem. Także i w tym przypadku stosuje się ideę Dixita-Stiglitz'a i technologię CES. Konsumpcja ogółem wynika z maksymalizacji:

$$C_t = \left[(1 - \omega_c)^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^d)^{\frac{\eta_c-1}{\eta_c}} + \omega_c^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^m)^{\frac{\eta_c-1}{\eta_c}} \right]^{\frac{\eta_c}{\eta_c-1}}, \quad (2.17)$$

gdzie: (C_t^m) jest konsumpcją dóbr importowanych, (C_t^d) konsumpcją dóbr wyprodukowanych w kraju, (ω_c) – udziałem importu w konsumpcji⁵, a (η_c) – elastycznością substytucji między krajowymi i importowanymi dobrami konsumpcyjnymi. Maksymalizacja odbywa się przy warunku budżetowym:

$$P_t C_t^d + P_t^{m,c} C_t^m = P_t^c C_t, \quad (2.18)$$

w którym (P_t^c) oznacza indeks cen konsumpcyjnych CPI, (P_t) – deflator PKB, $(P_t^{m,c})$ – indeks cen dóbr importowanych. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego prowadzi do równań popytu na dobra konsumpcyjne krajowe i importowane:

$$C_t^d = (1 - \omega_c) \left[\frac{P_t}{P_t^c} \right]^{-\eta_c} C_t, \quad C_t^m = \omega_c \left[\frac{P_t^{m,c}}{P_t^c} \right]^{-\eta_c} C_t, \quad (2.19)$$

oraz indeksu CPI określającego minimalne koszty zakupu (jednostki) koszyka:

$$P_t^c = \left[(1 - \omega_c) (P_t)^{1-\eta_c} + \omega_c (P_t^{m,c})^{1-\eta_c} \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}. \quad (2.20)$$

Analogicznie dokonuje się agregacji dóbr inwestycyjnych importowanych oraz produkowanych w kraju. Podmiot agregujący maksymalizuje inwestycje ogółem dane przez:

$$I_t = \left[(1 - \omega_i)^{\frac{1}{\eta_i}} (I_t^d)^{\frac{\eta_i-1}{\eta_i}} + \omega_i^{\frac{1}{\eta_i}} (I_t^m)^{\frac{\eta_i-1}{\eta_i}} \right]^{\frac{\eta_i}{\eta_i-1}}, \quad (2.21)$$

przy warunku:

$$P_t I_t^d + P_t^{m,i} I_t^m = P_t^i I_t,$$

⁵Termin *udział importu w konsumpcji*, nie jest precyzyjnym określeniem, choćby z równania (2.19) wynika, że (ω_c) byłaby dobrze zdefiniowanym udziałem importu w konsumpcji jedynie wtedy, gdyby relacja cen wynosiła zawsze jeden. Pozostaniemy jednak przy zaproponowanym – głównie za względów stylistycznych – określeniu licząc, że Czytelnik, po zapoznaniu się z niniejszym przypisem, nie zostanie wprowadzony w błąd. Uwaga ta dotyczy także omawianego dalej parametru (ω_i) .

gdzie: (I_t^m) oznacza importowane dobra inwestycyjne, (I_t^d) — dobra inwestycyjne wyprodukowane w kraju, (ω_i) — udział importu w inwestycjach, (η_i) — elastyczność substytucji między krajowymi i importowanymi dobrami inwestycyjnymi, (P^i) , $(P_t^{m,i})$ — odpowiednio ceny dóbr inwestycyjnych krajowych i importowanych. Rozwiązanie zadania optymalizacyjnego prowadzi do równań popytu na dobra inwestycyjne krajowe i importowane oraz indeksu cen, który gwarantuje minimalną cenę za koszyk składający się z importowanych i krajowych dóbr inwestycyjnych:

$$I_t^d = (1 - \omega_i) \left[\frac{P_t}{P_t^i} \right]^{-\eta_i} I_t, \quad I_t^m = \omega_i \left[\frac{P_t^{m,i}}{P_t^i} \right]^{-\eta_i} I_t, \quad (2.22)$$

$$P_t^i = \left[(1 - \omega_i) (P_t)^{1-\eta_i} + \omega_i (P_t^{m,i})^{1-\eta_i} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}}. \quad (2.23)$$

Przedstawione równania charakteryzują krajowy popyt na dobra konsumpcyjne i inwestycyjne — jest to więc ograniczenie, warunek brzegowy, z jakim muszą się liczyć wszyscy wytwórcy i dostawcy (importerzy). To, ile konkretnie wynosi zagregowany popyt zależy od decyzji gospodarstw domowych.

2.1.7 Eksporterzy

Nieskończona liczba eksportujących firm kupuje na rynku krajowym jednorodny produkt finalny płacąc cenę (P_t) , a następnie „różnicuje go” uzyskując nieskończoną liczbę dóbr kierowaną na rynek światowy. Posiadanie zróżnicowanego produktu pozwala poszczególnym eksporterom kształtować ceny w sposób typowy dla konkurencji niedoskonałej, tzn. z narzutem (zależnym od popytu) na koszt krańcowy. Dodatkowo, zakładamy, że optymalizacja cen odbywa się w sposób nieciągły, tzn. występują opóźnienia nadające cenom dóbr eksportowanych sztywny charakter. Ta cecha cen eksportowanych powinna prowadzić do niepełnego przenoszenia cenowych impulsów z gospodarki światowej.

Przed dostarczeniem na rynek światowy, zróżnicowane dobra eksportowane są „przekształcane” w dobra jednorodne agregatorem Dixita-Stigliza, a następnie sprzedawane, jako jednorodne dobra konsumpcyjne i inwestycyjne zagranicznym gospodarstwom domowym zgodnie z istniejącym na rynku światowym popytem⁶. Cechy tego popytu muszą być zatem wyspecyfikowane w modelu. Oczywiście, zakładamy, że — w porównaniu z rynkiem światowym — eksport jest „mały”.

Mając w pamięci logikę działania agregatora Dixita-Stigliz’a, popyt na eksport i -tej firmy

⁶Kwestia, co się dzieje ze zróżnicowanym produktem przeznaczonym na eksport, jest dość niejasna. W oryginalnym opracowaniu (Adolfson i in., 2005a, str.10 i nast.) istnieje sugestia, iż na rynku światowym dobra eksportowane sprzedawane są bez dodatkowego agregowania, co jednak wydaje się niespójne ze sposobem definiowania popytu na te dobra zgłaszanego przez rynki zagraniczne, dlatego zdecydowaliśmy się „uzupełnić” (odmiennie zinterpretować) ten fragment modelu. Nie ma to jednak większego znaczenia dla dalszego toku rozważań.

można zapisać jako:

$$\tilde{X}_{i,t} = \tilde{X}_t \left(\frac{P_{i,t}^x}{P_t^x} \right)^{-\frac{\lambda_{x,t}}{\lambda_{x,t}-1}}, \quad (2.24)$$

gdzie: $(\lambda_{x,t})$, $(\mathbb{E} \lambda_{x,t} = \lambda_x \equiv 1)$ jest marżą pobieraną przez eksporterów⁷.

Tak, jak wszystkie inne firmy ustalające ceny na swoje produkty w modelu SOE, także eksporterzy indeksują swoje ceny na bieżąco używając formuły:

$$P_{t+1}^x = P_t^x (\pi_t^x)^{\kappa_x} (\bar{\pi}_{t+1}^c)^{1-\kappa_x}. \quad (2.25)$$

Optymalizacja dokonuje się — średnio — co $(1 - \xi_e)^{-1}$ kwartałów, tzn. ustalanie cen odbywa się zgodnie z ideą schematu Calvo, gdzie: $(1 - \xi_x)$ jest prawdopodobieństwem dokonania optymalizacji cen w chwili (t) , cenę zoptymalizowaną oznaczamy przez $(P_{new,t}^x)$. Eksporter i -ty staje zatem przed następującym problemem decyzyjnym:

$$\max_{P_{new,t}^x} \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} v_{t+s} (\beta \xi_x)^s \left[(\pi_t^x \pi_{t+1}^x \dots \pi_{t+s-1}^x)^{\kappa_x} (\bar{\pi}_{t+1}^c \bar{\pi}_{t+2}^c \dots \bar{\pi}_{t+s}^c)^{1-\kappa_x} P_{new,t}^x \tilde{X}_{i,t+s} - \frac{P_{t+s}}{S_{t+s}} (\tilde{X}_{i,t+s} + z_{t+s} \phi^x) \right], \quad (2.26)$$

gdzie: (ϕ^x) jest kosztem stałym dobieganym w taki sposób, aby zysk eksportera w warunkach *steady state* wyniósł zero. Warunek konieczny ekstremum oraz równanie określające sposób budowy indeksu agregatowego cen dóbr eksportowanych (por. dla przykładu równania (2.11) oraz (2.16)) pozwala wyprowadzić równanie dynamiki cen eksportu ogółem.

Równanie (2.24) nie określa popytu na eksport ogółem (\tilde{X}_t) , wielkość ta wynika z popytu na dobra inwestycyjne i konsumpcyjne zgłaszanego przez konsumentów na rynku światowym. Przyjmując zasadę agregacji funkcją CES — rozważania z rozdziału 2.1.6 można uznać za wzorzec — popyt na eksportowane dobra inwestycyjne i konsumpcyjne definiujemy jako:

$$C_t^x = \left[\frac{P_t^x}{P_t^*} \right]^{-\eta_f} C_t^* \quad \text{oraz} \quad I_t^x = \left[\frac{P_t^x}{P_t^*} \right]^{-\eta_f} I_t^*. \quad (2.27)$$

Jednakowe elastyczności substytucji dla dóbr konsumpcyjnych i inwestycyjnych pozwalają na posługiwanie się dochodem zewnętrznym $(Y_t^* = C_t^* + I_t^*)$ w charakterze miary popytu.

⁷Założenie o jednostkowej wartości oczekiwanej marży pobieranej przez eksporterów sugeruje, że rynek światowy — w długim okresie jest konkurencyjny, w krótkim możliwej są jednak różne „niedoskonałości” rynku, przepływu informacji (itp.) pozwalające „chwilowo” uzyskiwać marże różne od jedynki, w tym także marże generujące straty.

2.1.8 Konsumenci — gospodarstwa domowe

Przyjęta w modelu SOE konwencja modelowania procesów ekonomicznych czyni z gospodarstw domowych podmioty obciążone największą liczbą decyzji. Gospodarstwa decydują o wielkości swojej konsumpcji, formie przechowywania oszczędności oraz czasie pracy. Istnieje nieskończona liczba gospodarstw oferujących pracę o specyficznych kwalifikacjach. W takich warunkach gospodarstwa stają się monopolistycznym dostawcą pracy o danej kwalifikacji, a zatem jedną z dodatkowych decyzji, jakie podejmują, są ich płace⁸. W gospodarce otwartej oszczędności można ulokować w kraju lub za granicą — i tu jest dodatkowy dylemat do rozwiązania. W modelu SOE gospodarstwa są właścicielami środków trwałych (oraz firm) i to one muszą podejmować decyzje dotyczące intensywności wykorzystania kapitału oraz wielkości posiadanego zasobu. W tym ostatnim przypadku w grę wchodzi zakup gotowych środków na rynku lub inwestowanie w nowy kapitał. Wszystkie decyzje są — oczywiście — warunkowane bieżącymi i przewidywanymi strumieniami dochodów.

Zarządzanie środkami trwałymi

Jak zaznaczono wcześniej, właścicielem środków trwałych (kapitału) są gospodarstwa domowe. Zadaniem gospodarstw jest zatem zarządzanie majątkiem trwałym. W grę wchodzi wynajmowanie usług kapitału producentom dóbr pośrednich, a także kupno (sprzedaż) kapitału oraz tworzenie nowych środków trwałych.

Zmiana zasobu środków trwałych jest indywidualną decyzją poszczególnych gospodarstw domowych, ale będziemy zakładali, że „technologia” tworzenia nowego kapitału jest jednakowa dla wszystkich, można zatem mówić o makroekonomicznym równaniu charakteryzującym zmiany zasobu majątku produkcyjnego. Ogólnie rzecz biorąc, zmiany zasobu kapitału wynikają z deprecjacji, inwestycji oraz kupna i sprzedaży już istniejących (Δ_t) środków trwałych. Ta ostatnia z kategorii — w skali makro — jest równa zero, umieszczamy ją jednak w równaniu z przyczyn technicznych — pozwoli to wyprowadzić cenę kapitału ($P_{k',t}$), używaną w dalszych rozważaniach:

$$\begin{aligned}\bar{K}_{t+1} &= (1 - \delta) \bar{K}_t + \Upsilon_t F(I_t, I_{t-1}) + \Delta_t \\ &= (1 - \delta) \bar{K}_t + \Upsilon_t \left(1 - \tilde{S} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right) I_t + \Delta_t,\end{aligned}\quad (2.28)$$

gdzie: (δ) jest współczynnikiem deprecjacji, (Υ_t) — stacjonarnym zaburzeniem technologicznym przekształcania inwestycji w kapitał ($\mathbb{E} \Upsilon_t = 1$), omawianym w rozdziale 2.2.1, (\tilde{S}) — funkcją efektywności inwestowania, o której zakładamy, że gdy dynamika nakładów

⁸Wyprzedzając nieco dalsze rozważania, zauważamy, że w modelu SOE-PL pobieranie marży przez gospodarstwa domowe przy ustalaniu płacy interpretowane jest jako efekt regulacyjnej działalności rządu (reguła instytucjonalna), który nakłada na pracodawców obowiązek dodatkowych świadczeń — świadczenia te równe są składkom ubezpieczeniowym płaconym przez pracodawców i tyle wynosi marża. W przeciwieństwie od innych marż występujących w modelu SOE, ta nie ma stochastycznej natury.

będzie równa dynamice niestacjonarnego postępu technicznego (w warunkach równowagi), tzn.: $(I_t/I_{t-1} = \mu_z)$, to funkcja ta będzie miała swoje (lokalne) minimum równe zero, co formalnie zapiszemy jako:

$$\tilde{S}(\mu_z) = \tilde{S}'(\mu_z) = 0 \quad \text{i} \quad \tilde{S}''(\mu_z) \equiv \tilde{S}'' > 0.$$

Pełna postać funkcji $\tilde{S}(\dots)$ nie jest specyfikowana, bowiem w dalszych rozważaniach wykorzystujemy jedynie wiedzę o jej drugiej pochodnej⁹.

Zmiany zasobu kapitału muszą być związane z kosztami i korzyściami, jakie pojawiają się w trakcie użytkowania środków trwałych. Gospodarstwa domowe wynajmują usługi kapitału przedsiębiorstwom, które wykorzystują je w procesie produkcji płacąc za jednostkę takich usług rentę (czynsz) wynoszącą w kategoriach brutto (R_t^k) lub realnie ($r_t^k \equiv R_t^k/P_t$)¹⁰. Obok dochodów z wynajmu kapitału pojawiają się także koszty zależne od stopnia wykorzystania środków trwałych, które również obciążają gospodarstwa domowe. Koszty wykorzystania (zmiany stopnia wykorzystania) środków trwałych, wyrażone w jednostkach dóbr inwestycyjnych, mierzy funkcja:

$$a(u_{j,t}) \quad \text{oraz} \quad u_{j,t} = \frac{K_{j,t}}{\bar{K}_{j,t}}, \quad \frac{a''(1)}{a'(1)} \equiv \sigma_a \geq 0, \quad (2.29)$$

gdzie: $(K_{j,t})$ jest zasobem usług kapitału wykorzystywanych w chwili (t) , a $(\bar{K}_{j,t})$ — zasobem środków trwałych (kapitał mierzony w jednostkach fizycznych).

Postać analityczna funkcji $a(\cdot)$ nie jest *explicite* definiowana. *Implicitie*, zakłada się że jest to funkcja rosnąca i wypukła, ale w toku dalszych rozważań potrzebujemy jedynie relacji drugiej i pierwszej pochodnej (σ_a) mierzącej krzywiznę funkcji w punkcie osiąganym w warunkach *steady state*, korzystamy także z jej wypukłości ($a''(u_t) \geq 0$)¹¹. Dodatkowo zakładamy, że w warunkach *steady state* zachodzi:

$$u = 1, \quad a(1) = 0, \quad a'(1) = (1 - \tau^k) r^k.$$

Wymienione powyżej zależności pozwalają, między innymi, na zdefiniowanie elementów ograniczenia budżetowego gospodarstw domowych oraz — w połączeniu z warunkami równowagi konsumenta — wyprowadzenie makroekonomicznych równań inwestycji. Za-

⁹Mając na uwadze rolę drugiej pochodnej funkcji $\tilde{S}(\dots)$ w modelu, warto przypomnieć, iż małe (bliskie zero) wartości drugiej pochodnej oznaczają, że w okolicach minimum funkcja $\tilde{S}(\dots)$ jest „płaska”, a zatem, nawet przy stosunkowo znacznych odchyleniach tempa wzrostu od wartości *steady state*, utrata efektywności inwestowania jest niewielka. Gdy \tilde{S}'' jest duże, każde odchylenie dynamiki inwestycji od długookresowego tempa wzrostu powoduje silny spadek efektywności transformacji inwestycji w środki trwałe.

¹⁰Zwracamy uwagę na fakt, iż renta ta jest jednakowa w skali całej gospodarki, bowiem — jak się *implicitie* zakłada — środki trwałe są jednorodne, a rynek usług kapitału konkurencyjny.

¹¹Niskie, bliskie zero wartości (σ_a) oznaczają, że nieznaczne nawet zmiany warunków gospodarowania (w tym determinantów kosztów i korzyści związanych z użytkowaniem środków trwałych) powodują znaczące zmiany stopnia wykorzystania mocy produkcyjnych (u_t). Gdy (σ_a) jest bardzo duże, stopień wykorzystania środków trwałych staje się niemal niewrażliwy na zmiany warunków gospodarowania.

równy funkcja transformacji $\tilde{S}(\dots)$, jak też funkcja kosztów (zmian) stopnia wykorzystania środków trwałych $a(\dots)$ odpowiadają za powstawanie sztywności (opóźnień) w dostawach realnych gospodarki¹².

Ograniczenie budżetowe gospodarstw domowych

Gospodarstwa domowe są głównym podmiotem w modelu DSGE i jedynym posiadaczem zasobów (środków trwałych, kapitału akcyjnego uprawniającego do uzyskiwania dywidendy itp.), dlatego ograniczeniem budżetowe jest tutaj bardzo rozbudowane. Gospodarstwo domowe (j), w danej chwili, dysponuje:

- zasobem gotówki równym ($Q_{j,t}$);
- dochodami z posiadanych depozytów krajowych (bonów nie obciążonych ryzykiem) równymi $(R_{t-1}(M_{j,t} - Q_{j,t}))$;
- dochodami z pracy, które po opodatkowaniu podatkiem dochodowym (τ_t^y) i uwzględnieniu podatku od funduszu płac¹³ (τ_t^w) wynoszą $(\frac{1-\tau_t^y}{1+\tau_t^w}) \cdot (W_{j,t}) \cdot (h_{j,t})$, gdzie: ($W_{j,t}$) jest płacą, a ($h_{j,t}$) czasem pracy;
- dochodami z tytułu wynajmowania usług kapitału, uzyskiwane kwoty, po opodatkowaniu podatkiem od kapitału, wynoszą: $((1 - \tau_t^k) R_t^k u_{j,t} \bar{K}_{j,t})$;
- zyskami (dywidendami) uzyskanymi z firm, które wynoszą, po opodatkowaniu podatkiem od kapitału, $(1 - \tau_t^k) \Pi_t$;
- transferami z budżetu (TR_t);
- skorygowanymi o efekty ryzyka dochodami z lokat zagranicznych, które szerzej omówimy w końcu tego paragrafu;
- dochodami z państwowego ubezpieczenia ($D_{j,t}$). Ubezpieczenie to ma cechę wyrównywania dochodów poszczególnych gospodarstw, dzięki czemu mogą one — z punktu widzenia wydatków — zachowywać się jednolicie.

Sumaryczną kwotę dochodów zmniejszając podatki od dochodów kapitałowych: od dochodów z lokat krajowych, od dochodów z lokat zagranicznych oraz od różnic kursowych. Równocześnie j -te gospodarstwo domowe przeznacza środki będące w dyspozycji na:

¹²Wracając do funkcji $a(\dots)$, intuicja podpowiada, że wzrost stopnia wykorzystania kapitału powinien pociągać za sobą wzrost kosztów — należałoby zatem ograniczyć rozważania do funkcji rosnących. Jednak w szeregu materiałów, np. (Altig i in., 2005) w charakterze funkcji $a(\dots)$, używana jest funkcja kwadratowa. Co więcej, przy braku wyraźnie określonej dziedziny funkcji $a(\dots)$, warunki, jakie formułują Autorzy, pozwalają na ujemne wartości $a(\dots)$, gdy relacja (u) spada poniżej jedynki. Wygodnym rozwiązaniem, byłoby minimum funkcji dla ($u = 1$), sprawiające, że każdy inny stopień wykorzystania kapitału niż jeden pociąga za sobą rosnące koszty. Ta opcja jest jednak wykluczona z uwagi na postulaty dotyczące równowagi długookresowej.

¹³W modelu SOE-PL kategorię tę utożsamiamy ze składkami ubezpieczeniowymi.

- gotówkę i lokaty bankowe (bony nie obciążone ryzykiem) założone na kolejny okres, $(M_{j,t+1})$;
- zagraniczne lokaty (bony) także założone na kolejny okres, $(S_t B_{j,t+1}^*)$;
- wydatki konsumpcyjne (obciążone podatkiem od konsumpcji — ogólniej podatkami pośrednimi), $(P_t^c) C_{j,t} (1 + \tau_t^c)$;
- wydatki inwestycyjne, $(P_t^i) I_{j,t}$;
- koszty utrzymania i zmian zasobu środków trwałych $(P_t) (a(u_{j,t}) \bar{K}_{j,t} + P_{k',t} \Delta_t)$.

Mając daną powyższą listę ograniczenie budżetowe j -tego gospodarstwa domowego możemy zapisać łącznie:

$$\begin{aligned}
 & M_{j,t+1} + S_t B_{t+1}^* + P_t^c C_{j,t} (1 + \tau_t^c) + P_t^i I_{j,t} + P_t (a(u_{j,t}) \bar{K}_{j,t} + P_{k',t} \Delta_t) \\
 = & R_{t-1} (M_{j,t} - Q_{j,t}) + Q_{j,t} + (1 - \tau_t^k) \Pi_t + \left(\frac{1 - \tau_t^y}{1 + \tau_t^w} \right) W_{j,t} h_{j,t} + D_{j,t} \\
 & + (1 - \tau_t^k) R_t^k u_{j,t} \bar{K}_{j,t} + R_{t-1}^* \Phi \left(\frac{A_{t-1}}{z_{t-1}}, \tilde{\phi}_{t-1} \right) S_t B_{j,t}^* + TR_t \\
 & - \tau_t^k \left[(R_{t-1} - 1) (M_{j,t} - Q_{j,t}) + \left(R_{t-1}^* \Phi \left(\frac{A_{t-1}}{z_{t-1}}, \tilde{\phi}_{t-1} \right) - 1 \right) S_t B_{j,t}^* \right. \\
 & \left. + B_{j,t}^* (S_t - S_{t-1}) \right]. \tag{2.30}
 \end{aligned}$$

Dochody z lokat zagranicznych uwzględniają dodatkowy efekt niepewności (ryzyka), wynikający, między innymi, z niepełnej integracji rynków finansowych i aproksymowany przez funkcję $\Phi(.,.)$, która zależy od specyficznego dla gospodarki zaburzenia, nazywanego dalej premią za ryzyko, $(\tilde{\phi}_t)$, oraz globalnej wielkości lokat zagranicznych, tzn.: $(A_t) \equiv \frac{S_t B_t^*}{P_t}$. O funkcji $\Phi(.,.)$ zakłada się, że jest malejąca względem (A_t) i spełnia warunek $(\Phi(0,0) = 1)$. W takiej sytuacji, gdy gospodarka jest dłużnikiem netto, gospodarstwa domowe ponoszą dodatkowe koszty niepewności przekładające się na wyższą stopę procentową, w przeciwnej sytuacji ich dochody z lokat zagranicznych są zmniejszane. Umieszczenie tej funkcji gwarantuje poprawne cechy równowagi długookresowej, obszerną argumentację przedstawia np. Schmitt-Grohé, Uribe (2003). W toku dalszych rozważań użytecznym okazało się jawne zdefiniowanie omawianej funkcji, przyjęto zatem, że:

$$\Phi(a, \tilde{\phi}_t) = \exp \left\{ -\tilde{\phi}_a (a_t - \bar{a}) + \tilde{\phi}_t \right\}, \quad a_t = \frac{A_t}{z_t}. \tag{2.31}$$

Funkcja $\Phi(.,.)$ wraz warunkami koniecznymi zadania optymalizacyjnego gospodarstw domowych pozwala uzyskać równanie kursu walutowego opartego na idei parytetu stóp procentowych korygowanego o efekty premii za ryzyko. Premia za ryzyko ma charakter

zaburzenia losowego, a postać procesu rządzącego jej wahaniami podano w rozdziale 2.2.1.

W nieco nowszej wersji modelu SOE autorzy (Adolfson i in., 2005b, 2006) proponują bardziej rozbudowaną wersję funkcji obrazującej premię za ryzyko:

$$\Phi(a_t, S_t, \tilde{\phi}_t) = \exp \left\{ -\tilde{\phi}_a (a_t - \bar{a}) - \tilde{\phi}_s \left(\frac{\mathbb{E}_t S_{t+1}}{S_t} \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1 \right) + \tilde{\phi}_t \right\}. \quad (2.32)$$

Istotą wprowadzonych zmian jest umożliwienie pojawienia się ujemnej korelacji między premią za ryzyko oraz oczekiwaną deprecjacją — zjawiska obserwowanego w odrębnych badaniach empirycznych i nazywanego w literaturze anglojęzycznej *forward disconnect puzzle* lub *forward premium puzzle* (por. np. Engel, 1996). Jednym z efektów zastosowania tej funkcji w modelu jest nadanie równaniu kursu mieszanego antycypacyjno-autoregresyjnego charakteru. Przeprowadzone przez Autorów modelu SOE eksperymenty (z wersją SOE-Sweden) sugerują, iż powyższy, bardziej rozbudowany wariant modelu ma większy potencjał wyjaśniający niż ten, który wykorzystaliśmy do estymacji i wnioskowania.

Problem decyzyjny gospodarstw domowych

Funkcja użyteczności j -tego gospodarstwa domowego uwzględnia trzy główne kategorie: spożycie, pracę (czas wolny) oraz pieniądź gotówkowy. Gospodarstwa (konsumenci) mają swoje przyzwyczajenia, które sprawiają, że ich zachowania konsumpcyjne wykazują inercję¹⁴. Każda z kategorii występujących w funkcji ma swoją wagę, która podlega zaburzeniom (zaburzenie preferencji), odpowiednio: (ζ_t^c) — odpowiada za czasowe zmiany preferencji konsumpcyjnych, (ζ_t^h) , za chwilowe zmiany podaży pracy, (ζ_t^q) — za preferencje dotyczące posiadania gotówki (płynności)¹⁵. Zaburzenia te omówiono w rozdziale 2.2.1. Pełną postać maksymalizowanej funkcji użyteczności zapisujemy jako:

$$\mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\zeta_t^c \ln(C_{j,t} - b C_{j,t-1}) - \zeta_t^h A_L \frac{(h_{j,t})^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} + \zeta_t^q A_q \frac{\left(\frac{Q_{j,t}}{z_t P_t}\right)^{1-\sigma_q}}{1-\sigma_q} \right], \quad (2.33)$$

gdzie: (β) jest współczynnikiem dyskonta, (b) mierzy stopień przyzwyczajenia konsumpcyjnych, (A_L) , (A_q) — są wagami charakteryzującymi względną rolę czasu wolnego i gotówki w funkcji celu¹⁶, parametr (σ_L) interpretuje się jako odwrotność elastyczności podaży pracy względem płacy, (σ_q) pokazuje elastyczność popytu na pieniądź względem stopy procentowej (względnej awersji do ryzyka względem realnej gotówki).

¹⁴W literaturze anglojęzycznej używaną w modelu SOE wersję przyzwyczajenia określa się mianem *external habit persistence*.

¹⁵W funkcjonującej wersji modelu zaburzenie preferencji płynności jest nieaktywne, tzn. $(\zeta_t^q \equiv 1)$.

¹⁶Parametr (A_q) interpretowany jest także, jako pożądana relacja pieniądza gotówkowego do szerokiego, zaś parametr (A_L) pośrednio określa średni (pożądany) odsetek czasu spędzany w pracy.

Mając funkcję celu gospodarstw (2.33), ograniczenie budżetowe (2.30) oraz równanie definiujące zmiany zasobu środków trwałych (2.28), można zbudować zadanie decyzyjne gospodarstwa domowego, które będzie maksymalizowało funkcję celu mając dwa ograniczenia: budżetowe i zmian zasobu kapitału. Zmiennymi decyzyjnymi będą wówczas: konsumpcja ($C_{j,t}$), nakłady inwestycyjne ($I_{j,t}$), czas pracy (podaż pracy) ($h_{j,t}$), zakupy (sprzedaż) środków trwałych (Δ_t), zasób posiadanego kapitału ($\bar{K}_{j,t}$), stopień wykorzystania istniejących środków trwałych ($u_{j,t}$), struktura oszczędności krajowych ($Q_{j,t}$), ($M_{j,t+1}$) oraz wielkość oszczędności trzymanyh w aktywach zagranicznych (B_{t+1}^*). Warunki konieczne z takiego problemu decyzyjnego pozwalają — po log-linearyzacji i pewnych uproszczeniach — wyprowadzić siedem równań postaci strukturalnej modelu (konsumpcji, inwestycji, krajowej użyteczności dochodu, kursu walutowego, stopy wykorzystania środków trwałych, popytu na gotówkę i ceny kapitału).

2.1.9 Agregatorzy pracy, płace, zatrudnienie

Każde z gospodarstw domowych jest specyficzne, gdy bierzemy pod uwagę wykształcenie i możliwości świadczenia pracy o zindywidualizowanych kwalifikacjach. Zróżnicowanie to pozwala każdemu gospodarstwu na oferowanie pracy i ustalanie jej ceny tak, jak w warunkach konkurencji niedoskonałej. Mechanizm kształtowania płac opiera się na idei schematu Calvo. Rozwiązując swój problem decyzyjny, gospodarstwa określają swoje nakłady pracy (podaż pracy). Praca ta jest przekształcana w jednorodne usługi pracy, których ilość dostosowuje się tak, aby zaspokoić popyt przedsiębiorstw produkcyjnych na usługi tego czynnika. Zmiany popytu przedsiębiorstw na usługi pracy powinny powodować także zmiany zatrudnienia, nie jest to jednak proces płynny. Zakłada się, że i tutaj mamy do czynienia z dostosowaniem wzorowanym na idei Calvo — tak, jak zrobiono to w modelu Smetsa i Woutersa (2002a)¹⁷.

Przy ustalaniu płac, rozumowanie przebiega podobnie, jak dla importu, czy produkcji dóbr pośrednich. Heterogeniczna praca agregowana jest przez pośredników przy pomocy agregatora opartego na idei Dixita-Stiglitz i funkcji CES, a efektem są jednorodne usługi pracy, (H_t) oraz średnia nominalna płaca w gospodarce (W_t). Dodatkowo, uzyskamy informację o popycie na każdy z rodzajów pracy. Mając dany popyt na pracę j-tego gospodarstwa oraz płacę w gospodarce można rozwiązać problem optymalizacyjny dotyczący indywidualnych płac tak, jak w przypadku cen dóbr pośrednich, importu i eksportu. Odpowiednie formuły z pierwszej fazy rozumowania mają znaną już postać. Agregacja pracy technologią CES

¹⁷W oryginalnym opracowaniu autorów modelu SOE (Adolfson i in., 2005a, str. 23), jak też w cytowanej już pracy Smetsa i Woutersa (2002a) poddanie zatrudnienia schematowi Calvo motywuje się problemami pragmatycznymi, tzn. brakiem danych dotyczących przepracowanych roboczogodzin, które najlepiej odzwierciedlałyby zużycie usług pracy. Ponieważ zatrudnienie dostosowuje się wolniej niż przepracowane roboczogodziny, zaproponowano zastosowanie „technik” sztywnych (opóźnionych) reakcji. Warto jednak zaznaczyć, że nawet przy założonych sztywnościach, popyt na usługi pracy jest zawsze zaspokojony i podaż znajduje popyt. Nie jest to więc adekwatna charakterystyka rynku pracy, na którym pojawia się strukturalne bezrobocie.

daje wielkość:

$$H_t = \left[\int_0^1 (h_{j,t})^{\frac{1}{\lambda_w}} dj \right]^{\lambda_w}, \quad 1 \leq \lambda_w < \infty. \quad (2.34)$$

Przy globalnym popycie na usługi pracy równym (H_t), popyt na pracę j -tego typu wynosi:

$$h_{j,t} = \left[\frac{W_{j,t}}{W_j} \right]^{\frac{\lambda_w}{1-\lambda_w}} H_t. \quad (2.35)$$

Zakładamy, że prawdopodobieństwo optymalizacji płacy w chwili ($t+1$) wynosi $(1-\xi_w)$, płaca zoptymalizowana oznaczana jest przez ($W_{j,t}^{new}$). Jeżeli płace nie będą poddane reoptymalizacji, gospodarstwa domowe dokonają prostej indeksacji. Przykładowo:

$$W_{j,t+1} = \mu_{z,t+1} (\pi_t^c)^{\kappa_w} (\bar{\pi}_{t+1}^c)^{1-\kappa_w} W_{j,t}. \quad (2.36)$$

Problem decyzyjny gospodarstw domowych próbujących optymalizować płace przybiera postać:

$$\begin{aligned} \max_{W_{j,t}^{new}} \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi_w)^s & \left[-\zeta_{t+s}^h A_L \left(\frac{(h_{j,t+s})^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} \right) + v_{t+s} \left(\frac{1-\tau_{t+s}^y}{1+\tau_{t+s}^w} \right) \times \right. \\ & \left. \left((\pi_t^c \dots \pi_{t+s-1}^c)^{\kappa_w} (\bar{\pi}_{t+1}^c \dots \bar{\pi}_{t+s}^c)^{1-\kappa_w} \right) \times \right. \\ & \left. \left(\mu_{z,t+1} \dots \mu_{z,t+s} \right) W_{j,t}^{new} h_{j,t+s} \right]. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Log-linearyzowana wersja warunku koniecznego ekstremum stanowi równanie dynamiki płac w gospodarce.

Dostosowanie zatrudnienia do popytu na usługi siły roboczej — jak to zaznaczono wcześniej — odbywa się z opóźnieniem. Zatrudnienie zmienia się z prawdopodobieństwem $(1-\xi_e)$, uzyskując wielkość oznaczaną (\tilde{E}_t^{new}), tzn. że jedynie $(1-\xi_e)$ firm dokonuje zmiany zatrudnienia, pozostałe utrzymują zatrudnienie na niezmiennym poziomie. Zadanie decyzyjne i -tej firmy przybiera postać:

$$\min_{\tilde{E}_{i,t}^{new}} \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi_e)^s \left(n_{i,t} \tilde{E}_{i,t}^{new} - H_{i,t+s} \right)^2, \quad (2.38)$$

w którym ($n_{i,t}$) jest liczbą godzin pracy na zatrudnionego w i -tej firmie. Warunek konieczny uzyskany z powyższego problemu decyzyjnego oraz równania opisujące agregację pracy pozwalają na wyprowadzenie log-linearyzowanego równania opisującego dynamikę zatrudnienia. W równaniu tym nie występuje zmienna pomocnicza ($n_{i,t}$).

2.1.10 Bank centralny i rząd

Bank centralny, polityka monetarna. Bank centralny nie ma w modelu SOE jawnie definiowanej funkcji celu, nie jest zatem podmiotem optymalizującym, przynajmniej *explicite*. Zakłada się jednak, że zasady prowadzenia polityki monetarnej uregulowane są w taki sposób, że decyzje dotyczące stopy procentowej są — z dokładnością do zaburzenia o zerowej wartości oczekiwanej, tu oznaczanego jako $(\epsilon_{R,t})$ — powtarzalne i przewidywalne. Bank centralny realizuje formę strategii bezpośredniego celu inflacyjnego, a stopa procentowa wynika z reguły typu Taylora. Parametry reguły są stałe, a ich estymacja oznacza odtworzenie „natury” decydenta prowadzącego politykę monetarną. Całe rozumowanie ma nieco charakter *ad hoc*, dlatego log-linearyzowana postać reguły polityki stopy procentowej jest założona (zmienne log-linearyzowane wokół wartości *steady state* oznaczono daszkiem). Postać reguły w dużym stopniu nawiązuje do reguły użytej w modelu Smetsa-Woutersa (2002a):

$$\hat{R}_t = \rho_R \hat{R}_{t-1} + (1 - \rho_R) \left[\hat{\pi}_t^c + r_\pi (\hat{\pi}_{t-1}^c - \hat{\pi}_t^c) + r_y \hat{y}_{t-1} + r_x \hat{x}_{t-1} \right] + r_{\Delta\pi} \Delta \hat{\pi}_t^c + r_{\Delta y} \Delta \hat{y}_t + \epsilon_{R,t}. \quad (2.39)$$

Zgodnie z formułą (2.39) stopa procentowa ulega jedynie stopniowym zmianom — jest „wygładzana”. Parametrem sterującym stopniem wygładzania jest (ρ_R) . Decydent reaguje na odchylenia modelowego odpowiednika CPI (który w modelu SOE szacowany jest bez podatków pośrednich) $(\hat{\pi}_t^c)$, od celu inflacyjnego tu oznaczonego jako $(\hat{\pi}^c)$. Dodatkowo, zmiany stopy mogą wynikać z odchylen PKB od równowagi długookresowej, (\hat{y}_t) , odchylen realnego kursu walutowego od równowagi (\hat{x}_t) oraz zmian dynamiki odchylen inflacji i PKB.

W specyficzny sposób rozwiązano kwestię ustalania celu inflacyjnego. W modelu SOE cel nie jest wielkością stałą, nie jest też instrumentem polityki gospodarczej, taka kategoria zmiennych nie występuje, a wahania wszystkich zmiennych egzogenicznych są aproksymowane procesami stochastycznymi — i tak też jest z celem. Długookresowa wartość celu $(\hat{\pi}^c)$ nie jest specyfikowana, *implicitie* przyjmuje się jednak, że jest zgodna z wartością *steady state* inflacji. W powyższej regule — opierającej się na zmiennych log-linearyzowanych — istotne są jedynie odchylenia celu inflacyjnego od równowagi, a te traktowane są jako losowe. Dokładniej, zakładamy, że pojawia się tu proces typu AR(1) z bardzo wysokim współczynnikiem autokorelacji, który charakteryzuje te odchylenia. Zaburzenia monetarne (stopy procentowej oraz celu inflacyjnego) szerzej scharakteryzowano w rozdziale 2.2.1.

Rząd, budżet, polityka fiskalna. Z uwagi na charakter danych dostępnych dla strefy euro, a ten obszar był pierwotnym obiektem zainteresowania Autorów modelu SOE, zagadnienia polityki fiskalnej musiały być potraktowane nieco marginalnie. W problemach decyzyjnych podmiotów pojawiają się stawki różnych podatków. Podatki te mają istotne

znaczenie dla zachowań producentów i konsumentów, wpływając na alokację zasobów. Transfery z budżetu uwzględniane są w ograniczeniu budżetowym gospodarstw. Dodatkowo spójność rachunków narodowych wymaga uwzględnienia konsumpcji rządowej w całym rozumowaniu, a zatem „rząd” musi zadbać o zbilansowanie wydatków (transfery i konsumpcja rządowa liczone w cenach bieżących) oraz przychodów, tu: z podatków pośrednich, z podatków dochodowych i od płac, podatków kapitałowych (wielkości te znajdują się w ograniczeniu budżetowym gospodarstw domowych — por. równanie (2.30)). Odpowiedni warunek ma zatem postać:

$$P_t G_t + TR_t = R_{t-1} (M_{t+1} - M_t) + \tau_t^c P_t^c C_t + \frac{(\tau_t^y + \tau_t^w) W_t}{1 + \tau_t^w} H_t + \tau_t^k \left[(R_{t-1} - 1) (M_t - Q_t) + R_t^k u_t \bar{K}_t + \left(R_{t-1}^* \Phi(a_{t-1}, \tilde{\phi}_{t-1}) - 1 \right) S_t B_t^* + \Pi_t \right]. \quad (2.40)$$

W całym rozumowaniu nie uwzględnia się *explicite* istnienia deficytu budżetowego i długu publicznego, co w części odpowiada logice ricardiańskich zachowań podmiotów, (por. np. Canova, 2005, str. 29). Autorzy modelu SOE zauważają jednak, że specyfikowana w ograniczeniu budżetowym gospodarstw domowych oraz w powyższym równaniu kategoria transferów może być interpretowana jako deficyt.

Stawki podatków oraz konsumpcja rządowa traktowane są jak zmienne egzogeniczne, podlegające zaburzeniom losowym. Chcąc uwzględnić ich wzajemne powiązania, wahania stawek i wydatków są wyjaśniane osobno, estymowanym niezależnie modelem SVAR, którego postać szczegółowej omawiamy w rozdziale 2.2.1. Jednak model SVAR wyjaśnia jedynie krótkookresowe wahania zmiennych fiskalnych, długookresowe wartości stawek podatkowych oraz udziału konsumpcji rządowej w PKB są „głębokimi parametrami” modelu SOE.

2.1.11 Otoczenie gospodarki

Model SOE jest modelem gospodarki otwartej, tzn. gospodarki poddanej działaniom zaburzeń płynących z rynku światowego. Popyt na dobra eksportowane zależy od popytu światowego, cen światowych i kursu walutowego. Ceny dóbr importowanych wiążą się z kursem, a przepływy aktywów oraz kurs uzależniony jest od zewnętrznej stopy procentowej. Dlatego wahania trzech zmiennych egzogenicznych: światowego PKB, cen światowych oraz światowej stopy procentowej muszą być opisane przez model. Tak jak w przypadku zmiennych fiskalnych, służy do tego estymowany odrębnie model SVAR, którego cechy omawiamy w rozdziale 2.2.1.

2.1.12 Makroekonomiczne warunki równowagi

Postuluje się, aby trzy główne makroekonomiczne rynki: produktów, pieniądza oraz aktywów zagranicznych, pozostały w równowadze. Formalnie oznacza to sporządzenie prostego

bilansu produktów, pieniądza oraz aktywów zagranicznych. W omawianej wersji modelu SOE nie analizuje się równowagi na rynkach czynników.

Bilans w rachunkach narodowych

Bilans produktów jest w modelu SOE odpowiednikiem rachunków narodowych. Bilans ten zakłada, że suma zagregowanego popytu nie przekracza podaży ogółem. W najogólniejszej postaci tego bilansu podaż krajowa, wyznaczana z funkcji produkcji, nie powinna być mniejsza niż popyt na produkty wytworzone w kraju (kierowane zarówno na rynek krajowy, jak i na eksport), a dodatkowo uwzględniany jest koszt dostosowania stopnia wykorzystania kapitału ($a(u_t)\bar{K}_t$), którego rolę omówiono w rozdziale 2.1.8:

$$C_t^d + C_t^x + I_t^d + I_t^x + G_t \leq z_t^{1-\varpi} \epsilon_t K_t^\varpi H_t^{1-\varpi} - z_t \phi - a(u_t)\bar{K}_t. \quad (2.41)$$

Bilans płatniczy i monetarny

Na poziomie makro postulujemy równowagę przepływów finansowych:

$$S_t B_{t+1}^* = S_t P_t^x (C_t^x + I_t^x) - S_t P_t^* (C_t^m + I_t^m) + R_{t-1}^* \Phi(a_{t-1}, \tilde{\phi}_{t-1}) S_t B_t^*. \quad (2.42)$$

Pierwsze dwa czynniki znajdujące się po prawej stronie bilansu są uproszczoną postacią bilansu handlowego, pozostałe pozycje równania charakteryzują saldo przepływów (dochodów) kapitałowych. Wielkość $\left[R_{t-1}^* \Phi(a_{t-1}, \tilde{\phi}_{t-1}) \right]$ wyznacza skorygowaną o ryzyko stopę procentową brutto z lokat zagranicznych, a cechy tej funkcji omówiono w rozdziale 2.1.8.

Monetarny warunek równowagi postuluje zrównanie podaży szerokiego pieniądza (lokaty ogółem) z popytem, na który w modelu SOE składa się z popytu przedsiębiorstw, pożyczających gotówkę by sfinansować zaliczkowe płace oraz popytu gospodarstw domowych. Warunek ten zapisujemy jako:

$$v W_t H_t + Q_t = \mu_t M_t, \quad \mu_t = \frac{M_{t+1}}{M_t}. \quad (2.43)$$

W obecnej wersji modelu — z uwagi na usunięcie pieniądza ze zbioru zmiennych obserwowalnych oraz zaburzeń podaży i popytu przedsiębiorstw na pieniądź — pieniądź i jego efekty mają drugorzędny charakter.

2.2 Zaburzenia strukturalne w modelu SOE

Modele DSGE bywają nazywane modelami napędzanymi i sterowanymi przez *nieprzewidywalne zaburzenia*, szoki, które zmieniają trwale trajektorie zmiennych lub/i powodują przechodnie odchylenia od stanu równowagi podmiotów. Jawne uwzględnianie większej liczby tego typu zaburzeń sprawia, że model może opisywać (odtworzać) zdarzenia historyczne oraz wskazywać sposoby absorbowania zaburzeń, które się zrealizowały. Dlatego kwestii zaburzeń wpisanych w model poświęcamy nieco więcej uwagi. Korzystając z terminologii proponowanej w pracy Fukaca i Pagana (2006), zaburzenia pojawiające się w modelach DSGE można podzielić na dwie kategorie: obserwowalne i nieobserwowalne. Obserwowalne zaburzenia można odtworzyć korzystając z technik statystycznych — i tak właśnie dzieje się w modelu SOE z blokiem zaburzeń fiskalnych (stawki podatkowe, wydatki rządowe) oraz blokiem zaburzeń zewnętrznych (inflacja światowa, dochód światowy, światowa stopa procentowa). Charakterystyki tych zaburzeń odtworzono estymując dwa modele (S)VAR. Druga kategoria zaburzeń związana jest bezpośrednio ze specyfikacją modelu teoretycznego, ich treść, rola i charakter wynika z konstrukcji modelu. O tej grupie (i tylko o tej grupie) zaburzeń — w modelu SOE — zakłada się, że są między sobą nieskorelowane. Dodatkowo przyjęto, że stacjonarne zaburzenia tej klasy kształtuje proces stochastyczny typu AR(1), tzn. szoki wykazują pewien stopień uporczywości („persystencji”, ulotnej pamięci — zapominanie ma charakter wykładniczy)¹⁸, a wahania odbywają się wokół wartości oczekiwanej procesu. Wartości oczekiwane procesów należą zatem do grupy „głębokich parametrów” modelu, „głębokimi parametrami” modelu stają się też charakterystyki procesów stochastycznych nadających kształt wahaniom, tu współczynniki autokorelacji i wariancja, aczkolwiek — z uwagi na stosowany w modelu SOE sposób upraszczania warunków pierwszego rzędu — rola drugich momentów w procesach decyzyjnych podmiotów pozostaje drugorzędna.

Inna użyteczna klasyfikacja opiera się na przyczynach występowania zaburzeń w modelu (równaniu). W grę wchodzi dwa przypadki: zaburzenie zwiększa stopień zgodności modelu z danymi (i ma naturę reszty, reprezentuje kompleks czynników, które nie zostały uwzględnione w modelu); zaburzenie odpowiada za ruch, ewolucję, wzrost gospodarki (Fukac, Pagan, 2006, str. 12), a zatem ma zdolność do kreowania nowej sytuacji. Zaburzenia obserwowalne oraz zaburzenie, które pojawia się w regule stopy procentowej są przykładami zaburzeń-reszt, inne — jak np. zaburzenia technologiczne — odpowiadają za wzrost i ewolucję gospodarki.

2.2.1 Procesy rządzące zaburzeniami

W modelu SOE występuje kilkanaście zaburzeń losowych. Zaburzenia te modyfikują wartości parametrów pojawiających się w problemach decyzyjnych podmiotów lub — tak,

¹⁸Fukac, Pagan (2006) zauważają, że istnienie efektów uporczywości ułatwia identyfikowanie parametrów modelu.

jak zaburzenia technologiczne — mają samoistny charakter. Jedynie zaburzenie pojawiające się w regule stopy procentowej i (częściowo) premia za ryzyko mają naturę „reszty” spotykanej w równaniach regresji. Poniżej przedstawiamy postaci procesów stochastycznych rządzących zmianami charakterystyk technologii, preferencji i warunków rynkowych. Procesy te mają bardziej rozbudowaną postać, gdy przedstawiamy je charakteryzując problemy decyzyjne podmiotów, wówczas *explicite* definiowana jest ich wartość oczekiwana. W trakcie wyprowadzania postaci strukturalnej modelu, zaburzenia te zostaną poddane log-linearyzacji (zmiennie taki oznaczamy daszkiem), co prowadzi do uproszczenia postaci procesu — w większości przypadków uzyskujemy klasyczną postać procesu autoregresyjnego rzędu pierwszego AR(1) z zerową wartością oczekiwaną i oryginalnym współczynnikiem autokorelacji oraz wariancją zredukowaną proporcjonalnie do wartości oczekiwanej procesu (wartości w warunkach równowagi długookresowej).

Zaburzenia nieobserwowalne

1. Dwa technologiczne zaburzenia oddziałują na funkcję produkcji. Pierwsze zaburzenie (z_t) ma permanentny charakter i kształtowane jest przez proces (por. równanie (2.4) oraz uwagi w następnym paragrafie):

$$\mu_{z,t} = \frac{z_t}{z_{t-1}}, \quad \mu_{z,t} = (1 - \rho_{\mu_z}) \mu_z + \rho_{\mu_z} \mu_{z,t-1} + \tilde{\epsilon}_{z,t}, \quad \mathbb{E} \tilde{\epsilon}_{z,t}^2 = \mu_z^2 \sigma_{\epsilon_{\mu_z}}^2. \quad (2.44)$$

Systematyczną składową procesu (μ_z) traktujemy, jako długookresowe tempo wzrostu postępu technicznego w danej gospodarce. Dynamika ta powinna być zatem widoczna we wszystkich zmiennych realnych (i nominalnych¹⁹) — w warunkach równowagi długookresowej PKB, konsumpcja, inwestycje (itp.) powinny charakteryzować się właśnie taką dynamiką. Interesują nas zatem nie tyle wahania ($\mu_{z,t}$), co odchylenia dynamiki postępu technicznego od wartości (μ_z), tzn. wielkości ($\hat{\mu}_{z,t}$):

$$\hat{\mu}_{z,t} = \rho_{\mu_z} \hat{\mu}_{z,t-1} + \epsilon_{z,t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{z,t}^2 = \sigma_{\epsilon_{\mu_z}}^2. \quad (2.45)$$

2. Drugie zaburzenie technologiczne (ϵ_t) jest stacjonarne i ma jednostkową wartość oczekiwaną (por. równanie (2.4)):

$$\mathbb{E}(\epsilon_t) = 1, \quad \hat{\epsilon}_t = \frac{\epsilon_t - 1}{1}, \quad \hat{\epsilon}_t = \rho_{\epsilon} \hat{\epsilon}_{t-1} + \epsilon_{\epsilon,t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\epsilon,t}^2 = \sigma_{\epsilon}^2. \quad (2.46)$$

Zaburzenie to można interpretować jako szok produktywności (TFP) i bezpośrednio pojawia się jedynie w funkcji produkcji. W modelu SOE (postaci strukturalnej) prowadzi ono do dwóch efektów: realnego (zmiana efektywności produkcji oddziałująca na popyt na czynniki produkcji) i nominalnego (zmiany kosztów krańcowych, z

¹⁹Teza ta staje się oczywista, gdy przeanalizujemy sposób definiowania długookresowego tempa wzrostu cen w modelu SOE, por. równanie (2.70)

wpływem na ceny dóbr krajowych).

3. Tak, jak w kraju, również w jego otoczeniu pojawia się permanentne zaburzenie technologiczne (trend postępu technicznego). Zagraniczne zaburzenie technologiczne (z_t^*) można by opisać procesem:

$$\mu_{z^*,t} = \frac{z_t^*}{z_{t-1}^*}, \quad \mu_{z^*,t} = (1 - \rho_{\mu_z^*}) \mu_{z^*} + \rho_{\mu_z^*} \mu_{z^*,t-1} + \epsilon_{z^*,t}.$$

Przy trwałych zaburzeniach krajowym i zagranicznym pojawia się zatem problem ich relacji, albo luki technologicznej. Dlatego w modelu SOE występuje zmienna charakteryzująca asymetrię postępu technicznego (\tilde{z}_t^*):

$$\tilde{z}_t^* = \frac{z_t^*}{z_t}, \quad \hat{\tilde{z}}_t^* = \frac{\tilde{z}_t^* - 1}{1}, \quad \hat{\tilde{z}}_t^* = \rho_{\tilde{z}^*} \hat{\tilde{z}}_{t-1}^* + \epsilon_{\tilde{z}^*,t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\tilde{z}^*,t}^2 = \sigma_{\tilde{z}^*}^2. \quad (2.47)$$

Przyjmuje się, że wartości oczekiwane zaburzeń są równe ($\mu_z = \mu_z^*$) oraz ($z_0^* = z_0 = 1$), co prowadzi do zrównania poziomów technologicznych, a zatem ($\tilde{z}^* = 1$). Log-linearyzowane zaburzenie asymetrii technologicznej pojawia się w równaniu aktywów zagranicznych netto (postaci strukturalnej modelu SOE) i oddziałuje — między innymi — na kurs walutowy.

4. Technologiczne zaburzenie inwestycji (Υ_t) zdefiniowane w równaniu (2.28) zmienia się zgodnie z procesem mającym jednostkową wartość oczekiwaną:

$$\hat{\Upsilon}_t = \frac{\Upsilon_t - 1}{1}, \quad \hat{\Upsilon}_t = \rho_{\Upsilon} \hat{\Upsilon}_{t-1} + \epsilon_{\Upsilon,t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\Upsilon,t}^2 = \sigma_{\Upsilon}^2. \quad (2.48)$$

Dodatnie odchylenia ($\hat{\Upsilon}$) powodują wzrost efektywności transformacji nakładów inwestycyjnych w środki trwałe.

5. Zaburzenie preferencji konsumpcyjnych (ζ_t^c) definiowane jest w funkcji celu (użyteczności) gospodarstw domowych (2.33), proces rządzący wahaniami ma jednostkową wartość oczekiwaną i postać:

$$\mathbb{E}(\zeta_t^c) = 1, \quad \hat{\zeta}_t^c = \frac{\zeta_t^c - 1}{1}, \quad \hat{\zeta}_t^c = \rho_{\zeta^c} \hat{\zeta}_{t-1}^c + \epsilon_{\zeta^c,t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\zeta^c,t}^2 = \sigma_{\zeta^c}^2. \quad (2.49)$$

Log-linearyzowane zaburzenie ($\hat{\zeta}_t^c$) pojawia się w funkcji konsumpcji postaci strukturalnej modelu.

6. Drugie z zaburzeń preferencji dotyczy wagi czasu wolnego w funkcji użyteczności i nazywa się je zaburzeniem podaży pracy (ζ_t^h):

$$\mathbb{E}(\zeta_t^h) = 1, \quad \hat{\zeta}_t^h = \frac{\zeta_t^h - 1}{1}, \quad \hat{\zeta}_t^h = \rho_{\zeta^h} \hat{\zeta}_{t-1}^h + \epsilon_{\zeta^h,t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\zeta^h,t}^2 = \sigma_{\zeta^h}^2. \quad (2.50)$$

Rzeczywistą wartość oczekiwaną wagi czasu wolnego w funkcji użyteczności gospodarstw domowych definiuje osobny parametr (A_t), por. równanie (2.33). W postaci strukturalnej modelu SOE log-linearyzowane zaburzenie występuje w równaniu płac.

7. Formalnie istnieje także opcja umożliwiająca pojawienie się trzeciego zaburzenia w funkcji użyteczności, zaburzenia dotyczącego wagi popytu na gotówkę (ζ_t^q). Zaburzenie to można zdefiniować jako:

$$\mathbb{E}(\zeta_t^q) = 1, \quad \widehat{\zeta}_t^q = \frac{\zeta_t^q - 1}{1}, \quad \widehat{\zeta}_t^q = \rho_{\zeta^q} \widehat{\zeta}_{t-1}^q + \epsilon_{\zeta^q, t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\zeta^q, t}^2 = \sigma_{\zeta^q}^2. \quad (2.51)$$

Wartość oczekiwaną tego zaburzenia definiuje osobno specyfikowany parametr (A_q), por. równanie (2.33). W aktualnej wersji modelu zaburzenie to nie jest aktywne.

8. Marża dla krajowych dóbr pośrednich ($\lambda_{d,t}$) jest stochastyczna i ewoluuje zgodnie z procesem:

$$\lambda_{d,t} = (1 - \rho_{\lambda_d}) \lambda_d + \rho_{\lambda_d} \lambda_{d,t-1} + \tilde{\epsilon}_{\lambda_d, t}, \quad \mathbb{E} \tilde{\epsilon}_{\lambda_d, t}^2 = \lambda_d^2 \tilde{\sigma}_{\lambda}^2. \quad (2.52)$$

Założono jednak, że parametr ($\rho_{\lambda_d} = 0$), tzn. „uporczywość”, albo inercja zmian marży nie występuje. Wartością oczekiwaną procesu jest (λ_d). Log-linearyzacja równań, w których występuje zaburzenia marż, prowadzi do uproszczenia postaci procesu:

$$\widehat{\lambda}_{d,t} = \rho_{\lambda_d} \widehat{\lambda}_{d,t-1} + \epsilon_{\lambda_d, t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\lambda_d, t}^2 = \tilde{\sigma}_{\lambda}^2. \quad (2.53)$$

W postaci strukturalnej modelu SOE powyższe zaburzenie pojawi się w równaniu krzywej Phillipsa dla cen produktów krajowych.

9. Dobra przeznaczone na eksport (por. równanie (2.24)) sprzedawane są ze stochastyczną marżą ($\lambda_{x,t}$) o wartości oczekiwanej równej (λ_x):

$$\lambda_{x,t} = (1 - \rho_{\lambda_x}) \lambda_x + \rho_{\lambda_x} \lambda_{x,t-1} + \tilde{\epsilon}_{\lambda_x, t}, \quad \mathbb{E} \tilde{\epsilon}_{\lambda_x, t}^2 = \lambda_x^2 \tilde{\sigma}_{\lambda_x}^2. \quad (2.54)$$

Na rynku światowym, gdzie sprzedawane są dobra eksportowane, panują warunki wolnej konkurencji, które nie pozwalają na systematyczne pobieranie marży, dlatego zakłada się, że ($\lambda_x \equiv 1$). Zaburzenie marż w eksporcie poddawane jest log-linearyzacji, co prowadzi do klasycznej postaci procesu AR(1), tzn.:

$$\widehat{\lambda}_{x,t} = \rho_{\lambda_x} \widehat{\lambda}_{x,t-1} + \epsilon_{\lambda_x, t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\lambda_x, t}^2 = \tilde{\sigma}_{\lambda_x}^2. \quad (2.55)$$

Powyższe zaburzenie pojawia się w równaniu krzywej Phillipsa dla dóbr eksportowanych postaci strukturalnej modelu.

10. Stochastyczny proces marży dla importowanych dóbr konsumpcyjnych (λ_t^{mc}), por.

równanie (2.14), można zapisać w formie:

$$\lambda_t^{mc} = (1 - \rho_{\lambda^{mc}}) \lambda^{mc} + \rho_{\lambda^{mc}} \lambda_{t-1}^{mc} + \tilde{\epsilon}_{\lambda_t^{mc}}, \quad \mathbb{E} \tilde{\epsilon}_{\lambda_t^{mc}}^2 = (\lambda^{mc})^2 \tilde{\sigma}_{\lambda^{mc}}^2. \quad (2.56)$$

gdzie: (λ^{mc}) jest wartością oczekiwaną procesu. Tak, jak poprzednio, przekształcenie w postać log-linearyzowaną nadaje zaburzeniu klasyczną formę procesu AR(1):

$$\hat{\lambda}_t^{mc} = \rho_{\lambda^{mc}} \hat{\lambda}_{t-1}^{mc} + \epsilon_{\lambda_t^{mc}}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\lambda_t^{mc}}^2 = \tilde{\sigma}_{\lambda^{mc}}^2. \quad (2.57)$$

Zaburzenie to pojawia się w równaniu krzywej Phillipsa dla cen importowanych dóbr konsumpcyjnych.

11. Stochastyczne marże importowanych dóbr inwestycyjnych (λ^{mi}) , zdefiniowane w równaniu (2.14) także można opisać procesem:

$$\lambda_t^{mi} = (1 - \rho_{\lambda^{mi}}) \lambda^{mi} + \rho_{\lambda^{mi}} \lambda_{t-1}^{mi} + \tilde{\epsilon}_{\lambda_t^{mi}}, \quad \mathbb{E} \tilde{\epsilon}_{\lambda_t^{mi}}^2 = (\lambda^{mi})^2 \tilde{\sigma}_{\lambda^{mi}}^2, \quad (2.58)$$

w którym wartością oczekiwaną jest (λ^{mi}) . Biorąc pod uwagę przekształcenia, jakim poddane będą równania, log-linearyzowane zaburzenie marż uzyska postać:

$$\hat{\lambda}_t^{mi} = \rho_{\lambda^{mi}} \hat{\lambda}_{t-1}^{mi} + \epsilon_{\lambda_t^{mi}}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\lambda_t^{mi}}^2 = \tilde{\sigma}_{\lambda^{mi}}^2. \quad (2.59)$$

Zaburzenie to pojawia się w równaniu krzywej Phillipsa dla cen importowanych dóbr inwestycyjnych.

12. Zaburzeniami monetarnymi w modelu SOE są zaburzenie stopy procentowej $(\epsilon_{R,t})$ oraz celu inflacyjnego (π_t^c) . Zaburzenie stopy procentowej uzupełnia budowaną *ad hoc* regułę polityki (por. równanie (2.39)) i ma formę klasycznego składnika losowego z zerową wartością oczekiwaną. Sama reguła stopy procentowej jest definiowana w formie log-linearyzowanej, dlatego i zaburzenie ma bezpośrednio taką formę (pomijamy tu pierwszy fragment równania (2.39)):

$$\hat{R}_t = \dots + \epsilon_{R,t} \quad \text{oraz} \quad \epsilon_{R,t} = \rho_{\epsilon,R} \epsilon_{R,t-1} + \epsilon_{R,t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{R,t}^2 = \sigma_R^2. \quad (2.60)$$

Przy czym zakłada się, że $(\rho_{\epsilon,R} \equiv 0)$, tzn. nie występuje persystencja zaburzenia stopy procentowej, co jest o tyle zasadne, iż efekt uporczywości jest wpisany w regułę stopy procentowej — tam reprezentowany jest przez parametr (ρ_R) .

13. Zaburzenie celu polityki pieniężnej definiowane jest bezpośrednio w formie log-linearyzowanej i opisuje wahania wokół swojej wartości oczekiwanej, którą w tym przypadku jest definiowana odrębnie inflacja w warunkach *steady state*. Sam proces

ma klasyczną postać:

$$\widehat{\pi}_t^c = \rho_{\pi^c} \widehat{\pi}_{t-1}^c + \epsilon_{\pi^c,t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\pi^c,t}^2 = \sigma_{\pi^c}^2. \quad (2.61)$$

14. Udział płać finansowanych z kredytu obrotowego (v_t) jest także procesem losowym (por. równania (2.5) i (2.8)). Zaburzenie to można zdefiniować jako:

$$v_t = (1 - \rho_v) v + \rho_v v_{t-1} + \epsilon_{v,t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{v,t}^2 = v^2 \sigma_v^2, \quad (2.62)$$

a jego wartością oczekiwaną jest v . Zaburzenie to nie jest jednak aktywne, tzn. jego funkcjonowanie jest blokowane w aktualnej wersji modelu, tak jak zaburzenie dotyczące preferencji płynności (popytu na pieniądź) gospodarstw domowych. Oczywiście oznacza to tyle, że udział wynagrodzeń wypłacanych z góry i finansowanych kredytem obrotowym jest stały i wynosi (v).

15. W ograniczeniu budżetowym konsumenta występuje pozycja obejmująca dochody z lokat zagranicznych zależna od funkcji aproksymującej efekty ryzyka ($\Phi(\dots)$), por. (2.31). Jednym z argumentów funkcji jest zmienna losowa charakteryzująca premię za ryzyko ($\tilde{\phi}_t$). Wielkość ta — w postaci strukturalnej modelu — pojawi się jako „klasyczny” (z zerową wartością oczekiwaną) składnik losowy w równaniu kursu. Proces rządzący tym zaburzeniem — po log-linearyzacji — ma postać:

$$\widehat{\phi}_t = \rho_{\tilde{\phi}} \widehat{\phi}_{t-1} + \epsilon_{\tilde{\phi},t}, \quad \mathbb{E} \epsilon_{\tilde{\phi},t}^2 = \sigma_{\tilde{\phi}}^2. \quad (2.63)$$

Analiza oprogramowania modelu SOE (SOE-Euro) oraz lektura opisów eksperymentów symulacyjnych przeprowadzanych przez Autorów oryginalnej wersji modelu (Adolfson i in., 2005a, str. 28) wskazują, że zaburzenia marż zostały poddane dodatkowym modyfikacjom. Okazuje się mianowicie, że log-linearyzowane zaburzenia marż pojawiające się w równaniach dynamiki inflacji (równaniach krzywych Phillipsa) występują tam z jednostkowym parametrem, co nie odpowiada formalnie i rygorystycznie wyprowadzonym postaciom równań dynamicznych. Poprawka ta jest równoznaczna z przeskalowaniem wszystkich zaburzeń marż o pominięty czynnik, co — oczywiście — zmienia także ich odchylenie standardowe. Estymacji podlegają zatem przeskalowane odchylenia standardowe zaburzeń ($\sigma_{\lambda^o}^2$), gdzie:

$$\sigma_{\lambda^o}^2 = \tilde{h}_o^2 \tilde{\sigma}_{\lambda^o}^2, \quad \tilde{h}_o = \frac{(1 + \beta \kappa_o)(1 - \xi_o)}{\xi_o(1 + \beta \kappa_o)}, \quad o \in \{d, x, mi, mc\}. \quad (2.64)$$

Uzasadniając tę poprawkę, Autorzy modelu SOE twierdzą, że zastosowana procedura zwiększa stopień liniowości modelu i ułatwia prowadzenie porównań między różnymi wariantami modelu, a analogiczne rozwiązanie można znaleźć w modelach Smetsa i Woutersa.

Zaburzenia obserwowalne

1. Wahania zmiennych fiskalnych w modelu SOE opisane są łącznie szacowanym odrębnie modelem (S)VAR. Model ten charakteryzuje dynamiczne współzależności stawek podatkowych oraz wydatków na konsumpcję rządową (zbiorową). Każda ze zmiennych fiskalnych ma osobno estymowaną lub kalibrowaną wartość oczekiwaną, są to odpowiednio (\tilde{G}) , (τ^w) , (τ^y) , (τ^k) , (τ^c) , ale ich bieżący poziom wynika z działania kompleksu addytywnych zaburzeń opisanych właśnie modelem SVAR. Ogólniej występuje tu pięć zaburzeń fiskalnych: podatków kapitałowych, $(\epsilon_{\tau^k,t})$, podatków konsumpcyjnych $(\epsilon_{\tau^c,t})$, podatków dochodowych $(\epsilon_{\tau^y,t})$, podatków od płac $(\epsilon_{\tau^w,t})$ oraz konsumpcji rządowej $(\epsilon_{\tilde{G},t})$. Patrząc na model (S)VAR z punktu widzenia tego, jak wykorzystuje się go przy konstrukcji postaci strukturalnej, występujące w tym modelu zmienne należy traktować jak log-linearyzowane, dlatego oznaczamy je daszkami. Model (S)VAR jest zdefiniowany jako:

$$\Gamma_0 \hat{\tau}_t = \Gamma_0 \Gamma(L) \hat{\tau}_{t-1} + \Gamma_0 \epsilon_{\tau,t}, \quad \epsilon_{\tau,t} \sim N(0, \Sigma_\tau), \quad (2.65)$$

$$\hat{\tau}_t \equiv \left[\hat{\tau}_t^k, \hat{\tau}_t^y, \hat{\tau}_t^c, \hat{\tau}_t^w, \hat{G}_t \right]', \quad \epsilon_{\tau,t} \equiv \left[\epsilon_{\tau^k,t}, \epsilon_{\tau^y,t}, \epsilon_{\tau^c,t}, \epsilon_{\tau^w,t}, \epsilon_{\tilde{G},t} \right]'$$

a opóźnienie wynosi maksymalnie dwa kwartały (w toku dalszej prezentacji modelu macierze parametrów (Γ) modelu VAR będziemy indeksowali opóźnieniem²⁰). Strukturalna dekompozycja zaburzeń dokonywana jest dla zależności:

$$\Gamma_0 \epsilon_{\tau,t} = B_{0,\tau} u_t, \quad \mathbb{E} u \cdot u' = I. \quad (2.66)$$

Wyestymowane macierze parametrów (Γ_0) i $(B_{0,\tau})$ pozwalają na wyznaczenie macierzy kowariancji zaburzeń (Σ_τ) .

2. Gospodarka światowa („otoczenie”) opisana jest trzyrównaniowym modelem VAR. W modelu tym występują zmienne: światowa stopa procentowa, inflacja światowa i produkcja (PKB) światowe. W każdym równaniu pojawia się addytywny składnik losowy — mamy więc zaburzenie światowej stopy procentowej (ϵ_{R^*}) , zaburzenie inflacji światowej (ϵ_{π^*}) oraz zaburzenie produkcji światowej (ϵ_{y^*}) . Tak, jak w przypadku modelu fiskalnego także i teraz zmienne modelu należy traktować jak log-linearyzowane, tzn.:

$$F_0 \hat{X}_t^* = F_0 F(L) \hat{X}_{t-1}^* + F_0 \epsilon_{x^*,t}, \quad \epsilon_{x^*,t} \sim N(0, \Sigma_{x^*}), \quad (2.67)$$

$$\hat{X}_t^* \equiv \left[\hat{\pi}_t^*, \hat{y}_t^*, \hat{R}_t^* \right]', \quad \epsilon_{x^*,t} \equiv \left[\epsilon_{\pi^*,t}, \epsilon_{y^*,t}, \epsilon_{R^*,t} \right]'$$

W powyższym modelu maksymalne opóźnienie wynosi cztery kwartały. W toku dalszej prezentacji modelu macierze parametrów (F) modelu VAR będziemy indeksowali opóźnieniem. Strukturalnej dekompozycji zaburzeń dokonuje się w oparciu o

²⁰Wielomian opóźnień ma klasyczną definicję, tzn.: $(\Gamma)(L) \equiv \Gamma_1 L^1 + \Gamma_2 L^2 + \dots$.

zależność:

$$F_0 \varepsilon_{x^*,t} = B_{x^*} u_t, \quad \mathbb{E} u \cdot u' = I. \quad (2.68)$$

Oszacowane macierze parametrów F_0 i B_{x^*} pozwalają na wyznaczenie kowariancji zaburzeń (Σ_{x^*}).

Liczba zaburzeń pojawiających się w modelu teoretycznym wyznacza maksymalną liczbę zmiennych obserwowalnych, które mogą być wykorzystane do estymacji modelu empirycznego — tu modelu przestrzeni stanów, por. rozdział 1.2, równanie (1.3). W tym miejscu warto zauważyć, że wymienione powyżej zaburzenia (por. także tablica A.5 zamieszczona w Aneksie) nie są jedynym źródłem losowości (niepewności). W modelu empirycznym, w którym obok zmiennych stanu (podlegających zaburzeniom) pojawiają się także zmienne obserwowalne, pomiar zmiennych obserwowalnych obciążony jest (losowym) błędem, a zatem — przynajmniej w teorii — pojawia się kolejne źródło losowości²¹.

2.2.2 Trend i zaburzenie permanentne w modelu SOE

Jedną z ważniejszych cech modelu SOE jest endogenizacja stochastycznego trendu postępu technicznego, a dokładniej jego wpływu na zmienne realne i nominalne modelu. Konstrukcyjną cechą modeli DSGE jest odwołanie do równowagi, które to pojęcie ma tutaj w kilka wymiarów — dotyczy chwilowego optimum podmiotów (w skali mikro), bilansu zasobów i równowagi głównych rynków w skali makro, jak też (przynajmniej w pewnej grupie modeli, w tym modelu SOE) równowagi długookresowej typu *steady state*. Dynamiczny charakter modelu wynika nie tylko z próby opisu wahań zmiennych wokół różnych typów równowag, ale także próby określenia kierunku ewolucji gospodarki, jej wzrostu, w tym kierunków przemieszczania się punktów równowagi. W ogólnym przypadku, na gospodarkę oddziałują zaburzenia dwojakiego typu: stacjonarne, których efekty z czasem zanikają i nie mogą prowadzić do powstawania trendów makrokategorii oraz niestacjonarne (posiadające pierwiastek jednostkowy). Zaburzenia posiadające pierwiastek jednostkowy mają trwałą, kumulującą się naturę. Kategoria poddana takiemu szokowi na zawsze zmienia swoją trajektorię, a skumulowane efekty niestacjonarnych zaburzeń odpowiadają za powstawanie (stochastycznych) trendów. Krótkookresowe wahania opisywane przez model DSGE powstają także wokół tego trendu.

Mając na uwadze właśnie ten argument Autorzy modelu SOE przyjęli za Altig i in. (2004), że na gospodarkę oddziałuje *explicite* dokładnie jeden niestacjonarny proces — zaburzenie technologiczne (z_t) modyfikujące produkcję (opisaną funkcją Cobb-Douglasa), którego dynamiką ($\mu_{z,t} = z_t/z_{t-1}$) rządzi proces stochastyczny klasy AR(1) z wartością oczekiwaną

²¹Zdaniem P.N. Irelanda (Ireland, 2004) rozbudowa struktury błędów pomiaru w modelu przestrzeni stanów, np. uwzględnienie ich autokorelacji, pozwala na złagodzenie ograniczenia liczby zmiennych obserwowalnych wykorzystywanych do estymacji, stanowiąc równocześnie połączenie idei modeli DSGE gwarantujących klarowne podstawy mikroekonomiczne oraz modeli VAR znacznie lepiej niż modele DSGE odtwarzających specyficzne cechy próby.

równą (μ_z) — por. równanie (2.44). Długookresową wartość (μ_z) można zatem uznać za charakterystykę dynamiki (stochastycznego trendu) postępu technicznego w gospodarce²². Permanentne zaburzenie technologiczne rozprzestrzenia się. Efektem tego są stochastyczne trendy (pierwiastek jednostkowy) szeregu zmiennych realnych i nominalnych. Ponieważ — zgodnie z przyjętą konwencją — istnieje tylko jeden niestacjonarny szok, przekształceń (standaryzacji, przeskalowania) zmiennych prowadzących do stacjonarności dokonuje się używając, praktycznie, jednakowej techniki dla wszystkich kategorii. Przykładowo:

$$\bar{w}_t \equiv \frac{W_t}{P_t z_t}, \quad k_{t+1} \equiv \frac{K_{t+1}}{z_t}, \quad \bar{k}_{t+1} \equiv \frac{\bar{K}_{t+1}}{z_t}, \quad (2.69)$$

gdzie: (W_t) — płace nominalne, (P_t) — ceny produkcji krajowej, (\bar{K}_{t+1}) — zasób środków trwałych (w jednostkach fizycznych), (K_{t+1}) — usługi kapitału.

Zastosowana technika ma ważne konsekwencje — korzystając z ocen (μ_z) oraz realizacji zaburzenia (z_t) standaryzacja zmiennych modelu dokonuje się w modelu SOE w sposób automatyczny, jest zendogenizowana. Całe zasadnicze rozumowanie, w tym analizy (dynamicznej) równowagi, opis reakcji podmiotów na nierównowagę oraz wnioskowanie statystyczne opiera się zatem na zmiennych stacjonarnych — wszystkie zmienne konceptualne modelu teoretycznego SOE (z wyjątkiem zaburzenia (z_t)) są stacjonarne. Ważne jest także i to, że dekompozycja zmiennych, jakiej *implicite* dokonujemy, nie opiera się na mechanicznych procedurach stosowanych do poszczególnych zmiennych niezależnie. Niestacjonarne zaburzenie technologiczne jest elementem konstrukcyjnym modelu SOE, opis procesu stochastycznego nadającego kształt zaburzeniu jest wpisany w konstrukcję modelu teoretycznego, a parametry tego procesu są „głębokimi parametrami” modelu, które będą estymowane łącznie z pozostałymi. Jest to zatem kompleksowe ujęcie dynamiki krótkookresowej oraz wzrostu gospodarczego. Automatyczne jest także ponowne przekształcanie zmiennych do postaci z trendem, który musi pojawić się w zmiennych obserwowalnych — technikę tę nieco obszerniej przedstawiamy w rozdziale 2.3.4.

2.3 Postaci modelu SOE

Rozwiązania naszkicowanych w poprzednim rozdziale zadań decyzyjnych podmiotów (warunki konieczne optimum, warunki transwersalności oraz bilansowe warunki równowagi), tworzą skomplikowany, współzależny i nieliniowy układ równań, w którym — dodatkowo — pojawiają się zależności wiążące teraźniejszość z przeszłością (zależności dynamiczne) oraz przyszłością (efekty antycypacyjnych oczekiwań). Z uwagi na stopień skomplikowania, układ taki nie może być poddany nawet pobieżnej analizie treści ekonomicznej, a jego rozwiązanie metodami numerycznymi — jeśli nawet możliwe – byłoby bardzo kosztowne.

²²Analogiczny proces ma miejsce w otoczeniu gospodarki, stąd pojawia się kwestia różnicy temp postępu w kraju i poza jego granicami. Asymetrię opisuje zaburzenie scharakteryzowane przez równanie (2.47).

Dlatego Autorzy modelu SOE dokonali aproksymacji układu uzyskując — kosztem uproszczeń — model liniowy (względem zmiennych). Zastosowana technika aproksymacji — log-linearyzacja²³ — oznacza wyrażenie wszystkich zmiennych w postaci procentowych odchyżeń od ich deterministycznej, długookresowej równowagi (*steady state*), przy czym dokonując przybliżeń (rozwijając wyrażenia w szereg Taylora), pod uwagę brane są jedynie pierwsze pochodne. Wykonanie tego typu aproksymacji wymaga zatem wyznaczenia wartości długookresowej równowagi deterministycznej dla log-linearyzowanych zmiennych. Dlatego — zanim przedstawimy wybrane równania postaci strukturalnej modelu (pełna lista znajduje się w Aneksie) — konieczne jest wyznaczenie rozwiązania *steady state* zgodnego z warunkami pierwszego rzędu podmiotów i warunkami równowagi makroekonomicznej.

Zgodnie z przedstawionym w rozdziale 1.2 zarysem metodyki budowy tej klasy modeli, efektem aproksymacji (log-linearyzacji) zależności wyprowadzonych z zadań decyzyjnych podmiotów (warunków bilansowych itp.) jest liniowa względem zmiennych postać strukturalna modelu. W toku dalszego przekształcania modelu SOE, po rozwiązaniu modelu uzyskamy jego postać zredukowaną. Postać ta jest następnie przekształcana w reprezentację przestrzeni stanów. W dalszej części niniejszego rozdziału przedstawiamy szkic dokonanych transformacji.

2.3.1 Deterministyczna równowaga długookresowa typu *steady state* modelu SOE

Zestaw warunków koniecznych, jaki uzyskujemy z przedstawionych zadań decyzyjnych nie pozwala na wskazanie dokładnie jednego deterministycznego rozwiązania długookresowego²⁴ — konieczne są dodatkowe założenia. Część z tych założeń została już zasygnalizowana, obecnie próbujemy zebrać je, a rezultatem użytego sposobu analizy jest rekurencyjny układ równań pozwalający wyznaczyć wartości w poszukiwanym punkcie równowagi *steady state*.

Deterministyczna równowaga długookresowa to stan, jaki powstaje, gdy zanikają wszystkie źródła nierównowagi w skali mikro i makro, zanikają podstawy do arbitrażu, stacjonarne zaburzenia stochastyczne przestają mieć wpływ na parametry (znaczenie mają jedynie ich wartości oczekiwane) itp. Ogólniej, zmienne nie mają tendencji do zmiany swoich wartości. Prowadząc tego typu analizę zauważamy, że w długim okresie inflacja w małej otwartej gospodarce powinna upodobnić się do inflacji światowej ($\pi = \pi^*$), z wartościami tymi zgadzać się powinien także wewnętrzny cel inflacyjny. Krajowa stopa procentowa powinna zrównać się ze stopą światową ($R = R^*$), a przy takim samym tempie postępu technicznego, tzn. braku asymetrii technologii ($\tilde{z}^* = 1$), co jest, między innymi, efektem otwartości gospodarki (swobody przepływu kapitału i towarów), długookresowa dynamika

²³Szerzej tę technikę opisują np.: Canova (2005); Uhlig (1995), por. także Campbell (1994).

²⁴Formalnie należałoby mówić o deterministycznym rozwiązaniu statycznym albo rozwiązaniu stanu ustalonego (*steady state*), zgodnie ze wcześniejszą zapowiedzią używać będziemy jednak nieco mniej precyzyjnego, ale bardziej intuicyjnego terminu równowaga długookresowa lub równowaga typu *steady state*.

wzrostu w kraju powinna być równa dynamice wzrostu gospodarki światowej. Zrównanie stóp procentowych — jeśli opodatkowanie kapitału w kraju i zagranicą jest podobne (co zakładamy) — prowadzi do zerowego salda przepływów kapitałowych i zerowego poziomu lokat w aktywa zagraniczne (zerowy poziom lokat kapitału zagranicznego w lokaty krajowe, tzn.: $(B^* = A = 0)$). Gdy nie występuje premia za ryzyko w mechanizmie kursowym ($\tilde{\phi} = 0$), przy odpowiednim przeskalowaniu bazy indeksów cen krajowych i światowych, długookresowa wartość realnego i nominalnego kursu walutowego wynosi jeden (zgodnie z prawem jednej ceny), co wiąże się ze zrównaniem poziomów cen krajowych i zagranicznych oraz zrównaniem eksportu z importem przy jednostkowej marży w eksporcie ($\lambda^x = 1$). W kraju uzyskujemy pełne wykorzystanie mocy produkcyjnych (kapitału) ($u = 1$), zerowe²⁵ stacjonarne zaburzenia technologiczne w inwestycjach i produkcji, marże odpowiadające ich długookresowym wartościom, zanikają efekty niepewności na rynkach finansowych $\Phi(\dots) = 1$. Konsekwentnie, w długim okresie zyski producentów (dostawców) dóbr pośrednich są równe zero, a koszty stałe w produkcji (ϕ^{\dots}) dobrane tak, by wyzerować zyski. Prowadząc dalej tego typu analizę uzyskujemy opis długookresowej równowagi. Teraz — dla ilustracji — przedstawiamy dwa równania określające długookresową inflację (krajową, światową i cel inflacyjny) oraz równanie stopy procentowej (krajowej i światowej). Pełna lista równań znajduje się w części B.1 Aneksu.

Inflacja w warunkach *steady state* Długookresową inflację determinuje relacja tempa wzrostu podaży pieniądza i tempa postępu technicznego w gospodarce, tzn.:

$$\pi = \bar{\pi}^c = \frac{\mu}{\mu_z} [= \pi^*], \quad (2.70)$$

gdzie: (μ) jest tempem wzrostu podaży pieniądza, a (μ_z) — tempem wzrostu postępu technicznego (gospodarczego). Zgodnie z założeniem wszystkie miary inflacji występujące w modelu SOE w długim okresie zrównują się.

Stopa procentowa w gospodarce (brutto) w długim okresie. Długookresowa stopa procentowa brutto wynika z warunku koniecznego optimum gospodarstw domowych dla depozytów krajowych (pochodnej względem depozytów (m_{t+1})) zadania decyzyjnego gospodarstw domowych. Istniejąca w modelu reguła stopy procentowej dana równaniem (2.39) oddziałuje jedynie na „chwilowe” odchylenia stopy od jej wartości długookresowej, a ta wynika z równania:

$$R = \frac{\pi \mu_z - \beta \tau^k}{(1 - \tau^k) \beta} [= R^*].$$

Jedną z charakterystycznych cech modelu SOE jest rozbudowany system podatków, które mają zniekształcający charakter (nie są neutralne z punktu widzenia wyznaczonej alokacji

²⁵Formalnie równe jeden — to jest bowiem neutralna wartość zaburzeń oddziałujących moltiplikatywnie.

zasobów). Powyższe równanie pokazuje rolę podatku kapitałowego (τ^k) w kształtowaniu stopy procentowej długookresowej.

2.3.2 Postać strukturalna modelu SOE

W rezultacie linearyzacji (log-linearyzacji) warunków pierwszego rzędu uzyskanych z optymalizacji zadań producenta, konsumenta oraz innych podmiotów uczestniczących w kształtowaniu procesów gospodarczych uzyskujemy układ równań liniowych, albo układ fundamentalnych równań różnicowych (w piśmiennictwie L. Christiano spotyka się też termin *postać kanoniczna* modelu). W terminologii modeli strukturalnych należałoby mówić o *postaci strukturalnej* modelu, tu modelu teoretycznego SOE. Wszystkie zmienne endogeniczne, jak też zmienne egzogeniczne modelu (zaburzenia, dla których zaproponowano postaci procesów stochastycznych) wyrażone są w postaci procentowych odchyień od wartości uzyskiwanych w punkcie *steady state*.

Wybrane równania dynamiczne modelu

Postać strukturalna modelu SOE składa się z 25 równań opisujących 25 zmiennych endogenicznych charakteryzujących dynamikę gospodarki. Jednocześnie zmiennych endogenicznych odwołuje do przyszłości (zmienne antycypowane), wśród nich są zarówno indeksy inflacji i kursu, jak też kategorie dotyczące zagregowanego popytu (konsumpcja, inwestycje). Pomimo przekształceń formalnych, jakim poddano warunki pierwszego rzędu, szereg równań zachowuje swoją interpretację ekonomiczną oraz obrazuje rolę i wpływ „głębokich parametrów” modelu teoretycznego. W tym miejscu przedstawiamy kilka wybranych równań (równania krzywych Phillipsa, płac i nominalnego kursu walutowego, log-linierzowana wersja reguły stopy procentowej została omówiona wcześniej), mających najbardziej intuicyjną konstrukcję; kompletna lista znajduje się w części B.2 Aneksu.

Równania inflacji. Przekształcenia formalne (log-linearyzacja) warunku pierwszego rzędu problemu optymalizacyjnego firm będących producentami krajowych dóbr pośrednich (por. równanie (2.10)), wykorzystując zasadę agregacji cen poszczególnych producentów daną równaniem (2.11) pozwalają uzyskać krzywą Phillipsa dla cen dóbr produkowanych w kraju. Taka sama procedura zastosowana dla zadań dotyczących cen dóbr importowanych (konsumpcyjnych i inwestycyjnych, tzn.: (2.15),(2.16)) oraz eksportowanych (2.26) daje równanie krzywych Phillipsa o jednakowej strukturze. Wszystkie te przypadki możemy zatem zilustrować formułą ($o \in [d, x, mc, mi]$):

$$\begin{aligned} \widehat{\pi}_t^o = & \widehat{\pi}_t^c + \frac{\beta}{1 + \kappa_o \beta} \left(\mathbb{E}_t \widehat{\pi}_{t+1}^o - \rho_\pi \widehat{\pi}_t^c \right) + \frac{\kappa_o}{1 + \kappa_o \beta} \left(\widehat{\pi}_{t-1}^o - \widehat{\pi}_t^c \right) \\ & - \frac{\kappa_o \beta (1 - \rho_{\pi^c})}{1 + \kappa_o \beta} \widehat{\pi}_t^c + \frac{(1 - \xi_o)(1 - \beta \xi_o)}{\xi_o (1 + \kappa_o \beta)} \left(\widehat{mc}_t^o + \widehat{\lambda}_t^o \right), \end{aligned} \quad (2.71)$$

gdzie koszty krańcowe dane są równaniami (oczywiście, $\pi_t^d \equiv \pi_t$ oraz $\lambda_{d,t} \equiv \lambda_t^d$):

$$\begin{aligned}\widehat{mc}_t &\equiv \widehat{mc}_t^d = \omega \widehat{\gamma}_t^k + (1 - \omega) [\widehat{w}_t + \widehat{R}_t^f] - \widehat{\epsilon}_t, \\ \widehat{mc}_t^x &= \widehat{mc}_{t-1}^x - \Delta \widehat{S}_t + \widehat{\pi}_t - \widehat{\pi}_t^x, \\ \widehat{mc}_t^{mc} &= -\widehat{mc}_t^x - \widehat{\gamma}_t^{x,*} - \widehat{\gamma}_t^{mc,d}, \\ \widehat{mc}_t^{mi} &= -\widehat{mc}_t^x - \widehat{\gamma}_t^{x,*} - \widehat{\gamma}_t^{mi,d},\end{aligned}\quad (2.72)$$

a relacje cen dóbr eksportowanych ($o = x$) i cen światowych ($o = *$) oraz cen dóbr importowanych ($o = mi$, $o = mc$) i cen dóbr produkowanych w kraju ($o = d$):

$$\begin{aligned}\widehat{\gamma}_t^{x,*} &\equiv \widehat{\gamma}_{t-1}^{x,*} + \widehat{\pi}_t^x - \widehat{\pi}_t^*, \\ \widehat{\gamma}_t^{mc,d} &= \widehat{\gamma}_{t-1}^{mc,d} + \widehat{\pi}_t^{mc} - \widehat{\pi}_t^d, \\ \widehat{\gamma}_t^{mi,d} &= \widehat{\gamma}_{t-1}^{mi,d} + \widehat{\pi}_t^{mi} - \widehat{\pi}_t^d.\end{aligned}\quad (2.73)$$

Równanie (2.71) pozwala dostrzec rolę sztywności cen parametryzowanej w modelu SOE prawdopodobieństwami Calvo (ξ_o) oraz współczynnikami dynamicznej indeksacji (κ_o). Wraz ze wzrostem parametru (ξ_o) (mniejszą częstotliwością reoptymalizacji cen) zmniejsza się wrażliwość inflacji na bieżące zmiany kosztów krańcowych powodując, że głównymi determinantami inflacji stają się jej przeszłe wartości, oczekiwania inflacyjne oraz cel inflacyjny banku centralnego, co w rezultacie redukuje wpływ czynników mikroekonomicznych, specyficznych dla producenta na wahania trajektorii inflacji; dominującą rolę uzyskują kategorie makro. To, w jaki stopniu przeszłe doświadczenia inflacyjne wpływają na bieżące wartości, związane jest z parametrem (κ_o). Typowa nowokeynesowska krzywa Phillipsa (NKPK) sugeruje istnienie związku między inflacją oraz oczekiwaną inflacją i jakąś miarą aktywności gospodarczej (alternatywnie, w badaniach empirycznych — miarą kosztów krańcowych (por. np. Holmberg, 2006)). Nie występuje jednak relacja między bieżącą i przeszłą inflacją, co jest o tyle dyskusyjne, że obserwowalna (rzeczywista) inflacja zwykle wykazuje znaczny stopień inercji (persystencji). Zaproponowana w modelu teoretycznym SOE wersja schematu Calvo zakłada, iż część firm w danym okresie kształtuje ceny mechanicznie, w oparciu o formułę dynamicznej indeksacji. Właśnie dzięki temu wyprowadzone krzywe Phillipsa dopuszczają związek bieżącej inflacji z przeszłą, a zatem pojawianie się efektów persystencji. W konsekwencji, przyjęcie ($\kappa_o = 0$), a więc sprawienie, że ceny w przyszłości indeksowane są jedynie o aktualny cel inflacyjny z pominięciem przeszłej inflacji (indeksacja statyczna), skutkuje całkowicie antycypacyjną krzywą Phillipsa. Dodatkowo, rośnie także (częstkowa) wrażliwość inflacji na koszty krańcowe i efekt persystencji może pojawić się wyłącznie za sprawą ewentualnej autokorelacji zaburzeń marż.

Place. Równanie płacy realnej otrzymujemy log-linearyzując warunek pierwszego rzędu płacowego problemu optymalizacyjnego gospodarstw domowych (por. równanie (2.37)).

Przyjmuje ono wówczas następującą postać (elastyczności (η), będące nieliniowymi funkcjami głębokich parametrów modelu, w tym ($\xi_w, \kappa_w, \lambda_w, \sigma_L$), opisano w Aneksie B.2):

$$\begin{aligned} \widehat{w}_t = & \frac{\eta_0}{\eta_1} \widehat{w}_{t-1} + \frac{\eta_2}{\eta_1} \mathbb{E}_t \widehat{w}_{t+1} - \frac{\eta_3}{\eta_1} (\widehat{\pi}_t^d - \widehat{\pi}_t^c) + \frac{\eta_4}{\eta_1} (\mathbb{E}_t \widehat{\pi}_{t+1}^d - \rho_{\widehat{\pi}^c} \widehat{\pi}_t^c) \\ & + \frac{\eta_5}{\eta_1} (\widehat{\pi}_{t-1}^c - \widehat{\pi}_t^c) - \frac{\eta_6}{\eta_1} (\widehat{\pi}_t^c - \rho_{\widehat{\pi}^c} \widehat{\pi}_t^c) - \frac{\eta_7}{\eta_1} \widehat{\psi}_{z,t} + \frac{\eta_8}{\eta_1} \widehat{H}_t \\ & + \frac{\eta_9}{\eta_1} \widehat{\tau}_t^y + \frac{\eta_{10}}{\eta_1} \widehat{\tau}_t^w + \frac{\eta_{11}}{\eta_1} \widehat{\zeta}_t^h. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Równanie (2.74) obrazuje wpływ sztywności płac (parametru (ξ_w)) na proces kształtowania się płacy realnej. W przypadku braku opóźnień w reoptymalizacji płac (tzn. ($\xi_w = 0$)), co implikuje ($\eta_0 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = \eta_5 = \eta_6 = 0$)), na płacę realną nie mają bezpośredniego wpływu zarówno jej przeszłe czy też oczekiwane wartości, jak również ceny i cel inflacyjny. Płaca zależy wówczas (dodatkowo) jedynie od popytu na pracę, podatku dochodowego i podatku od funduszu płac oraz negatywnie od krańcowej użyteczności dochodu. Gdy indeksacja płac zależy jedynie od celu inflacyjnego ($\kappa_w = 0$), wówczas ($\eta_5 = \eta_6 = 0$)), co eliminuje wpływ inflacji mierzonej indeksem cen dóbr konsumpcyjnych (π^c) na płacę. Oczywiście, nadal płace zależą od cen dóbr produkowanych w kraju.

Nominalny kurs walutowy. Szukając optimum zadania decyzyjnego gospodarstw domowych (równania (2.30)-(2.33)) otrzymujemy 8 warunków pierwszego rzędu (szczegółowy opis podają Adolfson i in. (2005a)), które po log-linearyzacji i przekształceniach wykorzystane są do konstrukcji 7 równań postaci strukturalnej modelu. Jednym z nich jest równanie zmiany nominalnego kursu walutowego, w którym można rozpoznać log-linearyzowaną wersją niezabezpieczonego parytetu stóp procentowych (UIP):

$$\mathbb{E}_t \Delta \widehat{S}_{t+1} = \widehat{R}_t - \widehat{R}_t^* + \tilde{\phi}_a \widehat{a}_t - \widehat{\phi}_t. \quad (2.75)$$

W uzyskanej formule kursu występuje zaburzenie — premia za ryzyko ($\widehat{\phi}_t$) — pełniąca tu funkcję reszt. Niestandardowym elementem (wynikającym jednakże z uwzględnienia opisanej wcześniej funkcji $\Phi(\dots)$) jest wpływ aktywów zagranicznych netto (\widehat{a}_t), siłę tego wpływu mierzy estymowany parametr ($\tilde{\phi}_a$)²⁶.

²⁶W nowszej wersji modelu SOE, którą wykorzystano do estymacji modelu SOE-Sweden, funkcja premii za ryzyko ma bardziej rozbudowaną postać (zacytowaliśmy ją w równaniu (2.32)), czego konsekwencją jest bardziej rozbudowane równanie kursu:

$$\mathbb{E}_t \Delta \widehat{S}_{t+1} = \frac{1}{(1 - \tilde{\phi}_s)} \left[\widehat{R}_t - \widehat{R}_t^* + \tilde{\phi}_s \Delta \widehat{S}_t + \tilde{\phi}_a \widehat{a}_t - \widehat{\phi}_t \right]. \quad (2.76)$$

W równaniu tym zmiany nominalnego kursu uzyskują większą inercję niż w podstawowej wersji, bowiem zależą dodatkowo od zmian kursu nominalnego zanotowanych w przeszłości. Efekt ten kontrolowany jest przez dodatkowy parametr ($\tilde{\phi}_s$), który także zmienia wrażliwość zmian kursu na dysparytet stóp procentowych. Zerowa wartość parametru sprawia, że równanie kursu redukuje się do wersji omówionej w tekście.

Krańcowa użyteczność dochodu. Interesującym ogniwem w łańcuchu współzależności zmiennych endogenicznych jest równanie opisujące krańcową użyteczność dochodu gospodarstw domowych, która — technicznie rzecz biorąc — jest jednym z mnożników Lagrange’a zadania optymalizacyjnego gospodarstw, a samo równanie postaci strukturalnej powstaje z warunku pierwszego rzędu problemu decyzyjnego gospodarstw domowych (por. równania (2.30)-(2.33)). W związku z tym, że nieliniowa postać zależności jest bardziej intuicyjna prezentujemy ją tutaj w takiej właśnie formie:

$$\psi_{z,t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{\psi_{z,t+1}}{\mu_{z,t+1} \pi_{t+1}} (R_t - \tau_{t+1}^k (R_t - 1)) \right].$$

Równanie przedstawia związek krańcowej użyteczności dochodu ($\psi_{z,t}$) ze stopą procentową (R). Zgodnie z treścią równania, użyteczność z dodatkowej złotówki dochodu dzisiaj równa jest (oczekiwanej) zdyskontowanej parametrem (β) użyteczności z dodatkowej złotówki w okresie następnym, powiększonej o odsetki zależne od aktualnej stopy procentowej, przy czym odsetki opodatkowane są podatkiem kapitałowym. Krańcowa użyteczność dochodu wpływa w modelu SOE m.in. na konsumpcję i płacę realną, a zatem wiąże te zmienne ze stopą procentową kształtując jeden z kanałów jakim oddziałuje stopa na aktywność gospodarczą i inflację. Wzrost stopy procentowej powoduje wzrost krańcowej użyteczności dochodu, w efekcie gospodarstwa domowe ograniczają bieżącą konsumpcję oraz nieznacznie zmniejszają żądania dotyczące wysokości płacy.

Zapis macierzowy

Postać strukturalną modelu tworzą dwie grupy równań. Pierwsza grupa obejmuje charakterystykę dynamiki zmiennych wyjaśnianych przez model (zmiennych endogenicznych, oznaczanych dalej jako (\tilde{z}_t)) — są to równania, których pełną listę przedstawiamy w Aneksie, a kilka wybranych omówiliśmy w poprzednim paragrafie. Drugą grupę tworzą charakterystyki procesów stochastycznych zaburzeń (zmiennych egzogenicznych, oznaczanych jako (θ_t)), omówione w rozdziale 2.2. Macierzowo postać strukturalną modelu zapisujemy jako:

$$\begin{cases} \mathbb{E}_t \{ \tilde{\alpha}_0 \cdot \tilde{z}_{t+1} + \tilde{\alpha}_1 \cdot \tilde{z}_t + \tilde{\alpha}_2 \cdot \tilde{z}_{t-1} + \beta_0 \cdot \theta_{t+1} + \beta_1 \cdot \theta_t \} = 0, \\ \theta_t = \rho \cdot \theta_{t-1} + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t = Q_\theta \cdot \varepsilon_t^{iid}, \end{cases} \quad (2.77)$$

gdzie: $(\tilde{\alpha}_0)$, $(\tilde{\alpha}_1)$, $(\tilde{\alpha}_2)$, (β_0) , (β_1) są macierzami parametrów postaci strukturalnej o wymiarach dostosowanych do wymiarów wektorów $(\tilde{z}_{[25 \times 1]})$ i $(\theta_{[39 \times 1]})$. Listę zmiennych tworzących wektor (\tilde{z}_t) przedstawiamy w tablicy A.2, zaś składowe wektora (θ_t) w tablicy A.1 zamieszczonych w Aneksie. Macierze parametrów charakteryzujących zaburzenia (ρ) , (Q_θ) powstają w efekcie zebrania informacji o parametrach procesów z rozdziału 2.2.

2.3.3 Postać zredukowana modelu oraz model SOE w reprezentacji przestrzeni stanów

Rozwiązanie modelu (2.77), tzn. przejście do postaci zredukowanej wykonywane jest technikami numerycznymi, tu algorytmem Andersona i Moore'a (AiM) — jednym z wielu algorytmów używanych do rozwiązywania liniowych modeli z racjonalnymi, antycypacyjnymi oczekiwaniami. W rezultacie uzyskujemy następującą postać:

$$\begin{cases} \tilde{z}_t = A \cdot \tilde{z}_{t-1} + B \cdot \theta_t, \\ \theta_t = \rho \cdot \theta_{t-1} + \varepsilon_t. \end{cases} \quad (2.78)$$

Algorytm AiM pozwala zatem wyznaczyć macierze (A) i (B) postaci zredukowanej, drugi blok równań charakteryzujący procesy (klasy AR(1)) rządzące zmiennymi egzogenicznymi pozostaje w swojej oryginalnej postaci.

Model teoretyczny operuje na zmiennych konceptualnych, z których większość nie ma swojego odpowiednika w dostępnych statystykach — są to zmienne nieobserwowalne lub/i niemierzalne. Jedyne dla części możliwe jest określenie relacji ze zmiennymi mierzalnymi. W takiej sytuacji wygodną konstrukcją jest *forma modelu przestrzeni stanów*, w której *explicitie* deklaruje się zmienne stanu i zmienne mierzalne oraz opisuje, w jaki sposób obiekt przechodzi z jednego stanu do drugiego i jakie aspekty ruchu tego obiektu można mierzyć. Model przestrzeni stanów tworzy system rekurencyjny, dla którego można zbudować funkcję wiarygodności, co otwiera możliwości estymacji zarówno technikami klasycznymi, jak i bayesowskimi. Dlatego kolejnym krokiem jest przekształcenie postaci zredukowanej modelu SOE w formę modelu przestrzeni stanów.

Model przestrzeni stanów zapiszemy w konwencji zaczerpniętej z pracy Hamiltona (1994, rozdz. 13):

$$\begin{cases} \xi_{t+1} = F_\xi \cdot \xi_t + v_{t+1}, & \mathbb{E}(v_{t+1} v'_{t+1}) = Q, \\ Y_t = A'_x \cdot x_t + H' \cdot \xi_t + u_t, & \mathbb{E}(u_t u'_t) = R. \end{cases} \quad (2.79)$$

Forma przestrzeni stanów składa się z dwóch bloków równań: macierzowego równania przejścia ze stanu w chwili (t) do stanu w chwili ($t + 1$) oraz macierzowego równania pomiaru. W postaci zredukowanej uzyskanej algorytmem AiM występują macierze parametrów, które można wykorzystać do poskładania głównej macierzy równania przejścia (F_ξ) modelu przestrzeni stanów. Macierz ta powstaje z odpowiednio dobranych fragmentów macierzy (A), (B) oraz (ρ) danych równaniem (2.78). Druga z macierzy równania przejścia, macierz (Q), wynika z definicji procesów rządzących zaburzeniami głębokich parametrów modelu oraz procesów zewnętrznych dla modelowanego fragmentu gospodarki. Macierze równania pomiaru (A_x), (H) charakteryzują związki między zmiennymi konceptualnymi modelu teoretycznego (formalnie zmiennymi stanu) oraz zmiennymi obserwowalnymi.

Definiując te macierze należy zatem uwzględnić specyfikę danych statystycznych i zakres przedmiotowy oraz strukturę formalną zmiennych — podstawowe zasady pomiaru zostały opisane w rozdziale 2.3.4.

Przejście od postaci zredukowanej modelu uzyskanej algorytmem AiM, tzn. równania (2.78) do modelu przestrzeni stanów wymaga przededefiniowania używanych do tej pory wektorów zmiennych endo- i egzogenicznych oraz odpowiadających im macierzy. Eliminowane są zmiennie, które nie są potrzebne do opisanego ruchu zmiennych obserwowalnych, konieczne są także dodatkowe zmiennie, najczęściej opóźnienia zmiennych już występujących. Efektem tych czysto porządkowych prac są zmodyfikowane macierze parametrów (\tilde{A}), (\tilde{B}), ($\tilde{\rho}$) oraz wektory zmiennych (\tilde{z}_t^e), ($\tilde{\theta}_t$) i ($\tilde{\varepsilon}_t$). Mając powyższe wyniki, blok równań charakteryzujący ewolucję zmiennych stanu przybiera postać:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{z}_{t+1}^e \\ \tilde{\theta}_{t+1} \end{bmatrix}}_{\xi_{t+1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{A} & (\tilde{B} \cdot \tilde{\rho}) \\ 0 & \tilde{\rho} \end{bmatrix}}_{F_\xi} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{z}_t^e \\ \tilde{\theta}_t \end{bmatrix}}_{\xi_t} + \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{B} \\ I \end{bmatrix}}_{v_{t+1}} \tilde{\varepsilon}_{t+1}. \quad (2.80)$$

Macierz kowariancji zaburzeń zmiennych stanu wyznaczamy jako:

$$Q = \mathbb{E} (v_{t+1}) (v_{t+1})' = \mathbb{E} \left(\begin{bmatrix} \tilde{B} \\ I \end{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_{t+1} \cdot \tilde{\varepsilon}_{t+1}' [\tilde{B}', I] \right). \quad (2.81)$$

2.3.4 Zmienne mierzalne modelu SOE

Blok równań przejścia modelu przestrzeni stanów (2.79) i zmienne stanu (ξ) reprezentują treść modelu teoretycznego. Zmienne stanu odpowiadają zmiennym konceptualnym modelu (teoretycznego), ale jedynie w wyjątkowych przypadkach zmiennie te są obserwowalne i mierzalne (kwantyfikowalne). Dlatego model przestrzeni stanów zawiera blok równań pomiaru, w którym występują zmiennie mierzalne, macierz (H) określa związki między zmiennymi stanu (zmiennymi konceptualnymi modelu) oraz zmiennymi mierzalnymi. Dzięki jawnie i jednoznacznie zdefiniowanym związkom cały model DSGE może być uznany za opis realnie istniejącej rzeczywistości. Niniejszy paragraf dotyczy zatem — między innymi — konstrukcji macierzy (A_x), (H) oraz konwencji pomiaru pozwalającej wiązać zmiennie stanu i zmiennie mierzalne.

Postać formalna zmiennych konceptualnych i zmiennych kwantyfikowalnych

Procedura log-linearyzacji zastosowana do warunków pierwszego rzędu i warunków równowagi pozwoliła uzyskać liniową postać strukturalną i zredukowaną modelu. Wszystkie zmiennie konceptualne (\hat{x}_t) są teraz wyrażone w postaci (procentowych) odchyłeń od

równowagi długookresowej mierzonej w kolejnych kwartałach. Patrząc na aproksymację:

$$\ln\left(\frac{X_t}{X}\right) = \ln\left(1 + \frac{X_t - X}{X}\right) \approx \frac{X_t - X}{X} = \hat{x}_t, \quad (2.82)$$

gdzie: (X) jest wartością zmiennej w warunkach równowagi długookresowej, a (\hat{x}_t) log-linearyzowaną zmienną konceptualną modelu. Łatwo zauważyć, że przyrosty zmiennych stanu można przybliżyć przyrostami logarytmów indeksów łańcuchowych, tzn.:

$$\Delta \hat{x}_t \approx \Delta \ln\left(\frac{X_t}{X}\right) = \ln\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right) \approx \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}}. \quad (2.83)$$

Przedstawione równania pokazują jak rozwiązano w modelu SOE kwestię zmiany (dopasowania) formy zmiennych. Zmienne stanu są zmiennymi log-linearyzowanymi, zmienne obserwowalne będą zatem dynamikami. W konsekwencji, wszystkie zmienne obserwowalne (z wyjątkiem stóp procentowych) zlogarytmowano, oczyszczono z sezonowości procedurą X12, wyznaczono ich przyrosty, które następnie skorygowano, tak by miały zerową średnią (tzn. „odśredniono”). Część zmiennych (eksport, import, zatrudnienie) wymagała jeszcze dalszej korekty, których celem była eliminacja trendu innego niż ten wynikający z działania postępu technicznego.

Ostatecznie, zmienne obserwowalne mierzą kwartalną dynamikę odpowiednich kategorii w procentach. Stopy procentowe oraz dynamiki indeksów cen mają wymiar roczny (są annualizowane). W modelu SOE występuje 15 zmiennych obserwowalnych (listę zamieszczono w tabelicy A.3 znajdującej się w Aneksie). Istnieje zatem 15 równań definiujących relacje między zmiennymi stanu i zmiennymi obserwowalnymi.

Relacja między zmiennymi obserwowalnymi i zmiennymi stanu

Naszkiecowa powyżej konwencja rozwiązuje jednak tylko problem formy zmiennych, pozostaje kwestia pola pojęciowego, treści. Tylko w nielicznych przypadkach zmienne modelu teoretycznego są pojęciowo tożsame ze zmiennym mierzalnym (realny kurs walutowy, zatrudnienie) lub konieczna jest jedynie zmiana formy — np. doprowadzenie do annualizowanej dynamiki „normalnych” kategorii z korektą o wartość długookresową (krajowa i światowa stopa procentowa, inflacja światowa, inflacja krajowa mierzona dynamiką deflatora PKB). W bardziej skomplikowanych przypadkach określenie związków wymaga szczegółowej analizy zależności wykorzystanych w modelu teoretycznym, konwencji pomiaru stosowanej przez urzędy statystyczne oraz różnic zakresowych.

Wszystkie zmienne postaci strukturalnej (zredukowanej) modelu teoretycznego są stacjonarne i opisują wahania wokół *steady state*. Zmienne obserwowalne zawierają trend oraz wahania, dlatego do dynamiki zmiennych stanu, które stacjonaryzowano zaburzeniem (z_t) (por. paragraf 2.2.2) dodaje się logarytm dynamiki postępu technicznego (wielkości te umieszczamy w macierzy (Ax)) oraz zidentyfikowaną wartość zaburzenia tego trendu

$(\hat{\mu}_{z,t})$. Tego typu korekta wystarcza, aby modelowe PKB, płace realne oraz światowego PKB sprowadzić do ich obserwowalnych odpowiedników.

Bardziej skomplikowanych czynności wymaga określenie relacji między zmiennymi stanu i zmiennymi obserwowalnymi dla pozostałych kategorii realnych i deflatorów składowych PKB. Przykładowo, w modelu teoretycznym konsumpcja ogółem nie jest prostą sumą konsumpcji dóbr importowanych i dóbr konsumpcyjnych produkcji krajowej, ten sposób agregacji zniszczyłby treść głębokich parametrów — tu elastyczności substytucji (η_c). Dlatego konsumpcję ogółem w modelu teoretycznym uzyskano przy pomocy funkcji CES agregującej popyt na każdy z typów dóbr. Relację między obserwowalną zagregowaną konsumpcją i konsumpcją dóbr krajowych i importowanych w modelu można więc zapisać w następujący sposób:

$$\begin{aligned}\tilde{C}_t \equiv C_t^d + C_t^m &= (1 - \omega_c) \left[\frac{P_t^d}{P_t^c} \right]^{-\eta_c} C_t + \omega_c \left[\frac{P_t^{m,c}}{P_t^c} \right]^{-\eta_c} C_t \\ &= (1 - \omega_c) [\gamma_t^{c,d}]^{\eta_c} C_t + \omega_c [\gamma_t^{c,mc}]^{\eta_c} C_t,\end{aligned}\quad (2.84)$$

gdzie: (\tilde{C}_t) jest zagregowaną mierzalną konsumpcją (bez trendu i błędu pomiaru), a (C_t) konsumpcją ogółem z modelu teoretycznego. Log-linearyzacja tego wyrażenia oraz szereg podstawień pozwala uzyskać równanie będące liniową funkcją innych zmiennych stanu (tu (\hat{c}_t) , $(\hat{\gamma}_t^{mc,d})$), tzn.:

$$\begin{aligned}\Delta \ln \underline{C}_t &= \ln \mu_z + \hat{\mu}_{z,t} \left[+\varepsilon_{C,t}^R \right] + \Delta \left[\hat{c}_t + \frac{c^d c^m}{c(c^d + c^m)} \eta_c \left((\gamma^{c,mc})^{-1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (\gamma^{c,d})^{-1} \right) \hat{\gamma}_t^{mc,d} \right].\end{aligned}\quad (2.85)$$

Wyrażenie w drugiej linii formuły (2.85) jest odpowiednikiem dynamiki (\tilde{C}_t) , a $(\varepsilon_{C,t}^R)$ — losowym błędem pomiaru, (wariancje błędów pomiaru opisuje macierz (R) , por. równanie (2.79)). Zmienna $(\Delta \ln \underline{C}_t)$ jest kwartalną dynamiką mierzalnej i obserwowalnej konsumpcji ogółem. Zmienne, które nie są indeksowane czasem, oznaczają odpowiednie wartości w warunkach równowagi długookresowej (por. rozdział B.1).

Naszkiowana powyżej technika stosowana jest do inwestycji oraz importu i eksportu. Wyprowadzenia relacji między indeksem cen dóbr konsumpcyjnych (zmienna modelu teoretycznego) i deflatorem konsumpcji oraz indeksem cen dóbr inwestycyjnych (zmienna modelu teoretycznego) i deflatorem inwestycji dokonuje się uwzględniając definicję deflatora oraz reprezentację cen i wolumenu w modelu.

3

SOE-PL – Empiryczny model gospodarki polskiej

3.1 Bayesowska estymacja modelu SOE na danych polskich

3.1.1 Dane

Estymacja parametrów modelu DSGE SOE-PL nie jest procesem jednorodnym. Jak wspomniano wcześniej, bloki równań charakteryzujących politykę fiskalną oraz wpływ gospodarki światowej zebrane są w dwa osobne modele SVAR. Modele te estymowano klasycznymi technikami na kwartalnej próbie obejmującej lata 1990:1-2005:4 (gospodarka światowa) oraz 1996:1-2005:4 (zmienne fiskalne). Oceny parametrów uzyskane w tym etapie traktowane są dalej jak dane. Pisząc o estymacji modelu DSGE będziemy pomijać ten etap prac. Do estymacji modelu SOE-PL wykorzystano dane za lata 1997:1-2005:4. Dane pochodzą z oficjalnych publikacji GUS oraz OECD udostępnionych na stronach internetowych tych organizacji. Wykorzystujemy jedynie informacje, które ukazały się do połowy marca 2006.

Lista zmiennych wykorzystywanych do szacunków (tzn. zmiennych obserwowalnych modelu) znajduje się w tablicy A.3. Dane dotyczące rachunków narodowych przeliczono, by uzyskać jednorodną bazę cen (1995) i spójny system deflatorów, indeksów wartości i wolumenu, a następnie poddano transformacjom, o których informowaliśmy w rozdziale 2.3.4. Transformacje dotyczyły między innymi oczyszczenia z sezonowości, eliminacji średnich oraz przekształceniu większości zmiennych w kwartalne tempa wzrostu (miary inflacji oraz stopy procentowe są annualizowane). Płace realne uzyskano w efekcie deflowania płac nominalnych w całej gospodarce deflatorem konsumpcji. Realny kurs walutowy jest średnią ważoną kursu euro i dolara do złotego deflowaną deflatorem PKB — praktycznie mamy więc tu do czynienia z realnym efektywnym kursem złotego. Krajową stopą procentowa

jest trzymiesięczny WIBOR, a stopą zagraniczną trzymiesięczny dolarowy LIBOR¹. Dane dotyczące światowego PKB charakteryzują kraje OECD, również inflacja dotyczy tej grupy krajów.

Z szeregu zatrudnienia usunięto liniowy trend, a z eksportu i importu wyeliminowano komponent odpowiedzialny za systematyczne powiększanie relacji obrotów handlu zagranicznego do PKB. W obu przypadkach wyeliminowano zatem z danych tendencje, których model SOE nie może wyjaśnić. Jedyna systematyczna tendencja, jaka pozostała w danych — niestacjonarne zaburzenie postępu technicznego (stochastyczny trend wspólny dla zmiennych realnych) — powinien być wytłumaczony przez model teoretyczny SOE.

3.1.2 Metoda estymacji

Estymacji modelu SOE-PL (tak jak modeli SOE-Euro i SOE-Sweden)² dokonano technikami bayesowskimi. Zalety technik bayesowskich znane są od dawna (możliwość łączenia w sposób formalny wiedzy eksperckiej dotyczącej szacowanych parametrów i informacji pochodzącej z danych, uzyskanie rozkładów szacowanych parametrów, a nie tylko ich ocen punktowych lub przedziałowych, lepsza identyfikowalność parametrów w krótkich próbach itp.)³, jednak ich zastosowanie do estymacji modeli DSGE rozpowszechniło się — jak się wydaje — głównie dzięki pracom Smetsa i Woutersa (2002a), których model strefy euro jest dziś czymś w rodzaju standardu. Złożoność obliczeniowa technik bayesowskich⁴ została pokonana zarówno dzięki postępowi technicznemu (coraz szybsze komputery dysponujące pamięcią RAM liczoną w gigabajtach), jak też udostępnieniu wszystkim zainteresowanym pakietu DYNARE (zestaw skryptów MATLABa opracowanych przez zespół badaczy kierowanych przez M. Julliarda) zamykający większość etapów związanych z budową i bayesowską estymacją modelu DSGE w „czarnej skrzynce” uniwersalnych procedur. W kontekście estymacji, o pracach Smetsa i Woutersa (a także Schorfheide, por. np. An, Schorfheide (2005)) warto wspominać także z innego powodu. Do niedawna modele DSGE raczej kalibrowano, niż estymowano⁵. Przykład modelu Smetsa-Woutersa i ich „silnego

¹Mamy świadomość dysonansu powstającego przy porównywaniu kursu efektywnego i dysparytetu stopy krajowej i zagranicznej (dolarowej), jednak nasuwające się rozwiązania uznaliśmy za zbyt sztuczne.

²Prezentowane dalej — jako materiał porównawczy — oceny parametrów modelu SOE-Sweden pochodzą z materiału dyskusyjnego przedstawionego przez Autorów w grudniu 2005 roku w trakcie konferencji na Uniwersytecie Georgetown w Waszyngtonie (Adolfson i in., 2005b). Istnieje jednak nowsza wersja tego modelu (z lutego 2006), zaprezentowana czerwca 2006 w trakcie warsztatów odbywających się w Banku Finlandii (Adolfson i in., 2006). W tej wersji modelu SOE-Sweden Autorzy większą uwagę zwrócili na zmiany reżimów (kursowego i polityki monetarnej), jakie dokonały się w Szwecji. Uzyskane warianty ocen parametrów nie są zatem porównywalne z SOE-PL i SOE-Euro, dlatego tutaj odwołujemy się głównie do (Adolfson i in., 2005b).

³Por. np. Geweke (1999); Osiewalski (2001); Koop (2003).

⁴Mamy tu bardziej na myśli matematyczne zaawansowanie podstaw teoretycznych technik MCMC, niż same algorytmy, których implementacja jest relatywnie prosta, a przykłady rozpowszechnione w zasobach INTERNETU. „Złożoność” jest także konsekwencją rozmiaru, bowiem uzyskanie zbieżnego łańcucha wymaga generowania wielomilionowych próbek.

⁵W grupie przeanalizowanych przez nas modeli DSGE przypadki estymacji parametrów metodami klasycznymi, w tym stosowanie uogólnionej metody momentów do równań Eulera, nie są zbyt liczne. Dotyczą one

ekonometrycznego podejścia”, jak wspomniano, narzuca nowy standard autorom modeli — choć kalibracja nadal będzie stosowana i ma swoje uzasadnienie nie tylko w pracach czysto teoretycznych, to coraz trudniej będzie uzasadniać (czy raczej usprawiedliwić) całkowitą rezygnację choćby z częściowej (warunkowej) estymacji „głębokich parametrów” modelu empirycznego.

Estymacja opiera się znanej formule Bayesa:

$$p(\theta|Y) = \frac{p(Y|\theta)p(\theta)}{p(Y)} \propto p(Y|\theta)p(\theta) = L(Y|\theta)p(\theta), \quad (3.1)$$

gdzie: $p(\theta)$ jest rozkładem *a priori* estymowanego parametru, $p(Y|\theta)$ — prawdopodobieństwem *a posteriori* parametru, $L(Y|\theta)$ — wartością funkcji wiarygodności, a $p(Y)$ jest brzegową gęstością wektora obserwacji. Zakładając, że rozkłady *a priori* parametrów są niezależne, logarytm funkcji gęstości rozkładu *a posteriori* można zapisać w postaci:

$$\ln(p(\theta|Y)) = \ln(L(Y|\theta)) + \sum_{i=1}^N \ln(p(\theta_i)), \quad (3.2)$$

Obliczenie wartości logarytmu funkcji *a posteriori* polega zatem na zsumowaniu wartości logarytmu funkcji wiarygodności (informacja pochodząca z danych) oraz wartości logarytmów gęstości rozkładów *a priori* estymowanych parametrów. Definiując rozkład *a priori* ustalamy typ rozkładu oraz jego parametry, zwykle wartość centralną (wartość oczekiwana, dominanta) i miarę dyspersji (odchylenie standardowe, stopnie swobody). Wartość centralna reprezentuje wiedzę ekspercką dotyczącą danego parametru modelu, zaś dyspersja charakteryzuje niepewność dotyczącą tej wiedzy.

W skomplikowanych, wielowymiarowych przypadkach — a do takich należą modele DSGE — łączny rozkład *a posteriori* estymowanych parametrów określa się technikami symulacyjnymi klasy MCMC. Typowa procedura realizowana jest w dwóch krokach. W pierwszym, za pomocą numerycznej optymalizacji znajduje się dominantę (modę) rozkładu *a posteriori* danego równaniem (3.2) oraz odpowiadający ekstremum funkcji rozkładu łącznego Hessian (przybliżenie macierzy kowariancji). Drugi krok polega na zastosowaniu algorytmu MCMC — w naszym przypadku był to wariant algorytmu Metropolisa-Hastingsa — do generowania łańcucha Markowa zbiegającego do poszukiwanego rozkładu *a posteriori*. Jeśli łańcuch okaże się zbieżny⁶, uzyskujemy próbkę, która jest traktowana jako próbka reprezentatywna rozkładu *a posteriori*. Wartościami inicjującymi proces generowania łańcu-

modeli budowanych w Finlandii i Kanadzie.

⁶Konstrukcja algorytmów MCMC uwzględnia formalne warunki zbieżności łańcucha. Czy lub kiedy w danym przypadku można uznać, że mamy do czynienia ze zbieżnością można próbować wnioskować na podstawie kilku testów diagnostycznych, por. np. Brooks (1998); Brooks, Gelman (1996); Geweke (1999). Termin zbieżność ma w omawianym przypadku przynajmniej dwa wymiary: (1) czy generowana próbka pochodzi już z właściwego rozkładu i (2) czy próbka jest reprezentatywna dla tego rozkładu. Pierwszy aspekt zbieżności wymaga usunięcia początkowych elementów łańcucha Markowa, drugi wygenerowania dostatecznie długiego łańcucha. Wspomniane powyżej testy diagnostyczne odnoszą się do pierwszego aspektu.

cha w zastosowanym algorytmie są dominanty parametrów uzyskane w pierwszym kroku. Kolejne wartości parametrów losowane są z wielowymiarowego rozkładu normalnego z wektorem średnich równych poprzednim wartościom parametrów i (zwykle skalowaną) wariancją określoną na podstawie Hessianu uzyskanego w pierwszym kroku. Szczegóły algorytmu Metropolisa-Hastingsa przedstawiają np. Hastings (1970); Chib, Greenberg (1995).

3.1.3 Założenia — parametry kalibrowane i rozkłady a priori

Zestaw kalibrowanych i estymowanych parametrów jest w modelach SOE-Euro, SOE-Sweden i SOE-PL zbliżony. Z uwagi na znacznie krótszą próbę będącą w naszej dyspozycji, model SOE-PL musi jednak silniej wykorzystywać wiedzę ekspercką, trudniej o identyfikację parametrów, co powoduje konieczność kalibrowania większej ich liczby. Przypadki, gdy parametr jest w SOE-PL estymowany, a w SOE-Euro (SOE-Sweden) kalibrowany są nieliczne, ale interesujące. Dotyczy to zwłaszcza parametru (σ_a), który określa stopień zmienności wykorzystania kapitału. Autorzy SOE-Euro zdecydowali się na estymację dwóch wariantów modelu — w pierwszym, parametr ten był bardzo mały, tzn. pozwalał na bardzo elastyczne zmiany stopnia wykorzystania kapitału, w drugim — bardzo duży, co praktycznie uniemożliwiało wahania. Ostatecznie kierując się brzegową wiarygodnością wybrano drugi wariant⁷. W naszym przypadku okazało się, że niskie wartości (σ_a) prowadzą do zastanawiających funkcji reakcji PKB na zaburzenie technologiczne (silny spadek PKB w kwartale szoku, z następnym systematycznym wzrostem trwającym 2–3 lata). Choć fenomen ten jest ekonomicznie wytłumaczalny, uznaliśmy, że arbitralne narzucenie wartości tak kluczowego parametru jest zbyt głęboką ingerencją w cechy modelu, a jego estymacja — choć jest bardzo kłopotliwa z uwagi na problemy z identyfikowalnością parametru (σ_a) — daje bardziej „obiektywny” obraz gospodarki.

Kalibracja parametrów. W modelach DSGE często napotykanym problemem jest brak możliwości identyfikacji wszystkich parametrów⁸, stąd część z nich — zwykle parametry odpowiedzialne wyłącznie za charakterystyki rozwiązania długookresowego — jest kalibrowana (ustalana). Źródłem wartości takich parametrów jest ogólna wiedza dotycząca danego zjawiska, wartości przyjmowane w analizach teoretycznych lub wyniki odrębnych badań empirycznych. Parametry są dobierane w taki sposób, by spełnione były w warunkach *steady state* relacje wynikające z teorii (np. stopa wykorzystania kapitału równa jeden, krajowa stopa procentowa równała się światowej). Gdy estymacja nie jest możliwa, wykorzystuje się także wyznaczone na podstawie średnich z próby tzw. „duże relacje” (np. udziały głównych składowych zagregowanego popytu w PKB). Kalibrowane parametry można wówczas dobrać tak, by w rozwiązaniu długookresowym modelu duże

⁷Podobnie uczyniono w przypadku modelu SOE-Sweden.

⁸Źródłem problemu może być zarówno specyfikacja modelu, jak też cechy próby. Zagadnienie identyfikowalności obszerniej charakteryzują np. Canova, Sala (2005).

relacje odpowiadały wartościom empirycznym. Jeżeli — co jest częstym przypadkiem — długookresowe wartości dużych relacji wynikają zarówno z parametrów kalibrowanych, jak i estymowanych, można iteracyjnie korygować wartości parametrów kalibrowanych, by duże relacje zbliżyły się do wartości historycznych. Dlatego, choć kalibrowanie parametrów nie jest „obiektywną” sformalizowaną procedurą, to kalibrowanych parametrów nie można uznać za całkowicie arbitralne.

W modelu SOE-PL kalibracja objęła 22 głębokich parametrów oraz macierze kowariancji błędów pomiaru (R) — tablica 3.1 przedstawia wartości kalibrowanych parametrów.

Tablica 3.1. Wartości parametrów kalibrowanych w empirycznych modelach SOE

Parametry	SOE PL	SOE Euro	SOE Sweden	Kalibracja w SOE-PL
ϖ	0,280	0,290	0,250	na podstawie średnich z próby wielkich relacji
δ	0,025	0,013	0,010	na podstawie średnich z próby wielkich relacji
β	0,998	0,999	0,999	ustala długookresowy poziom celu inflacyjnego
A_L	7,500	7,500	bd.	na podstawie literatury
A_q	0,400	0,378	bd.	na podstawie literatury
σ_L	1,000	1,000	1,000	na podstawie literatury
σ_q	10,620	10,620	bd.	na podstawie literatury
ν	1,000	1,000	bd.	na podstawie literatury
μ	1,012	1,011	1,010	ustala długookresowy poziom celu inflacyjnego
ω_c	0,400	0,310	0,400	na podstawie średnich z próby udziału importu w PKB
ω_i	0,800	0,550	0,700	na podstawie średnich z próby udziału importu w PKB
λ_w	1,200	1,050	1,050	średnia składek na ubezpieczenia społeczne
g_r	0,200	0,204	0,300	średnia z próby udziału spożycia zbiorowego w PKB
η_c	5,000	5,000	22,47*	na podstawie estymacji, stałe z powodu probl. danych
η_i	4,000	1,500*	2,279*	na podstawie estymacji, stałe z powodu probl. danych
τ^k	0,021	0,120*	bd.	średnia z próby udziału CIT w PKB
τ^w	0,200	0,200*	bd.	średnia składek na ubezpieczenia społeczne
τ^c	0,107	0,125	0,240	średnia z próby efektywna stawka VAT
τ^y	0,125	1,177	0,300	średnia z próby efektywna stawka PIT
ρ_{λ_d}	0,000	0,000	bd.	na podstawie literatury
$\rho_{c,R}$	0,000	0,000	bd.	na podstawie literatury
ρ_{π^c}	0,985	0,985	0,985	na podstawie literatury
R_{home}	0,200	0,010	0,010	oceny eksperckie
R_{world}	0,0625	0,000	0,000	oceny eksperckie

Uwagi: Parametry oznaczone gwiazdką w modelach SOE-Euro i SOE-Sweden wyestymowano, wartości pochodzą z (Adolfson i in., 2005a,b). Podane wartości charakteryzują dominantę lub średnią rozkładu. bd. — brak danych.

Standardowo parametrami kalibrowanymi w modelach DSGE są: współczynnik dyskonta gospodarstw domowych (β), współczynnik deprecjacji środków trwałych (δ) oraz udział kapitału w produkcji (ϖ), gdy produkcja odbywa się w oparciu o liniowo-jednorodną technologię Cobb-Douglasa. W modelu SOE-PL współczynnik dyskonta (β) ustalono na poziomie 0,998; wartość ta przy podatku od kapitału wynoszącym 2,10% (liczonym jako średnia w próbie relacja przychodów z podatku od osób prawnych do PKB) prowadzi do nominalnej stopy procentowej w długim okresie rzędu 5,90%. Założone dyskonto nie

odbiega od wielkości spotykanych w literaturze⁹. Współczynniki deprecjacji (δ) i udziału kapitału w produkcji (ϖ) dobierano w modelu SOE-PL tak, aby w warunkach równowagi długookresowej udziały konsumpcji i inwestycji w PKB zbliżyły się do, odpowiednio, ok. 0,60 i 0,24¹⁰. W rezultacie parametr (δ) w modelu SOE-PL wynosi 0,025 i jest to najczęściej spotykana w literaturze wielkość¹¹. Elastyczność produkcji względem kapitału (ϖ) uzyskała poziom 0,28, co także mieści się w granicach wartości spotykanych w literaturze¹².

Parametry, które nazwaliśmy poprzednio udziałami importu w konsumpcji (ω_c) i inwestycjach (ω_i) wpływają na długookresową relację eksportu (importu) do PKB. Próbując zbliżyć te relacje do poziomu obserwowanego w danych, założono, że udział importu w konsumpcji wynosi 0,40, a w inwestycjach 0,80. Konstrukcyjne cechy modelu SOE nie pozwalają jednak na uzyskanie wysokich relacji handlu do PKB właściwych dla gospodarki polskiej¹³.

Długookresowe tempo wzrostu podaży pieniądza (μ) jest jednym z czynników wpływających na poziom inflacji w warunkach *steady state*, bowiem ($\pi = \mu/\mu_z$). Przyjęta w modelu SOE-PL wartość parametru (μ) równa 1,012 oznacza, że przy długookresowym tempie wzrostu technologii (tempie wzrostu PKB, konsumpcji, inwestycji w kraju i na świecie) na poziomie ok. 3,20 – 3,40%, inflacja długookresowa wyniesie ok. 1,40 – 1,50%. Parametry charakteryzujące politykę fiskalną, a więc długookresowe stopy podatków ($\tau_{...}$) i udział wydatków rządowych w PKB (g_r) zostały określone na poziomie wieloletnich średnich z próby. Narzut na płace w warunkach *steady state* (λ_w) ustaliliśmy na poziomie 1,20, co odpowiada — w przybliżeniu — 20% obciążeniom z tytułu składek ubezpieczeniowych pracowników płaconych przez pracodawców w Polsce.

W trakcie prób łącznej estymacji elastyczności substytucji pomiędzy krajowymi i zagranicznymi dobrami konsumpcyjnymi (η_c) i inwestycyjnymi (η_i) oraz marż na rynku importowanych dóbr konsumpcyjnych (λ_{mc}) i inwestycyjnych (λ_{mi}) uzyskiwaliśmy silną korelację błędów ich ocen. Silna korelacja utrudnia uzyskanie zbieżności generowanych łańcuchów Markowa (wymaga generowania dłuższych łańcuchów), dlatego elastyczności (η_c , η_i) są w procesie estymacji stałe (kalibrowane). Pierwszą z nich ustalono na poziomie 5,0, zgodnie z założeniami przyjętymi w oryginalnej wersji modelu (Adolfson i in., 2005a)

⁹W przeanalizowanych przypadkach jedynie Maih (2005) założył niską wartość, tzn. 0,727, większość autorów preferuje wyższe wartości, przykładowo: Smets, Wouters (2002a); Cúrdia, Finocchiaro (2005); Boivin, Giannoni (2005); Ambler i in. (2003); Dam, Linaa (2004) ustalili ten parametr na poziomie 0,99, Christiano i in. (2003); Altig i in. (2004) na poziomie 0,993; Pytlarczyk (2005) — 0,997.

¹⁰Relacje te zależą także od estymowanych parametrów, zatem powyższe wielkości traktowaliśmy jako wycieczną. Ostateczne wartości tych udziałów zawiera tabela 3.4.

¹¹Przykładowo: Pytlarczyk (2005) założył 0,02, Smets, Wouters (2002a); Cúrdia, Finocchiaro (2005); Christiano i in. (2003); Dam, Linaa (2004); Altig i in. (2005); Boivin, Giannoni (2005) 0,025.

¹²Dla przykładu: Boivin, Giannoni (2005) przyjęli 0,24, Smets, Wouters (2002a); Pytlarczyk (2005); Cúrdia, Finocchiaro (2005) 0,3, Dam, Linaa (2004) 0,33, Christiano i in. (2003); Altig i in. (2004) 0,36.

¹³Model SOE nie wyjaśnia ewentualnych zmian udziału eksportu i importu w PKB, dlatego bezpośrednie porównania obserwowalnych udziałów handlu w PKB i wartości długookresowych modelu teoretycznego może być mylące.

oraz wynikami estymacji tego parametru na danych polskich¹⁴. Kalibrując parametr (η_i) braliśmy pod uwagę nasze przekonanie, iż elastyczność substytucji importowanych dóbr inwestycyjnych powinna być niższa niż elastyczność importowanych dóbr konsumpcyjnych.

Pozostałe parametry kalibrowane pozostawiono na poziomie ustalonym przez autorów modelu SOE-Euro. Dotyczy to wagi czasu wolnego i gotówki w funkcji celu gospodarstw domowych (odpowiednio (A_L) i (A_q)), odwrotności elastyczności podaży pracy względem płacy (σ_L), elastyczności popytu na pieniądź względem stopy procentowej (σ_q) oraz długookresowego udziału kredytu obrotowego w finansowaniu płac (ν). Reszta parametrów została poddana estymacji bayesowskiej.

Rozkłady a priori. Założenia dotyczące rozkładów *a priori* estymowanych parametrów są zbliżone do założeń przyjętych w oryginalnej wersji modelu (Adolfson i in., 2005a,b) oraz założeń przyjmowanych w literaturze dotyczącej modeli DSGE (por. np. Smets, Wouters, 2002a; Maih, 2005; Lubik, Schorfheide, 2006; Pytlarczyk, 2005; Cúrdia, Finocchiaro, 2005). W tabelicy 3.2 zamieszczamy pełną informację o rozkładach *a priori* przyjętych do bayesowskiej estymacji modelu SOE-PL oraz, dla porównania, charakterystyki rozkładów *a priori* wykorzystywane w kilku innych modelach.

Dla parametrów przyjmujących wartości z przedziału $[0, 1]$ używa się rozkładu beta. W modelu SOE w tej grupie parametrów znajduje się parametr charakteryzujący przyzwyczajenia konsumpcyjne gospodarstw domowych (b), współczynniki autoregresji zaburzeń ($\rho_{...}$), a także parametry obrazujące sztywności nominalne w gospodarce (prawdopodobieństwa Calvo ($\xi_{...}$) i współczynniki indeksacji dynamicznej ($\kappa_{...}$). Parametry przyjmujące jedynie dodatnie wartości (odchylenia standardowe składników losowych poszczególnych zaburzeń ($\sigma_{...}$), elastyczności substytucji ($\eta_{...}$) i marże ($\lambda_{...}$) oraz premia za ryzyko (ϕ_a)) mają odwrotne rozkłady gamma¹⁵. Dla pozostałych parametrów, np. występujących w regule stopy procentowej, założono rozkład normalny, zaś dla długookresowego tempa postępu technicznego (μ_z) ucięty rozkład normalny.

Wielkości centralne rozkładów *a priori* dla prawdopodobieństw Calvo ($\xi_{...}$) wynoszą 0,60, co implikuje opóźnienie (częstotliwość) optymalizacji cen, płac oraz korekty zatrudnienia rzędu 2,50 kwartału. Opóźnienie optymalizacji jest mniejsze od zakładanego w modelach DSGE budowanych dla innych gospodarek europejskich (3–4) kwartały, (por. np.: Smets, Wouters, 2002a; Maih, 2005; Lubik, Schorfheide, 2006; Pytlarczyk, 2005; Cúrdia, Finocchiaro, 2005). Przyjęte w modelu SOE-PL założenie uzasadniają jednak szybko zmieniające się warunki gospodarcze podczas procesu transformacji — dostosowania cenowe i płacowe powinny być szybsze w gospodarce polskiej. Dodatkowo próba obejmuje także okres wysokiej inflacji, co w naturalny sposób przyspiesza dostosowania nominalne.

¹⁴Estymacja tego parametru na danych szwedzkich daje wartości rzędu 22,0, por. (Adolfson i in., 2005b).

¹⁵W modelu SOE-Sweden dla marż użyto uciętego rozkładu normalnego, por. (Adolfson i in., 2005b).

Charakterystyki rozkładów współczynników indeksacji cen i płac ($\kappa_{...}$) są takie same jak w oryginalnej wersji modelu (Adolfson i in., 2005a). Ustalenie ich na poziomie 0,50 oznacza, że przy aktualizacji cen podmioty gospodarcze z równą wagą biorą pod uwagę obecną inflację i cel inflacyjny. W niektórych modelach zakładano średnią rozkładu *a priori* dla tych parametrów na poziomie 0,70 (Pytlarczyk, 2005), a nawet 0,75 (Smets, Wouters, 2002a), przypisując większą wagę obecnej inflacji, jednak wyniki estymacji współczynników indeksacji ($\kappa_{...}$) w tych modelach wskazywały na prawie równe znaczenie obecnej inflacji i celu inflacyjnego w ocenie przyszłej inflacji.

Tablica 3.2. Rozkłady *a priori* estymowanych parametrów w wybranych modelach DSGE

Parametr	SOE-PL			SOE-Euro		SOE Sweden		Pytlarczyk		Smets Wouters	
	Typ	Śrd.	Std.	Śrd.	Std.	Śrd.	Std.	Śrd.	Std.	Śrd.	Std.
ξ_w	Beta	0,60	0,05	0,675	0,05	0,75	0,05	0,70	0,15	0,75	0,05
ξ_d	Beta	0,60	0,05	0,675	0,05	0,75	0,05	0,70	0,05	0,75	0,05
$\xi_{m,c}$	Beta	0,60	0,065	0,50	0,10	0,75	0,05	-	-	-	-
$\xi_{m,i}$	Beta	0,60	0,065	0,50	0,10	0,75	0,05	-	-	-	-
ξ_x	Beta	0,60	0,065	0,50	0,10	0,75	0,05	-	-	-	-
ξ_e	Beta	0,60	0,065	0,675	0,10	bd.	bd.	0,50	0,15	0,50	0,15
κ_w	Beta	0,50	0,08	0,50	0,15	0,50	0,15	0,70	0,15	0,75	0,15
κ_d	Beta	0,50	0,08	0,50	0,15	0,50	0,15	0,70	0,15	0,75	0,15
$\kappa_{m,c}$	Beta	0,50	0,08	0,50	0,15	0,50	0,15	-	-	-	-
$\kappa_{m,i}$	Beta	0,50	0,08	0,50	0,15	0,50	0,15	-	-	-	-
κ_x	Beta	0,50	0,08	0,50	0,15	0,50	0,15	-	-	-	-
S''	Nrm	7,00	0,70	7,694	1,50	7,694	1,50	4,00	2	4,00	1,50
b	Beta	0,65	0,10	0,65	0,10	0,65	0,10	0,70	0,10	-	-
$\hat{\phi}_a$	InvG	0,125	4	0,01	2	0,01	2	-	-	-	-
σ_a	InvG	1	1	-	-	-	-	-	-	-	-
ρ_e	Beta	0,85	0,065	0,85	0,10	0,85	0,10	0,85	0,10	-	-
ρ_{μ_z}	Beta	0,85	0,09	0,85	0,10	0,85	0,10	0,85	0,10	-	-
ρ_{ξ^c}	Beta	0,85	0,09	0,85	0,10	0,85	0,10	0,85	0,10	-	-
ρ_{ξ^h}	Beta	0,85	0,09	0,85	0,10	0,85	0,10	0,85	0,10	-	-
$\rho_{\lambda^{m,c}}$	Beta	0,85	0,09	0,85	0,10	bd.	bd.	-	-	-	-
$\rho_{\lambda^{m,i}}$	Beta	0,85	0,09	0,85	0,10	bd.	bd.	-	-	-	-
$\rho_{\hat{\phi}}$	Beta	0,85	0,09	0,85	0,10	0,85	0,10	-	-	-	-
ρ_{τ}	Beta	0,85	0,09	0,85	0,10	0,85	0,10	0,85	0,10	0,85	0,10
ρ_{ξ^*}	Beta	0,85	0,09	0,85	0,10	0,85	0,10	0,90	0,05	-	-
ρ_{λ^x}	Beta	0,85	0,09	0,85	0,10	bd.	bd.	-	-	-	-
σ_e	InvG	1,10	8	0,70	2	0,70	2	1,00	2	-	-
σ_{μ_z}	InvG	0,90	8	0,20	2	0,20	2	0,50	2	0,40	2
σ_{ξ^c}	InvG	0,50	8	0,20	2	0,20	2	2,00	2	0,20	2
σ_{ξ^h}	InvG	0,50	8	0,20	2	1,00	2	5,00	2	1,00	2
σ_{λ}	InvG	0,75	8	0,30	2	1,00	2	-	-	-	-
$\sigma_{\lambda^{m,c}}$	InvG	1,125	8	0,30	2	1,00	2	-	-	-	-
$\sigma_{\lambda^{m,i}}$	InvG	1,125	8	0,30	2	1,00	2	-	-	-	-
$\sigma_{\hat{\phi}}$	InvG	1,00	8	0,05	2	0,05	2	-	-	-	-
σ_{τ}	InvG	0,75	8	0,20	2	0,20	2	5,00	2	0,10	2
σ_{ξ^*}	InvG	0,40	8	0,40	2	0,40	2	0,60	2	-	-
σ_{λ^x}	InvG	1,00	8	0,30	2	1,00	2	-	-	-	-
$\sigma_{e,R}$	InvG	0,40	8	0,15	2	0,15	2	0,60	2	0,10	2
σ_R	InvG	0,40	8	0,05	2	0,05	2	0,05	4	0,02	2

Kontynuacja na następnej stronie

Parametr	SOE-PL			SOE-Euro		SOE Sweden		Pytlarczyk		Smets Wouters	
	Typ	Śrd.	Std.	Śrd.	Std.	Śrd.	Std.	Śrd.	Std.	Śrd.	Std.
ρ_R	Beta	0,70	0,08	0,80	0,05	0,80	0,05	0,80	0,10	0,80	0,10
r_π	Nrm	1,50	0,15	1,70	0,10	1,70	0,10	1,60	0,10	1,70	0,10
$r_{\Delta\pi}$	Nrm	0,30	0,06	0,30	0,10	0,30	0,05	-	-	-	-
r_x	Nrm	0,00	0,06	0,00	0,05	0,00	0,05	-	-	-	-
r_y	Nrm	0,125	0,06	0,125	0,05	0,25	0,05	0,20	0,10	0,125	0,05
$r_{\Delta y}$	Nrm	0,068	0,06	1/16	0,05	0,125	0,05	-	-	1/16	0,05
λ_d	InvG	1,167	10	1,20	2	1,20	0,05	-	-	-	-
$\lambda^{m,c}$	InvG	1,167	10	1,20	2	1,20	0,05	-	-	-	-
$\lambda^{m,i}$	InvG	1,167	30	1,20	2	1,20	0,05	-	-	-	-
η_f	InvG	5,00	10	1,50	4	1,50	4	-	-	-	-
μ_z	TNor	1,0085	0,0005	1,006	0,0005	1,006	0,0005	-	-	-	-

Uwagi: Nrm — rozkład normalny, InvG — odwrotny rozkład gamma, TNor — ucięty rozkład normalny, dla odwrotnego rozkładu gamma podano dominantę i liczbę stopni swobody. Zacytowane założenia pochodzą z prac Adolfson i in. (2005a,b); Pytlarczyk (2005); Smets, Wouters (2002a).

Przyjęta wartość centralna rozkładu *a priori* dla współczynników autoregresji zaburzeń ($\rho_{...}$) na poziomie 0,85 jest typowa dla przeanalizowanej grupy modeli DSGE (por. np. Smets, Wouters, 2002a; Cúrdia, Finocchiaro, 2005; Maih, 2005; Pytlarczyk, 2005). W modelu SOE-PL założono jednak większą dyspersję zaburzeń ($\sigma_{...}$) niż w modelu SOE-Euro, co związane jest ze znaczną zmiennością warunków gospodarowania w Polsce, wynikającą z transformacji gospodarczej.

Wartość centralna rozkładu *a priori* dla narzutów (marż) na rynku dóbr krajowych, importowanych dóbr konsumpcyjnych i importowanych dóbr inwestycyjnych ustalona została na poziomie 1,167. Wartość ta implikuje elastyczność substytucji pomiędzy dobrami na poszczególnych rynkach równą 7, co mieści się w granicach wielkości przyjmowanych w innych modelach¹⁶.

Długookresowe tempo wzrostu postępu technicznego (μ_z) utożsamiane z długookresowym tempem wzrostu gospodarczego jest — zgodnie z przyjętą przez nas wartością centralną rozkładu *a priori* — większe niż w modelu SOE-Euro (3,4% rocznie w SOE-PL wobec 2,4% w modelu SOE-Euro). Średnia dla rozkładu *a priori* parametru charakteryzującego wrażliwość kursu na wahania aktywów zagranicznych netto ($\tilde{\phi}_a$) jest większa niż w SOE-Euro (0,125 wobec 0,01), co odzwierciedla większe ogólne ryzyko w Polsce. Dla parametrów charakteryzujących politykę monetarną (ρ_R, r_π, r_y) charakterystyki wielkości centralnej rozkładu *a priori* implikują wartości zwykle spotykane w literaturze DSGE (por. np.: Smets, Wouters, 2002a; Maih, 2005; Lubik, Schorfheide, 2006; Pytlarczyk, 2005). Przykładowo, parametr reakcji stopy na odchylenie inflacji od celu wynosi 1,5, a reakcji stopy na odchylenie PKB od wartości długookresowej 0,125, co odpowiada parametrom klasycznej wersji reguły Taylora (po uwzględnieniu kwartalnej częstotliwości danych).

Wariancje (miary dyspersji) rozkładów *a priori* są na ogół mniejsze niż w modelu SOE-Euro — próba, na podstawie której estymujemy parametry modelu SOE-PL jest krótka (zawiera

¹⁶Przykładowo, Adolfson i in. (2005a) przyjęli wartość 6, Bergin, Tchakarov (2003) — 7, Rotemberg, Woodford (1998) — 7,66, Ambler i in. (2003) — 8.

mniej informacji), zatem relatywnie większą wagę musimy przypisywać wiedzy eksperckiej dotyczącej parametrów, wiedza ta zastępuje braki informacji w próbie.

3.1.4 Wyniki estymacji — charakterystyki rozkładu *a posteriori*

W tabelicy 3.3 zestawiono charakterystyki rozkładów *a priori* użytych do estymacji, wyniki optymalizacji numerycznej (pierwsza faza estymacji bayesowskiej), tzn. wartości dominanty (mody) rozkładu *a posteriori* i oceny odchyłeń standardowych uzyskane z odwrotności Hessianu (Hessian pochodzi ze zmodyfikowanej procedury optymalizacyjnej <csminwel> autorstwa C. Simsa) oraz podstawowe charakterystyki rozkładu *a posteriori* wyznaczone z wygenerowanego łańcucha Markowa (MCMC) o długości 500000 elementów. Pierwotny łańcuch liczył 900000 elementów, ale pierwszych 400000 elementów zostało usuniętych, ponieważ przeprowadzone przez nas testy diagnostyczne sugerowały, stabilizację charakterystyk łańcucha Markowa dopiero po 375000 – 400000 elementach¹⁷. W porównaniu z wynikami uzyskiwanymi przez innych badaczy stosujących metody MCMC do estymacji modeli DSGE jest to relatywnie duża „spalona próbka”¹⁸. Także długość łańcucha wykorzystywanego do wnioskowania o rozkładzie *a posteriori* jest względnie duża¹⁹, aczkolwiek znane są nam opinie, że badacze estymujący modele DSGE technikami bayesowskimi, a zatem estymujący łącznie bardzo dużą liczbę parametrów, dramatycznie niedoszacowują koniecznej długości łańcucha (por. Fukac, Pagan, 2006).

Formalna analiza uzyskanych wyników (por. tablica 3.3), np. porównanie rozkładów *a priori* i aproksymacji rozkładów *a posteriori* sugeruje, że część estymowanych parametrów jest słabo identyfikowalna. Charakterystycznym jest tutaj parametr (ξ_w) — rozkład *a posteriori* praktycznie nie różni się od rozkładu *a priori*, co oznacza, że informacje z próby praktycznie nic nie wnoszą do naszej wiedzy o prawdopodobieństwie Calvo dla płac. Biorąc pod uwagę fakt, że przy estymacji SOE-Euro obserwujemy to samo zjawisko, można uznać, że jest to cecha konstrukcyjna modelu (a nie specyfika używanej próby). W modelu SOE-PL o problemach z identyfikacją można mówić także w przypadku parametru indeksacji cen eksportu (κ_x) lub/i prawdopodobieństwie Calvo dla cen w eksporcie (ξ_x). Z kolei w modelu SOE-Euro problem ten pojawia się przynajmniej dla parametru indeksacji płac (κ_w) i długookresowej stawki podatku od funduszu płac (τ_w).

Oszacowane parametry można zaklasyfikować do kilku grup, co nieco ułatwi interpretację. I tak prawdopodobieństwa Calvo ($\xi_{...}$) i parametry dynamicznej indeksacji cen ($\kappa_{...}$)

¹⁷Warto zaznaczyć, że zastosowane testy diagnostyczne opierające się na zestawie wykresów ilustrujących zbieżność/stabilność średnich, rekurencyjnych wersjach analizy wariancji itp. (por. np. Brooks, Gelman, 1996) nie mają ścisłej i jednoznacznej interpretacji, tzn. nie prowadzi się tutaj ścisłego i formalnego wnioskowania statystycznego.

¹⁸Canova (2005) proponuje mechaniczną eliminację ok. 5-10% łańcucha bez prowadzenia diagnostyki.

¹⁹Charakterystyki rozkładu *a posteriori* przedstawiane w tabelicy 3.3 wyznaczone na podstawie pełnego łańcucha (500000 elementów), jednak wszystkie dalsze obliczenia, w tym analizy dynamiczne i dekompozycje historyczne, opierają się na mniejszej liczącej ok. 12000 elementów podpróbie. Postępowanie takie jest zgodne z sugestiami autorów modelu SOE-Euro — obok względów pragmatycznych — i bierze pod uwagę charakterystyczny dla łańcuchów Markowa defekt — kolejne elementy łańcucha (ogólniej próbka) są zależne.

odpowiadają za sztywności nominalne, parametr przyzwyczajęń konsumpcyjnych (b) i parametr warunkujący zmienność wykorzystania kapitału (σ_a) związane są ze sztywnościami realnymi. Marże ($\lambda_{...}$) i elastyczności substytucji ($\eta_{...}$) charakteryzują cechy rynków, w tym stopień konkurencji i wraz z charakterystyką postępu technicznego (μ_z) odpowiadają za postać równowagi długookresowej. Wspomniane charakterystyki rynków (z których tylko część jest estymowana) podlegają zaburzeniom. Uporczywość i zmienność tych zaburzeń to kolejna grupa parametrów. W ostatniej znajdują się parametry reguły stopy procentowej.

Tablica 3.3. Wyniki estymacji — charakterystyki rozkładów *a priori* i *a posteriori*

Para- metry	Rozkład <i>a priori</i>			Optymalizacja		Rozkład <i>a posteriori</i>				
	Typ	Śred.	Std	Moda	InvH	Śred.	Moda	Med.	5%	95%
Sztywności nominalne										
ξ_w	Beta	0,600	0,050	0,592	0,048	0,583	0,586	0,583	0,502	0,662
ξ_d	Beta	0,600	0,050	0,693	0,039	0,680	0,680	0,681	0,612	0,744
ξ_{mc}	Beta	0,600	0,065	0,588	0,056	0,572	0,585	0,573	0,479	0,664
ξ_{mi}	Beta	0,600	0,065	0,616	0,053	0,620	0,617	0,621	0,533	0,706
ξ_x	Beta	0,600	0,065	0,600	0,039	0,589	0,600	0,589	0,520	0,656
ξ_e	Beta	0,600	0,065	0,636	0,049	0,631	0,635	0,633	0,552	0,704
κ_w	Beta	0,500	0,080	0,354	0,061	0,360	0,350	0,358	0,264	0,462
κ_d	Beta	0,500	0,080	0,431	0,076	0,441	0,434	0,440	0,317	0,571
κ_{mc}	Beta	0,500	0,080	0,423	0,076	0,433	0,439	0,432	0,312	0,559
κ_{mi}	Beta	0,500	0,080	0,410	0,073	0,435	0,440	0,434	0,316	0,559
κ_x	Beta	0,500	0,080	0,484	0,079	0,489	0,508	0,489	0,363	0,616
Sztywności realne										
S''	Norm	7,000	0,700	6,278	0,655	6,244	6,215	6,243	5,097	7,398
b	Beta	0,650	0,100	0,592	0,058	0,600	0,609	0,601	0,494	0,703
$\hat{\phi}$	InvG	0,125	4,000	0,150	0,049	0,235	0,171	0,210	0,119	0,437
σ_a	InvG	1,000	1,000	2,974	1,951	10,436	2,119	6,783	1,628	31,286
Charakterystyki zaburzeń										
ρ_ϵ	Beta	0,850	0,065	0,804	0,069	0,793	0,795	0,796	0,677	0,900
ρ_{μ_z}	Beta	0,850	0,090	0,896	0,078	0,813	0,880	0,833	0,618	0,939
ρ_{ζ^c}	Beta	0,850	0,090	0,906	0,064	0,832	0,874	0,845	0,668	0,947
ρ_{ζ^h}	Beta	0,850	0,090	0,595	0,099	0,567	0,581	0,569	0,409	0,722
$\rho_{\lambda^{mc}}$	Beta	0,850	0,090	0,866	0,054	0,839	0,871	0,846	0,733	0,924
$\rho_{\lambda^{mi}}$	Beta	0,850	0,090	0,806	0,055	0,769	0,788	0,775	0,658	0,861
$\rho_{\hat{\phi}}$	Beta	0,850	0,090	0,763	0,089	0,774	0,793	0,779	0,613	0,915
ρ_τ	Beta	0,850	0,090	0,968	0,030	0,905	0,925	0,912	0,811	0,976
ρ_{z^*}	Beta	0,850	0,090	0,923	0,068	0,871	0,931	0,887	0,719	0,972
ρ_{λ_x}	Beta	0,850	0,090	0,920	0,044	0,895	0,913	0,902	0,799	0,964
σ_ϵ	InvG	1,100	8,000	1,220	0,233	1,292	1,220	1,259	0,938	1,759
σ_{μ_z}	InvG	0,900	8,000	0,536	0,066	0,557	0,533	0,552	0,454	0,680
σ_{ζ^c}	InvG	0,500	8,000	0,454	0,083	0,521	0,504	0,511	0,389	0,687
σ_{ζ^h}	InvG	0,500	8,000	0,426	0,065	0,456	0,437	0,449	0,351	0,588
σ_λ	InvG	0,750	8,000	0,841	0,112	0,905	0,858	0,891	0,716	1,134
$\sigma_{\lambda^{mc}}$	InvG	1,250	8,000	3,554	0,626	3,906	3,723	3,843	2,884	5,153
$\sigma_{\lambda^{mi}}$	InvG	1,250	8,000	6,669	1,132	6,894	6,516	6,784	5,200	8,974
$\sigma_{\hat{\phi}}$	InvG	1,000	8,000	0,930	0,164	1,036	0,947	1,014	0,754	1,401
σ_τ	InvG	0,750	8,000	0,614	0,091	0,666	0,650	0,654	0,531	0,840
σ_{z^*}	InvG	0,400	8,000	0,299	0,045	0,316	0,303	0,311	0,246	0,405
σ_{λ_x}	InvG	1,000	8,000	1,095	0,187	1,190	1,106	1,164	0,878	1,588
$\sigma_{\epsilon,R}$	InvG	0,400	8,000	0,380	0,048	0,400	0,373	0,394	0,318	0,500

Kontynuacja na następnej stronie

Para- metry	Rozkład <i>a priori</i>			Optymalizacja		Rozkład <i>a posteriori</i>				
	Typ	Sred.	Std	Moda	InvH	Sred.	Moda	Med.	5%	95%
σ_{π}	InvG	0,400	8,000	0,447	0,111	0,508	0,501	0,498	0,352	0,700
Reguła stopy procentowej										
ρ_R	Beta	0,700	0,080	0,800	0,033	0,809	0,818	0,811	0,753	0,859
r_{π}	Norm	1,500	0,150	1,311	0,109	1,380	1,375	1,375	1,196	1,583
$r_{\Delta\pi}$	Norm	0,300	0,060	0,181	0,030	0,182	0,182	0,181	0,133	0,235
r_x	Norm	0,000	0,060	0,041	0,025	0,052	0,053	0,051	0,007	0,101
r_y	Norm	0,125	0,060	0,004	0,025	0,027	0,019	0,023	-0,027	0,092
$r_{\Delta y}$	Norm	0,068	0,060	0,120	0,045	0,124	0,128	0,124	0,053	0,196
Charakterystyki rynków, postęp techniczny										
λ^d	InvG	1,167	10,000	1,174	0,040	1,192	1,168	1,184	1,131	1,281
λ^{mc}	InvG	1,167	10,000	1,119	0,008	1,118	1,120	1,118	1,106	1,130
λ^{mi}	InvG	1,167	10,000	1,334	0,016	1,329	1,328	1,329	1,302	1,354
η_f	InvG	5,000	10,000	5,790	0,815	6,078	5,617	5,968	4,683	7,862
μ_z	TNor	1,009	0,001	1,008	0,000	1,008	1,008	1,008	1,007	1,009

Uwagi: Norm — rozkład normalny, InvG — odwrotny rozkład gamma, TNor — ucięty rozkład normalny, InvH — błąd standardowy wyznaczony z odwrotności Hessianu. Dla odwrotnego rozkładu gamma podano dominantę i liczbę stopni swobody.

Tablica 3.4. Najważniejsze makroekonomiczne charakterystyki równowagi *steady state* w wybranych modelach DSGE

Relacja długookresowa	SOE-PL †	SOE-Euro ‡
Stopa inflacji (annualizowana)	0,01597	0,02410
Stopa procentowa (annualizowana)	0,05856	0,05671
Udział konsumpcji w PKB	0,58199	0,58445
Udział inwestycji w PKB	0,21801	0,21155
Udział konsumpcji rządowej w PKB, (g_r) ††	0,20000	0,20400
Udział importu w PKB	0,28326	0,11641
Udział eksportu w PKB	0,28326	0,11641
Tempo wzrostu gospodarczego, postępu technicznego (annualizowane), (μ_z)	0,03240	0,02020

Uwagi: † Obliczono na podstawie średnich z rozkładu *a posteriori*. ‡ Obliczenia własne dla wariantu bez zmiennego wykorzystania kapitału, oceny parametrów (średnie rozkładu *a posteriori*) zaczerpnięto z Adolphson i in. (2005a). †† Parametr kalibrowany.

Rozwiązanie punktu ustalonego. W tablicy 3.4 zebrano najważniejsze makroekonomiczne charakterystyki równowagi *steady state*. Jak wspomniano wcześniej, większość kalibrowanych parametrów odpowiadała za cechy równowagi długookresowej. Na rozwiązanie to wpływają jednak także parametry estymowane, dlatego nie można formułować tezy, że dynamika modelu SOE-PL jest estymowana, a rozwiązanie *steady state* opiera się na założeniach. Tak dynamika, jak rozwiązanie statyczne jest estymowane warunkowo.

Jak wynika z zamieszczonych w tablicy danych, w długim okresie inflacja powinna kształtować się na poziomie 1,60%, a nominalna stopa procentowa na poziomie 5,90%. Wielkości te charakteryzują gospodarkę światową, której częścią jest mała otwarta gospodarka, a nie bieżący potencjał gospodarki polskiej. Ten sam argument należy mieć na uwadze oceniając dynamikę wzrostu gospodarczego — tempo rzędu 3,2% dotyczy całego świata.

Sztynności nominalne i realne. Przechodząc do oceny ekonomicznej treści uzyskanych ocen parametrów zauważamy, że uzyskane średnie dla parametrów obrazujących sztywności Calvo ($\xi_{...}$) wahają się w granicach 0,57–0,68. Wartości te implikują średni okres trwania kontraktów cenowych, płacowych i zatrudnienia od 1,75 do 3,1 kwartału. Reoptymalizacja cen zachodzi najczęściej dla konsumpcyjnych dóbr importowanych, a najrzadziej dla dóbr produkcji krajowej. Długość kontraktu zatrudnienia — zgodnie z uzyskanymi szacunkami — wynosi ok. 2,70 kwartału. Uzyskane długości są krótsze niż w modelu SOE-Euro, jak też i w niektórych badaniach (por. np. Smets, Wouters, 2002a; Pytlarczyk, 2005), gdzie długość kontraktów dochodzi nawet do ok. 3 lat, jednak sami autorzy uznają uzyskane przez siebie wartości za zawyżone i nieprawdopodobne. Generalnie rzecz biorąc uzyskane oceny parametrów ($\xi_{...}$) sugerują większą elastyczność kształtowania (częstość reoptymalizacji) cen w Polsce niż w strefie Euro i Szwecji, co — biorąc pod uwagę fakt, iż w próbie użytej do estymacji znajdują się jeszcze okresy dość wysokiej inflacji — nie wzbudza wątpliwości. Interpretacja ta niemal natychmiast prowokuje pytanie, czy prawdopodobieństwo Calvo jest rzeczywiście stałe w gospodarce polskiej, czy nie podlega zaburzeniom losowym (dryfuje).

Tablica 3.5. Oceny parametrów charakteryzujących sztywności nominalne w empirycznych modelach SOE

Para- metry	SOE-PL		SOE-Euro		SOE-Sweden	
	Śrd.	Moda	(1)	(2)	(3)	(4)
Prawdopodobieństwa Calvo						
ξ_w	0,583	0,586	0,716	0,697	0,722	0,743
ξ_{id}	0,680	0,680	0,895	0,883	0,866	0,833
ξ_{mc}	0,572	0,585	0,523	0,463	0,892	0,896
ξ_{mi}	0,620	0,617	0,743	0,740	0,947	0,936
ξ_x	0,589	0,600	0,630	0,639	0,875	0,877
ξ_e	0,631	0,635	0,757	0,792	bd.	bd.
Parametr indeksacji dynamicznej						
κ_w	0,360	0,350	0,453	0,516	0,229	0,223
κ_d	0,441	0,434	0,173	0,213	0,164	0,171
κ_{mc}	0,433	0,439	0,128	0,161	0,399	0,307
κ_{mi}	0,435	0,440	0,192	0,187	0,353	0,405
κ_x	0,489	0,508	0,148	0,139	0,296	0,349

Uwagi: Dla modelu SOE-PL średnia i dominanta (moda) rozkładu *a posteriori*. Dla modelu SOE-Euro dominanta rozkładu *a posteriori* dla wariantu (1) ze zmiennym i (2) stałym stopniem wykorzystania kapitału. Dla modelu SOE-Sweden dominanta rozkładu *a posteriori* (3) dla wariantu z klasycznym UIP oraz stałą regułą oraz (4) wariantu ze zmienną regułą i zmodyfikowaną wersją UIP. Dane zaczerpnięto z Adolfson i in. (2005a,b).

Drugim z parametrów charakteryzujących procesy kształtowania cen są elastyczności indeksacji ($\kappa_{...}$). Indeksacja ta — przypomnijmy — opiera się na przeszłej inflacji (na danym rynku) oraz makroekonomicznym celu inflacyjnym. Parametr ($\kappa_{...}$) charakteryzuje proporcje, w jakiej te dwa indeksy brane są pod uwagę; wartości większe niż 0,50 oznaczają większy wpływ przeszłej inflacji, im mniejsza jest wartość ($\kappa_{...}$), tym rola celu inflacyjnego w mechanizmie indeksacyjnym jest większa. Uzyskane oceny (średnich) parametrów

są nieznacznie mniejsze niż 0,50, ale — w porównaniu z rezultatami dla strefy euro (SEO-Euro), Szwecji, jak też dla Niemiec (Pytlarczyk, 2005) — sugerują znacznie bardziej inercyjny charakter indeksacji w Polsce niż w innych krajach.

W tabelicy 3.5 zebraliśmy oceny parametrów ($\xi_{...}$, $\kappa_{...}$) uzyskane w kilku wariantach modelu SOE estymowanych na danych polskich, strefy euro oraz szwedzkich. Z uwagi na niedostępność pełniejszej informacji o rozkładach *a posteriori* dla modeli SOE-Euro i SOE-Szweden, porównujemy jedynie dominanty rozkładów parametrów. Ujmując łącznie rolę parametrów ($\xi_{...}$, $\kappa_{...}$) nie można sformułować jednoznacznego wniosku, że mechanizm kształtowania cen jest bardziej/mniej elastyczny w Polsce niż w strefie euro i Szwecji, tzn. sztywności nominalne są mniejsze. Hipoteza ta wymaga weryfikacji techniką obejmującą całość istniejących współzależności.

Uzyskane oceny parametru przyzwyczajęń konsumpcyjnych gospodarstw domowych (b) rzędu 0,60 mieszczą się w granicach wartości otrzymanych w innych modelach (0,56 dla Niemiec i strefy euro u Pytlarczyka (2005), 0,57 dla Niemiec, 0,73 dla Francji oraz 0,84 dla Włoch w badaniu Jondeau, Sahuc (2005), 0,88 dla Szwecji (Cúrdia, Finocchiaro, 2005) oraz 0,69 dla strefy euro w modelu SOE-Euro (Adolfson i in., 2005a) i 0,699 – 0,712 w modelu SOE-Szweden (Adolfson i in., 2005b) oraz 0,55 w modelu Smetsa i Woutersa (2002b)). Mamy zatem do czynienia z porównywalną skalą omawianego typu sztywności realnych; uzyskane wyniki plasują nas poniżej średniej.

Za sztywności realne odpowiada także wspomniany już parametr (σ_a). Im mniejsze jego wartości, tym większa elastyczność stopnia wykorzystania kapitału (mniejsze koszty dostosowań). Uzyskane oceny średniej rzędu 10,44 obarczone są relatywnie dużym błędem (pięcioprocentowy percentyl wynosi 1,6 a dziewięćdziesiąty piąty 31,3). W modelu strefy euro (Smets, Wouters, 2002a), parametr pełniący analogiczną funkcję uzyskał w procesie estymacji wartość 0,50, zaś dla modelu dwóch krajów (USA i strefa euro) parametr ten przybierał wartości rzędu 0,19–0,23 (de Walque i in., 2005). Altig i in. (2004) uzyskali wartość 2,01 i uznali, że jest to dość wysoka. W modelu SOE-Euro (σ_a) ustalono (skalibrowano) na poziomie 1000000, co praktycznie niemal wyklucza dostosowanie ilościowe kapitału (środków trwałych), analogicznie postąpiono w modelu SOE-Szweden i już choćby z tego powodu model SOE-PL powinien charakteryzować się mniejszą sztywnością niż SOE-Euro oraz SOE-Szweden, ale większą niż inne wymieniane modele.

Charakterystyki rynków i postępu technicznego w długim okresie. Oszacowania długookresowych marż na rynkach dóbr krajowym (λ_d) i importowanych ($\lambda_{m,c}$ i $\lambda_{m,i}$) są interpretowalne. Większy narzut na importowane dobra inwestycyjne (33%) niż na importowane dobra konsumpcyjne (12%) implikuje mniejszą elastyczność substytucji na rynku dóbr inwestycyjnych (ok. 4) niż konsumpcyjnych (ok. 9), co również jest zgodne z naszą intuicją.

Ocena długookresowej kwartalnej stopy wzrostu technologicznego (μ_z) wyniosła 1,008, co oznacza 3,20% roczne tempo wzrostu PKB i innych kategorii realnych. Wartość ta jest nieco niższa od zakładanej (średnia rozkładu *a priori*) dynamiki (3,60%), jednak znacznie wyższa od 2% wzrostu PKB w strefie euro, jaką uzyskano w oryginalnej wersji modelu. Patrząc na tę wielkość należy pamiętać, iż charakteryzuje ona nie tylko wzrost gospodarki kraju, ale także wzrost gospodarczy świata w warunkach równowagi, bowiem zgodnie z przyjętą przez autorów modelu SOE konwencją, w długim okresie nie występuje asymetria postępu technicznego.

Tablica 3.6. Oceny charakterystyk zaburzeń w empirycznych modelach SOE

Parametry	SOE-PL		SOE-Euro		SOE-Sweden	
	Śrd.	Moda	(1)	(2)	(3)	(4)
Uporczywość zaburzeń						
ρ_e	0,793	0,795	0,935	0,909	0,929	0,894
ρ_{μ_z}	0,813	0,880	0,753	0,723	0,831	0,971
ρ_v	0,905	0,925	0,738	0,750	0,724	0,846
ρ_{z^*}	0,871	0,931	0,992	0,993	0,962	0,951
ρ_{z^c}	0,832	0,874	0,935	0,935	0,617	0,884
ρ_{z^h}	0,567	0,581	0,646	0,675	0,233	0,230
$\rho_{\lambda^{mc}}$	0,839	0,871	0,984	0,978	bd.	bd.
$\rho_{\lambda^{mi}}$	0,769	0,788	0,971	0,974	bd.	bd.
ρ_{λ_x}	0,895	0,913	0,895	0,894	bd.	bd.
$\rho_{\bar{\phi}}$	0,774	0,793	0,990	0,991	0,932	0,628
Zmienność zaburzeń						
σ_e	1,292	1,220	0,414	0,452	0,738	0,755
σ_{μ_z}	0,557	0,553	0,112	0,130	0,127	0,113
σ_v	0,666	0,650	0,397	0,424	0,374	0,296
σ_{z^*}	0,316	0,303	0,200	0,203	0,185	0,181
σ_{z^c}	0,521	0,504	0,132	0,151	0,226	0,167
σ_{z^h}	0,456	0,437	0,094	0,095	0,373	0,375
$\sigma_{\lambda^{mc}}$	3,906	3,723	1,912	2,548	1,194	1,181
$\sigma_{\lambda^{mi}}$	6,894	6,516	0,281	0,292	1,135	1,122
σ_{λ_x}	1,190	1,106	1,028	0,977	0,995	1,072
$\sigma_{\bar{\phi}}$	1,036	0,947	0,123	0,130	0,332	0,680
σ_{λ^d}	0,905	0,858	0,133	0,130	0,800	0,823
Zmienność zaburzenia w regule stopy procentowej						
$\sigma_{e,R}$	0,400	0,373	0,126	0,133	0,233	0,44-0,13
σ_{R^c}	0,508	0,501	0,036	0,044	0,079	0,137

Uwagi: Dla modelu SOE-PL średnia i dominanta (moda) rozkładu *a posteriori*. Dla modelu SOE-Euro dominanty rozkładu *a posteriori* dla wariantu (1) ze zmiennym i (2) stałym stopniem wykorzystania kapitału. Dla modelu SOE-Sweden dominanty rozkładu *a posteriori* (3) dla wariantu z klasycznym UIP oraz stałą regułą oraz (4) wariantu ze zmienną regułą i zmodyfikowaną wersją UIP. Dane zaczerpnięto z Adolfson i in. (2005a,b).

Zaburzenia. Zgodnie z przewidywaniami (założeńmi wyrażonymi w parametrach rozkładów *a priori*) oceny wariancji zaburzeń są większe niż w modelach SOE-Euro i SOE-Sweden. W krańcowych przypadkach oszacowania wariancji (odchyłeń standardowych) szoków w SOE-PL kilkakrotnie przekraczają poziomy uzyskiwane w modelu SOE-Euro czy nawet SOE-Sweden. Charakterystycznym przykładem jest odchylenie standardowe stacjonarnego zaburzenia technologicznego (σ_e) oraz odchylenia standardowe marż dóbr

importowanych. Wynik ten, interpretujemy jako skutek procesów transformacji zachodzących w gospodarce polskiej — redukcja zatrudnienia wywołana prostą racjonalizacją kształtowała zmienność zaburzenia technologicznego, otwieranie się gospodarki i efekty korzyści komparatywnych z handlu zagranicznego ujawniły się w wariancji zaburzeń marż w handlu²⁰. Procesy te — mamy nadzieję — miały jednak charakter jednorazowy, co oznacza, że rzeczywista wielkość zmienności zaburzeń jest w przypadku modelu SOE-PL przeszacowana, aczkolwiek powinna być wyższa niż ta, którą obserwujemy w modelu strefy euro, z uwagi na wielkość i potencjał gospodarek. Jednorazowe zjawiska wynikające z transformacji, wzmacniane są także przez „naturę” modelu, bowiem wysoka wariancja (zaburzeń) marż ($\sigma_{\lambda_{m,i}}$ i $\sigma_{\lambda_{m,e}}$) wynika z faktu, że import jest dużo bardziej zmienny niż kategorie, które go objaśniają w modelu (np. konsumpcja). W rezultacie, zmienność importu absorbowana jest przez dużą wariancję elastyczności substytucji (marż) na rynkach dóbr importowanych.

Osobnym zagadnieniem jest dziesięciokrotnie większa wariancja zaburzenia celu inflacyjnego w modelu SOE-PL. Dynamika cen w warunkach *steady state* wynosi ok. 1,4% i wielkość ta musi opowiadać także inflacji światowej. Bieżący cel — widziany przez podmioty indeksujące swoje ceny i płace oraz odczytywany z zachowań banku centralnego — musiał odchyłać się znacznie od tej wartości, zwłaszcza w końcu lat dziewięćdziesiątych. Przebieg odtworzonego z danych historycznych celu przedstawiamy w paragrafie dotyczącym analizom dekompozycji historycznych.

Uzyskane w modelu SOE-PL oceny miary uporczywości (współczynniki autokorelacji) szoków nie wykazują jednoznacznej tendencji, część zaburzeń ma wyraźnie większą, część mniejszą inercję niż uzyskano w modelach SOE-Sweden i SOE-Euro — oceny parametrów ($\rho_{...}$) przedstawiamy w tabelicy 3.6. Ogólniej, gdyby znacząco wyższej wariancji szoków towarzyszyła wyższa ich autokorelacja, mogłoby to oznaczać, że losowe parametry (tu mające status zmiennych egzogenicznych) na znacznie dłużej i silniej odchylają się od równowagi długookresowej. Sytuacja taka stawiałaby pod znakiem zapytania zasadność założeń, które doprowadziły do uzyskania takiej właśnie postaci *steady state*.

Reguła stopy procentowej. Ostatnia grupa parametrów dotyczy reguły stopy procentowej. Z uwagi na duże podobieństwo postaci reguły mamy tu możliwość bezpośredniego porównania wyników także z modelem Smetsa i Woutersa (2002a) — wyniki zestawiono w tabelicy 3.7.

Pierwsze, rzucające się spostrzeżenie dotyczy mniejszych wartości absolutnych oszacowanych na danych polskich parametrów reguły, co może świadczyć o mniej aktywnej polityce pieniężnej w Polsce, efekt ten jest jednak — choć w części — niwelowany przez

²⁰Bardziej precyzyjnie rzecz ujmując należałoby mówić, że — w przypadku stacjonarnego zaburzenia technologicznego, które oddziałuje na efektywność produkcji krajowej dóbr pośrednich — odziedziczona nieefektywność wykorzystania czynników, stanowiła odchylenie, które stopniowo zanikało. Analogicznie należałoby interpretować zaburzenia marż i konsekwencje otwierania się gospodarki.

mniej efekt wygładzania stopy (ρ_R). Warto także pamiętać, że zaburzenia, na jakie reagowała polityka monetarna, miały większe wartości bezwzględne. Interesującym wydaje się fakt, iż polityka stopy procentowej w Polsce praktycznie nie reagowała na poziom luki (parametr (r_y) ma nie tylko bardzo małą wartość bezwzględną, ale jest też — przyjmując klasyczne reguły wnioskowania — nieistotny statystycznie). Jednak wrażliwość stopy na zmiany luki ($r_{\Delta y}$) jest porównywalna do tej, jaką uzyskano w pozostałych badanych modelach. Interesujące są także reakcje stopy na realny kurs walutowy. W modelach SOE-PL i SOE-Sweden dodatnia wartość parametru (r_x) sugeruje, iż bank centralny reaguje podwyżką stóp na realną deprecjację waluty krajowej (ochrona siły nabywczej), gdy dla strefy euro obserwujemy działania przeciwne. Rząd wielkości tego parametru pozwala jednak uznać tego typu reakcje za marginalne — to nie kurs decydował o kształcie polityki stóp procentowych, zwłaszcza w strefie euro.

Tablica 3.7. Oceny parametrów reguły stopy procentowej w wybranych modelach DSGE

Parametry reguły	SOE-PL	SOE-Euro	SOE-Sweden	Smets i Wouters
ρ_R	0,809	0,881	0,925	0,928
r_π	1,380	1,730	1,685	1,668
$r_{\Delta\pi}$	0,182	0,310	0,106	0,222
r_y	0,027	0,104	0,196	0,144
$r_{\Delta y}$	0,124	0,128	0,164	0,174
r_x	0,052	-0,009	0,063	-

Uwagi: Dla modelu SOE-Sweden przedstawiamy wariant ze stałą w czasie regułą stopy procentowej i klasyczną wersją UIP. Cytowane dane pochodzą z prac Adolfson i in. (2005a,b); Smets, Wouters (2002b).

3.2 Charakterystyka dynamicznych cech modelu SOE-PL

3.2.1 Reakcje zmiennych na zaburzenia

Rysunki 3.1–3.14 przedstawiają reakcje zmiennych obserwowalnych na zaburzenia specyfikowane w modelu SOE-PL — są to tzw. *funkcje reakcji* (IRF). Funkcje reakcji obrazują dynamiczne cechy modelu i są podstawowym źródłem wiedzy o bezpośrednich i rozłożonych w czasie współzależnościach. Funkcje reakcji stanowią także ważne narzędzie diagnostyczne modeli, bowiem pozwalają lepiej zrozumieć interakcje zachodzące między zmiennymi oraz wychwycić ewentualne niespójności. Przyjmując, że model jest adekwatnym opisem gospodarki, informacje dostarczane przez funkcje reakcji (sposób reagowania inflacji, PKB, zatrudnienia na zaburzenia, opóźnienie reakcji, maksymalna reakcja itp.) są także użyteczne przy analizach polityki gospodarczej oraz prognozowaniu. Poniżej omawiamy jedynie funkcje reakcji modelu SOE-PL. W Aneksie znajduje się bardziej szczegółowe porównanie dynamicznych cech modeli SOE-PL i SOE-Euro.

We wszystkich prezentowanych przypadkach wielkość zaburzenia używana do wyznaczenia IRF została ustalona na podstawie doświadczeń historycznych — wynosi jedno odchylenie

standardowe szoku. Odchylenia standardowe ($\sigma_{...}$) zaburzeń są estymowanymi parametrami modelu (oceny parametrów zawiera tablica 3.3), dlatego w każdym przypadku absolutna wielkość impulsu jest inna, ale odpowiada przeciętnej historycznej wielkości danego zaburzenia. Funkcje reakcji powstały techniką symulacji stochastycznych. Z uzyskanego w procesie estymacji łańcucha Markowa o długości 500000 elementów (próbki reprezentującej rozkład *a posteriori* parametrów) wylosowano 12000 zestawów parametrów i dla wszystkich tych zestawów policzono funkcje reakcji. Uzyskana próbka funkcji reakcji (rozkładu IRF) pozwala na określenie niepewności, jaka pojawia się odnośnie kierunku, opóźnienia, skali (itp.) reakcji na impulsy, mającej swoje źródło w estymowanych parametrach modelu SOE-PL. Na rysunkach prezentowana jest mediana wraz z 90% przedziałem ufności, a samo zaburzenie pojawia się w chwili $t = 3$.

Wszystkie zaburzenia mają charakter kwartalnego impulsu, ale ich względna trwałość (uporczywość) zależy od estymowanych (kalibrowanych) parametrów autokorelacji ($\rho_{...}$), bowiem zaburzenia — jak to wyjaśnialiśmy w rozdziale 2.2 — wynikają z realizacji procesów klasy AR(1). Reakcje zmiennych obserwowalnych generowane są niezależnie, tzn. wszystkie strukturalne (nieobserwowalne) zaburzenia są traktowane jako niezależne od siebie. Zaburzenia obserwowalne estymowane modelami SVAR mogą być skorelowane i ten fakt jest uwzględniany w obliczeniach.

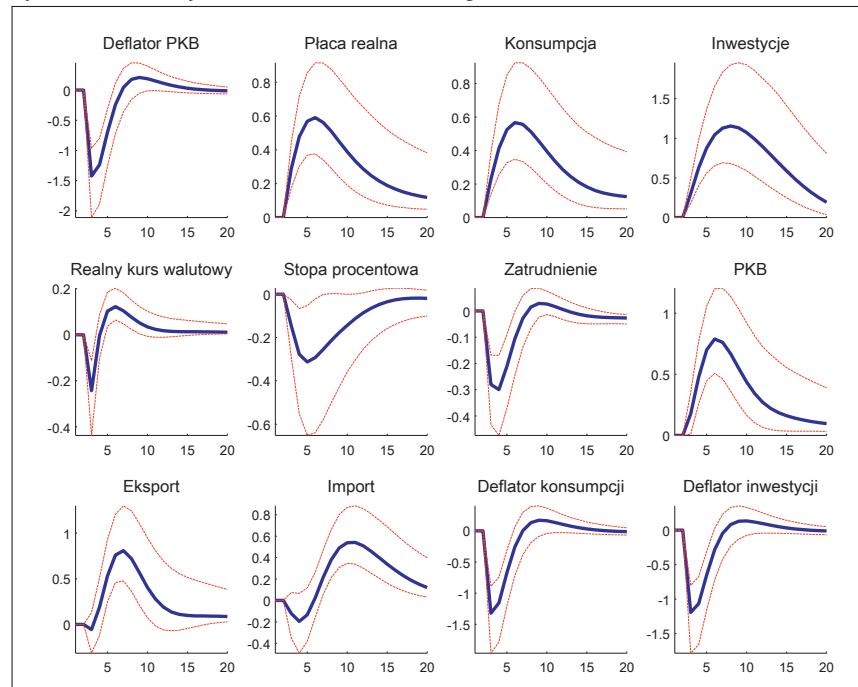
W modelu SOE część zmiennych obserwowalnych (deflator PKB, konsumpcji i inwestycji oraz krajowa stopa procentowa), wyrażonych jest w procentach w formie annualizowanej, zatem wykresy IRF dla tych zmiennych przedstawiają odchylenia annualizowanych dynamik liczone w punktach procentowych. Realne zmienne obserwowalne (w tym PKB, inwestycje, konsumpcja, eksport, import, płace realne, realny kurs walutowy i zatrudnienie) w modelu SOE występują jako kwartalne tempa wzrostu (w procentach), jednak — dla zachowania porównywalności IRF z innymi modelami rodziny SOE — użyto konwencji sugerowanej przez Autorów modelu, tzn. policzone odchylenia (kwartalnych dynamik) skumulowano, co — w przybliżeniu — zmienia formę indeksów zmiennych realnych (z łańcuchowej na jednopodstawową z bazą w kwartale poprzedzającym impuls). Wykresy IRF w takim przypadku przedstawiają liczone w procentach odchylenia (od wartości ścieżki bazowej) indeksu jednopodstawowego (poziomu zmiennej) wywołane impulsem.

Badane zaburzenia oddziałują na nieobserwowalne zmienne modelu teoretycznego i to właśnie między tą grupą zmiennych zachodzą współzależności, interakcje. Reakcje zmiennych obserwowalnych wynikają z wahań nieobserwowalnych zmiennych stanu (patrz równanie pomiaru, rozdział 2.3.4), tzn. zmienne obserwowalne nie oddziałują na siebie wzajemnie, a jedynie informują o tym, co się stało ze zmiennymi stanu, są niejako „objawem” reakcji zmiennych nieobserwowalnych. Dlatego możliwie pełna i intuicyjna interpretacja funkcji reakcji zmiennych obserwowalnych wymaga czasem odwoływania się do zmiennych nieobserwowalnych modelu.

Zaburzenia technologiczne

Pierwsza grupa funkcji reakcji charakteryzuje konsekwencje zaburzeń technologicznych. W modelu SOE występują cztery rodzaje zaburzeń technologicznych: stacjonarne i permanentne (niestacjonarne) zaburzenia oddziałujące bezpośrednio na funkcję produkcji, specyficzne dla inwestycji zaburzenie technologiczne modyfikujące przekształcanie inwestycji w środki trwałe oraz zaburzenie charakteryzujące asymetrię postępu technicznego. Z wykresów wynika, że wszystkie odchylenia zmiennych endogenicznych modelu spowodowane badanym impulsem zanikają. Wyjątkiem jest permanentne zaburzenie technologiczne — gdy ten przypadek ma miejsce, gospodarka przechodzi na nową trajektorię.

Rysunek 3.1. Stacjonarne zaburzenie technologiczne



Stacjonarne zaburzenie technologiczne. Dodatkowo, stacjonarne zaburzenie technologiczne (rysunek 3.1.), rozumiane jako wzrost produktywności (TFP, efektywności produkcji dóbr pośrednich w kraju), powoduje znaczny spadek popytu na pracę oraz spadek popytu na usługi kapitału. Reakcja zatrudnienia jest silniejsza, bowiem zmiany stopnia wykorzystania środków trwałych obciążone są kosztami — ujawnia się tutaj znaczenie funkcji $(a(u_t))$, por. rozdział 2.1.8. Mimo spadku popytu na czynniki produkcyjne (PKB) rośnie — po stronie

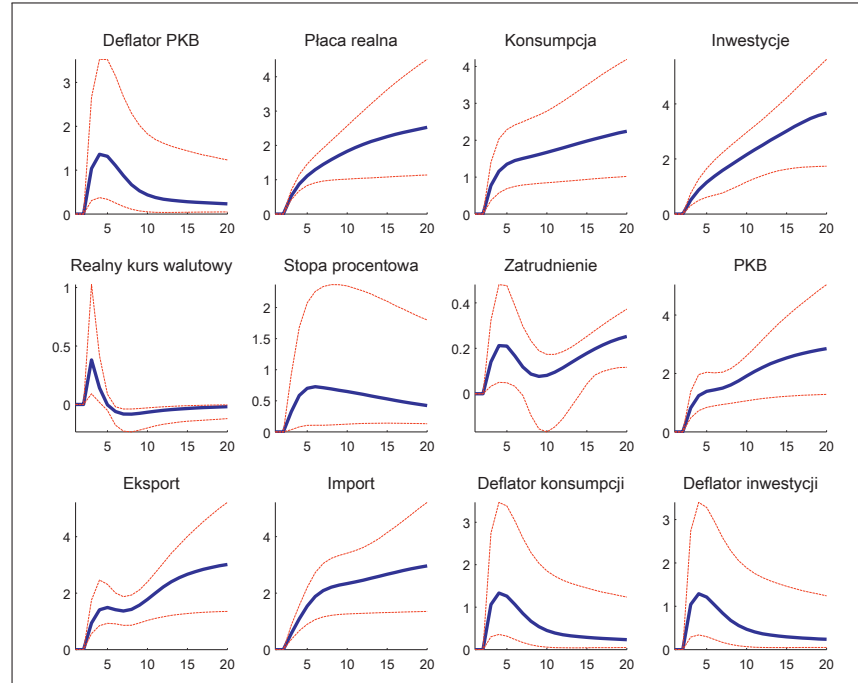
podażowej wzrost efektywności rekompensuje redukcję zatrudnienia i stopnia wykorzystania usług kapitału²¹. Wynikający z zaburzenia technologicznego wzrost produktywności powoduje również zmniejszenie kosztów krańcowych, a tym samym spadek inflacji dzięki czemu rosną płace realne oraz spada stopa procentowa. Malejąca krańcowa użyteczność dochodu, wynikająca ze spadku stopy procentowej, skłania gospodarstwa domowe do zwiększenia konsumpcji, a ponadto spadek stopy procentowej prowadzi do wzrostu ceny kapitału zachęcając gospodarstwa domowe do nowych inwestycji. Spadek inflacji prowadzi także do wzrostu relatywnych cen dóbr importowanych w stosunku do cen dóbr produkcji krajowej, a tym samym wywołuje spadek importu. Konsekwencją początkowej aprecjacji realnego kursu walutowego jest minimalny spadek eksportu. Mniejsza inflacja przyczynia się natomiast do poprawy konkurencyjności eksportu, dzięki czemu eksport zaczyna rosnąć w kolejnych kwartałach. Rosnący popyt konsumpcyjny i inwestycyjny powoduje, że pomimo niekorzystnych cen dóbr importowanych rośnie również import. Generalnie, funkcje reakcji mają typowy dla zaburzenia podażowego przebieg.

Niestacjonarne zaburzenie technologiczne. Dodatkowo, niestacjonarne (permanentne) zaburzenie technologiczne (rysunek 3.2), w modelu SOE reprezentowane przez zmienną (z_t), prowadzi do przejścia gospodarki na nową ścieżkę długookresowego wzrostu zrównoważonego, a więc trwałego odchylenia badanych zmiennych od początkowej trajektorii. W modelu teoretycznym wszystkie zmienne wykazujące trend są standaryzowane zmienną (z_t), a wartości większości zmiennych obserwowalnych uzyskujemy (między innymi) po dodaniu zrealizowanego zaburzenia oraz jego trendu (μ_z), dlatego w większości przypadków badane zaburzenie technologiczne ma trwałe efekty i wykresy IRF zmiennych realnych nie wracają do zera.

Uderzającą cechą IRF jest duża skala niepewności ocen reakcji PKB i składowych zagregowanego popytu (ogólniej zmiennych realnych), sądząc z rozwierających się przedziałów ufności niepewność ta narasta. Zanikanie odchylenia pozostałych kategorii jest bardzo powolne, a oceny reakcji bardziej precyzyjne (niepewność maleje z horyzontem). Interpretując literalnie wyniki można uznać, że chwilowe przyspieszenie wzrostu gospodarczego prowadzące do trwałego wzrostu produktywności (wyższego poziomu technologicznego) i niewynikające z prostego impulsu popytowego będzie się wiązać z presją inflacyjną trwającą wiele kwartałów i skłaniającą do długotrwałego podtrzymywania wyższego poziomu stopy procentowej (w modelu SOE zgodnie z regułą Taylora). Wyjątkiem jest zachowanie realnego kursu walutowego — tu zanikanie efektów impulsu (krótkotrwała deprecjacja

²¹Wzrost produkcji wynikający ze wzrostu efektywności produkcji jest zjawiskiem oczywistym. Warto jednak zaznaczyć, że przy rozłożonych w czasie, dynamicznych efektach rezultatem (dodatniego) zaburzenia technologicznego może być także i chwilowy spadek produkcji. Gdy wartości (σ_a) są bardzo niskie (mniejsze od jedynki), możliwy jest efekt przestrzelenia, tzn. producenci spodziewając się znacznego wzrostu produktywności nadmiernie redukują wykorzystanie czynników (pracy i kapitału), co może prowadzić do krótkotrwałego spadku produkcji. I takie zjawisko zaobserwowaliśmy w eksperymentach, gdy — wzorem Autorów modelu SOE — parametr (σ_a) został skalibrowany na bardzo niskim poziomie, a pozostałe reestymowane.

Rysunek 3.2. Niestacjonarne zaburzenie technologiczne

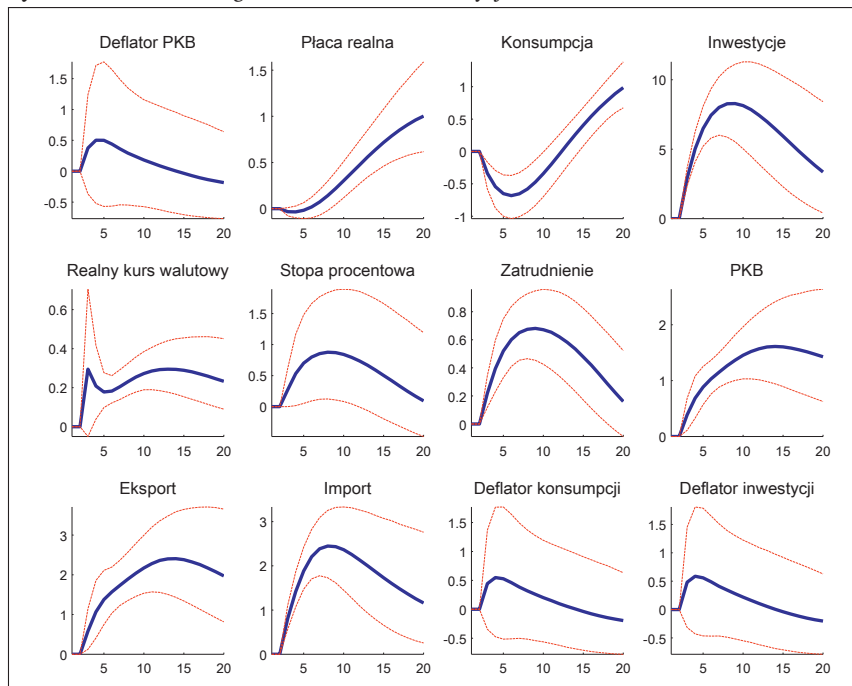


wykazująca efekty przestrzelenia) jest bardzo szybkie. Uwagę zwraca także reakcja zatrudnienia — ogólnie bardzo słaba, a w horyzoncie 6–12 kwartałów statystycznie nieistotnie różna od zera.

Zaskakującym, na pierwszy rzut oka, zjawiskiem może być różna reakcja inflacji (stopy procentowej) na stacjonarne i niestacjonarne zaburzenia technologiczne. O ile zaburzenie stacjonarne powoduje spadek inflacji, o tyle przejściowe zwiększenie dynamiki postępu technologicznego, czyli trwały wzrost produktywności, prowadzi do chwilowego wzrostu inflacji. Dzieje się tak dlatego, że niestacjonarne zaburzenie technologiczne, w przeciwieństwie do stacjonarnego, powoduje chwilowy wzrost kosztu krańcowego²², co *ceteris paribus* prowadzi do wzrostu inflacji (zgodnie z krzywą Phillipsa) oraz wzrostu stopy procentowej. Dodatkowo, w przypadku zaburzenia permanentnego, koszt krańcowy rośnie także z powodu spadku wykorzystania standaryzowanego poziomem technologii zasobu środków trwałych. Szybszy postęp techniczny ma bowiem uboczny efekt — istniejące środki trwałe szybciej starzeją się moralnie.

²²Pojawienie się pozytywnego zaburzenia technologicznego o charakterze stacjonarnym ($\epsilon_t > 1$), oznaczające przejściowy wzrost produktywności, wywołuje spadek kosztu krańcowego, por. np. równanie (2.8). Z kolei czynnikiem wpływającym dodatnio na koszt krańcowy jest jednostkowa renta za wynajęcie usług kapitału (r_k). Wysokość renty zależy pozytywnie od tempa wzrostu technologii, czyli niestacjonarnego zaburzenia technologicznego tak, jak to opisuje np. równanie (2.7).

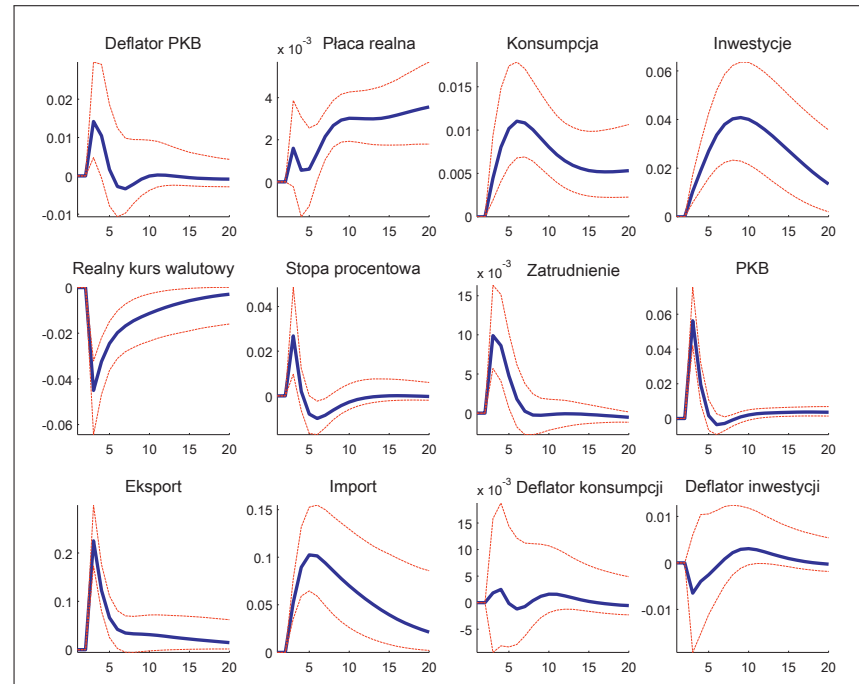
Rysunek 3.3. Technologiczne zaburzenie inwestycji



Technologiczne zaburzenie inwestycji. Specyficzne dla inwestycji zaburzenie technologiczne (por. rysunek 3.3), zwiększając efektywność transformacji inwestycji w środki trwałe, zachęca gospodarstwa domowe do zwiększenia inwestycji, dzięki czemu następuje wzrost zasobu środków trwałych. Skutkiem wzrostu inwestycji jest wzrost zagregowanego popytu, co w dalszej kolejności prowadzi do presji inflacyjnej. Rosnący zasób środków trwałych, a w związku z tym możliwych do wykorzystania usług kapitału, uruchamia jedno z wielu ujemnych sprzężeń zwrotnych przeciwdziałających wzrostowi inflacji, a w dłuższym okresie przyczyniających się do jej spadku. Reakcją na początkowy wzrost inflacji jest wzrost stopy procentowej, który powoduje przejściowe ograniczenie konsumpcji przez gospodarstwa domowe. Wyraźnie widać tu zmianę struktury zagregowanego popytu — wzrost inwestycji przy spadku konsumpcji (powodowanego wzrostem krańcowej użyteczności dochodu). Pojawiający się po ok. 2 latach i antycypowany spadek stopy procentowej powoduje, że gospodarstwa domowe (z opóźnieniem) zwiększają jednak swoją konsumpcję. Wzrost popytu na pracę sprzyja wzrostowi płacy realnej, jednak w pierwszych kwartałach po wystąpieniu zaburzenia jest on skutecznie hamowany rosnącą inflacją oraz zmniejsze-

niem się żądań dotyczących wysokości płac przez gospodarstwa domowe na skutek wzrostu krańcowej użyteczności dochodu. Po kilku kwartałach czynniki te zaczynają działać w przeciwnym kierunku, efektem czego jest wzrost płacy realnej. Deprecjacja realnego kursu walutowego prowadzi do wzrostu eksportu, natomiast silny popyt inwestycyjny powoduje, że pomimo niekorzystnych relacji cen importu do cen produkcji krajowej następuje wzrost importu. Różnice uzyskanych wyników związanych z technologicznym zaburzeniem inwestycyjnym, w porównaniu z modelem SOE-Euro, polegają na znacznie silniejszej reakcji zmiennych spowodowanej głównie większą uporczywością samego zaburzenia.

Rysunek 3.4. Asymetryczne zaburzenie technologiczne



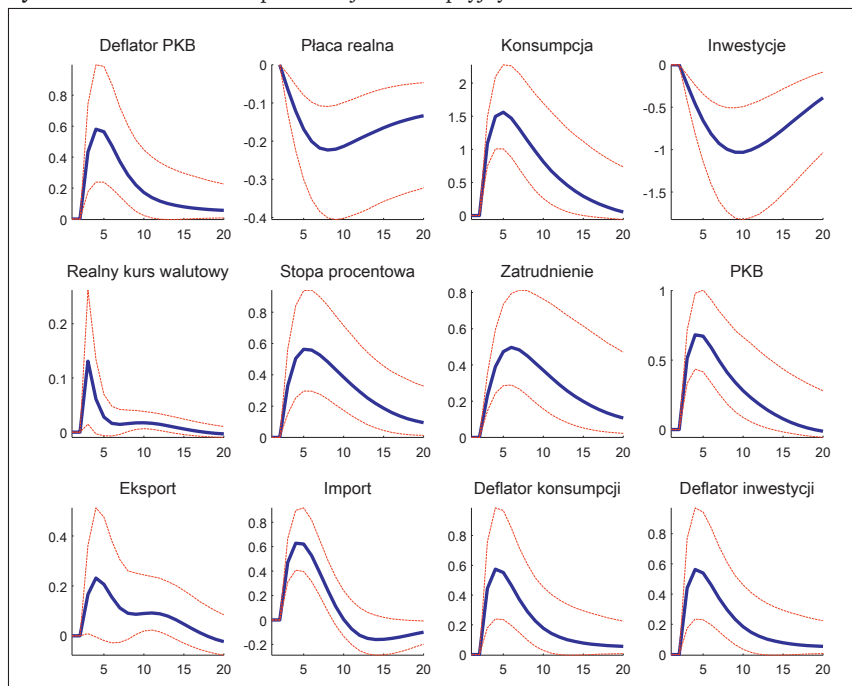
Asymetryczne zaburzenie technologiczne. Rysunek 3.4. przedstawia reakcję zmiennych obserwowalnych na asymetryczny szok technologiczny oznaczający przyspieszenie tempa postępu technologicznego gospodarki światowej (a zatem i tempa wzrostu gospodarczego) w porównaniu z gospodarką krajową. Jest to przykład szoku prowadzącego do pobudzenia popytu zewnętrznego, którego siła oddziaływania na gospodarkę jest jednakże niewielka. Szybsze niż w kraju tempo wzrostu gospodarczego za granicą powoduje pojawienie się dwóch zjawisk. Pierwsze wiąże się ze wzrostem dynamiki eksportu, drugie wynika z realnej aprecjacji i prowadzi do wzrostu dynamiki importu. Szybsza i relatywnie większa

reakcja eksportu prowadzi do wzrostu cen produkcji krajowej oraz dynamiki inwestycji i konsumpcji, tzn. efektów klasycznego zaburzenia o popytowym charakterze. Nakładające się efekty kursowe prowadzą do spadku dynamiki cen dóbr inwestycyjnych (z uwagi na duży udział dóbr importowanych), co dodatkowo stymuluje inwestycje, pozostawiając ceny dóbr konsumpcyjnych niemal bez zmian. Całość pozwala na minimalny wzrost zatrudnienia i płac realnych. Podkreślamy jednak, że wszystkie omówione reakcje są bardzo słabe, a zmiany cen dóbr inwestycyjnych i konsumpcyjnych można uznać za statystycznie nieistotne.

Zaburzenia preferencji

W funkcji użyteczności gospodarstw domowych występują trzy parametry (wagi), charakteryzujące względne znaczenie spożycia, czasu wolnego i gotówki dla zachowań gospodarstw. Dwa pierwsze podlegają zaburzeniom, trzeci w aktualnej wersji modelu SOE pozostaje deterministyczny. Z makroekonomicznego punktu widzenia impuls preferencji konsumpcyjnych jest zaburzeniem o popytowej naturze. Zmiana wagi przy czasie wolnym — interpretowana jako zaburzenie podaży pracy — ma charakter podażowy.

Rysunek 3.5. Zaburzenie preferencji konsumpcyjnych

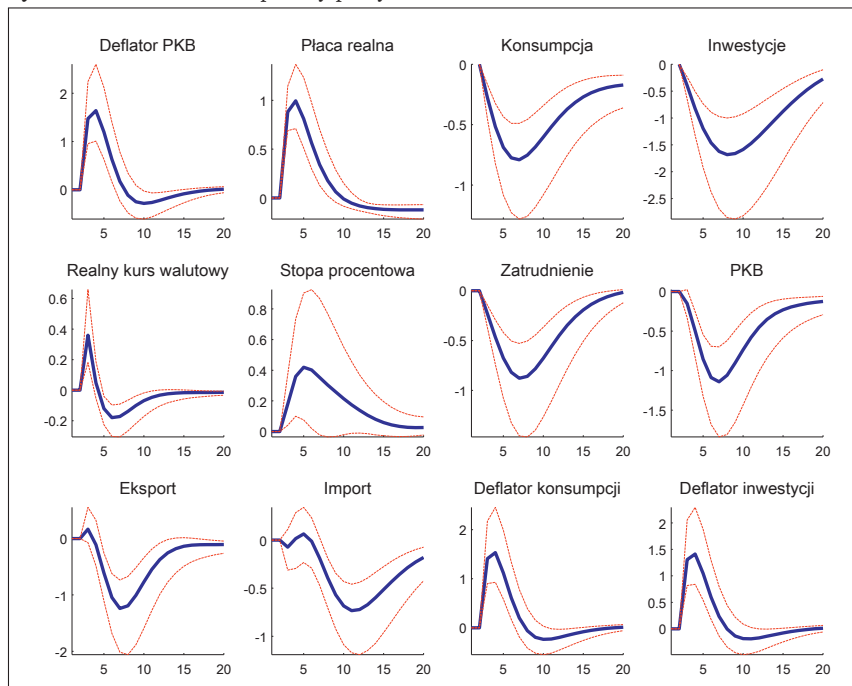


Zaburzenie preferencji konsumpcyjnych. Popytową naturę zaburzenia preferencji konsumpcyjnych widać w reakcjach wszystkich zmiennych (por. rysunek 3.5) — wskutek wzrostu wagi spożycia w funkcji celu gospodarstw rośnie inflacja, pojawia się realna deprecjacja kursu, przy równoczesnym wzroście konsumpcji, importu, eksportu i zatrudnienia. Jedynie dynamika inwestycji nie rośnie, co — biorąc pod uwagę ich konkurencyjny w stosunku do spożycia charakter — jest zjawiskiem spodziewanym. Oczywiście, wszystkie te efekty nie są trwałe i w większości przypadków zanikają po ok. 4 latach. Patrząc bardziej szczegółowo na sekwencję zdarzeń opisanych modelem SOE widać, że potrzeba sfinansowania konsumpcji zwiększonej przez dodatnie zaburzenie preferencji konsumpcyjnych gospodarstw powoduje, że gospodarstwa domowe zwiększają także podaż pracy²³, co łącznie wpływa dodatnio na PKB i inflację. W efekcie wzrostu PKB i inflacji następuje wzrost stopy procentowej (zgodnie z regułą Taylora) oraz zmniejszenie płacy realnej. Skutkiem wzrostu stopy procentowej jest zmniejszenie się popytu na kapitał, co przyczynia się do spadku skłonności do inwestowania. Jak wspomniano wcześniej, ujemna reakcja inwestycji ma także bezpośredni związek z równowagową naturą modelu — środki przeznaczane na zwiększoną konsumpcję nie mogą być inwestowane. Pomimo spadku inwestycji, a w konsekwencji spadku zasobu środków trwałych oraz usług kapitału (jednego z czynników produkcji), wzrost podaży pracy gospodarstw domowych (drugiego czynnika produkcji), rekompensuje z nadwyżką spadek usług kapitału, co skutkuje wzrostem produkcji (PKB). Efekty popytowe współgrają z reakcją i oddziaływaniem kursu walutowego, którego czasowa deprecjacja działa stymulująco na eksport. Ujawniający się wzrost importu (efekt wzrostu popytu krajowego) przyczynia się (obok zmian stopy procentowej) do dość szybkiego powrotu dynamiki kursu (realnego) do pierwotnego poziomu.

Zaburzenie podaży pracy. Wzrost wagi czasu wolnego w funkcji użyteczności gospodarstw domowych, bezpośrednio prowadzi do zmniejszenia skłonności do pracy, a pośrednio do spadku względnej wagi konsumpcji. Przyjmuje się jednak, że tego typu szok jest tożsamy z zaburzeniem podaży pracy i ma podażową naturę. Efekty zaburzenia pokazują funkcje reakcji zamieszone na rysunku 3.6. Zgodnie z intuicją, negatywny impuls płynący z rynku pracy (tzn. „samoistny” spadek oferowanych usług pracy, spadek zatrudnienia) wiąże się ze spadkiem dynamiki zagregowanego popytu (dynamiki PKB, spożycia, inwestycji) oraz wzrostem inflacji mierzonej wszystkimi obserwowalnymi indeksami cen, jakie występują w modelu SOE. Z wyjątkiem reakcji płacy realnej i zatrudnienia, reakcja zmiennych obserwowalnych modelu jest podobna do reakcji wywołanej negatywnym, stacjonarnym szokiem technologicznym. Zmiana preferencji co do ilości czasu poświęcanego na pracę skutkuje wzrostem płacy żądanej przez gospodarstwa domowe. Wzrost kosztów,

²³Wzrost podaży pracy można uznać za konsekwencję spadku względnej wagi czasu wolnego w funkcji użyteczności. Technicznie rzecz biorąc wzrost zatrudnienia jest efektem bilansowym: pojawiający się wzrost zagregowanego popytu wymusza dostosowanie po stronie podażowej gospodarki, w tym zbilansowanie czynników produkcji — usług kapitału i zatrudnienia. Biorąc pod uwagę spadek dynamiki inwestycji substytucja między czynnikami zwiększa dodatkowo popyt na usługi pracy.

Rysunek 3.6. Zaburzenie podaży pracy

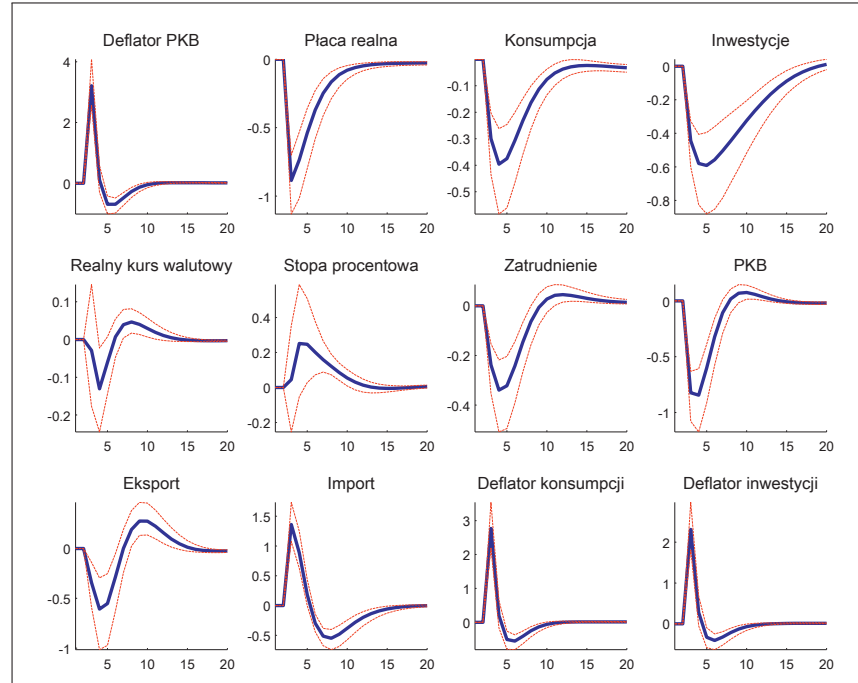


jakiego doświadczają w związku z tym przedsiębiorstwa, prowadzi do wzrostu inflacji i w konsekwencji powoduje wzrost stopy procentowej, który wpływa ujemnie na konsumpcję i inwestycje. Spadek popytu konsumpcyjnego i inwestycyjnego prowadzi do redukcji zatrudnienia, spadku importu oraz PKB. Ponadto zmniejszeniu ulega eksport na skutek rosnącej inflacji oraz deprecjacji kursu walutowego.

Zaburzenia marż

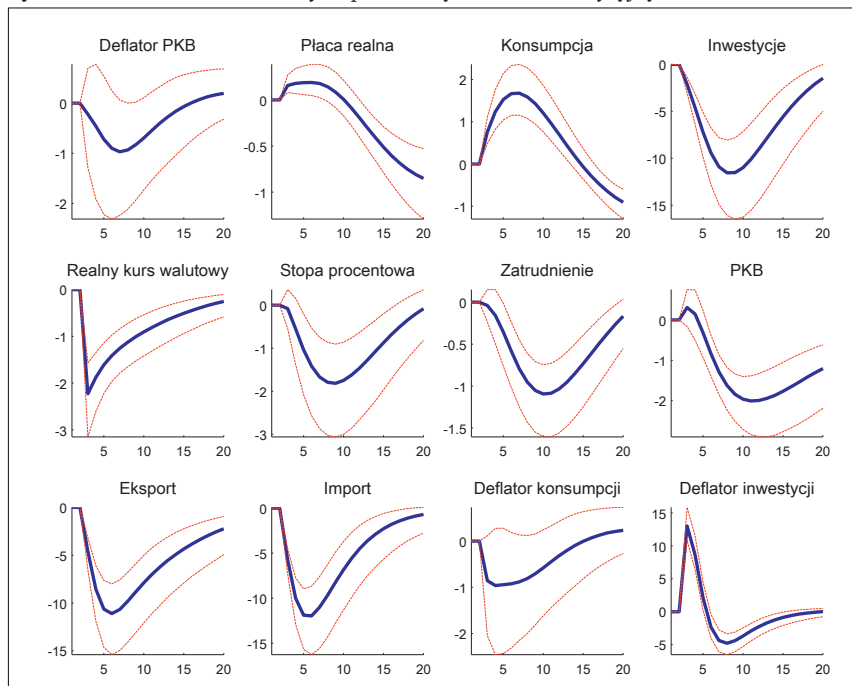
W modelu SOE występuje szereg rynków produktów: rynek dóbr pośrednich, rynek importowanych dóbr inwestycyjnych, rynek importowanych dóbr konsumpcyjnych oraz rynek dóbr eksportowanych. Panujące na tych rynkach warunki konkurencji niedoskonałej pozwalają dostawcom lub producentom pobierać marże ponad koszty krańcowe. Z punktu widzenia procesów inflacyjnych, ale także poziomu aktywności gospodarczej, zachowanie się tych marż (dokładniej odchylenia od wartości długookresowych) ma duże znaczenie. Przekonują o tym przedstawione poniżej wyniki.

Rysunek 3.7. Zaburzenie marży krajowych dóbr pośrednich



Zaburzenie marży krajowych dóbr pośrednich. Dodatni impuls marży producentów dóbr krajowych wywołuje krótkotrwały, choć dosyć silny, wzrost inflacji, prowadząc do spadku dynamiki większości kategorii realnych (por. rysunek 3.7), w tym zagregowanego popytu, zatrudnienia i płac realnych. Pamiętajmy, że dobra pośrednie przekształcają się w dobra konsumpcyjne, inwestycyjne oraz eksportowane. Dlatego reakcja wszystkich miar inflacji jest zbliżona. Wzrost inflacji prowadzi do wzrostu relatywnych cen dóbr krajowych w odniesieniu do cen dóbr importowanych oraz cen eksportu do cen światowych, skutkując wzrostem importu oraz spadkiem eksportu. Krótkotrwałość skutków impulsu jest tutaj efektem założonym, bowiem w modelu SOE-PL wzorem modelu SOE-Euro parametr charakteryzujący uporczywość tego zaburzenia marży ma, z założenia, wartość równą zero. Biorąc pod uwagę skalę wzrostu inflacji zastanawia nieznaczna tylko korekta stopy procentowej — reguła Taylora działa tutaj z opóźnieniem (efekt wygładzania stopy procentowej), a przy równoczesnym spadku PKB i chwilowym bodźcu inflacyjnym reakcja stopy okazuje się nie tylko nieznaczna, ale też i statystycznie nieistotna. Dochodzi zatem do „zablokowania” polityki monetarnej prowadzonej według reguły. Z makroekonomicznego punktu widzenia wzrost marż na rynku krajowych dóbr pośrednich wykazuje cechy zaburzenia podażowego, co częściowo tłumaczy nieistotność reakcji stopy procentowej.

Rysunek 3.8. Zaburzenie marży importowanych dóbr inwestycyjnych



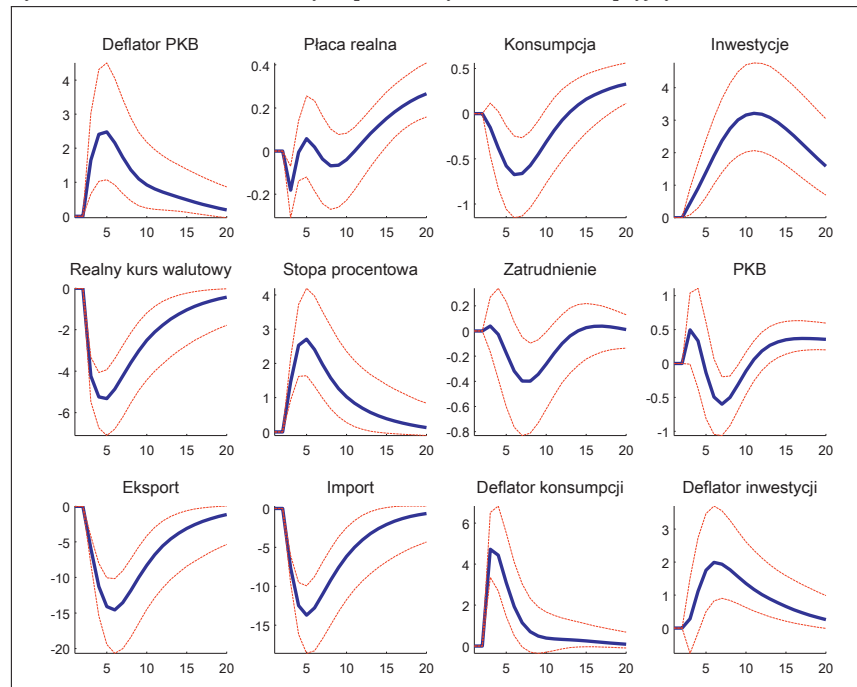
Zaburzenie marży importowanych dóbr inwestycyjnych. Funkcje reakcji przedstawione na rysunku 3.8 ilustrują skutki zmiany relacji cen w efekcie dodatniego impulsu (wzrostu) marży firm importujących dobra inwestycyjne. Oddziaływanie tego zaburzenia na gospodarkę jest wielokierunkowe i nie zawsze zgodne z intuicją — w pierwszym odruchu można je uznać za niespójne. Mamy tu bowiem do czynienia z równoczesnym spadkiem i wzrostem różnych miar inflacji, spadkiem stopy procentowej, spadkiem i wzrostem różnych składowych zagregowanego popytu. Reakcje te są bardzo silne. Poszukując źródeł takich reakcji zwracamy uwagę na niepozorny parametr (ω_i) charakteryzujący udział importu w inwestycjach, którego nie można oszacować (nie jest identyfikowalny), a został skalibrowany w taki sposób, aby zapewnić możliwie duży udział eksportu i importu w PKB. Jego wartość (0,80) sprawia, że wszystko, co dotyczy importu inwestycyjnego odbija się silnie na inwestycjach, ale pozostaje też nieco izolowane od reszty gospodarki — i to właśnie obserwujemy.

Wzrost marż oznacza wzrost cen importowanych dóbr inwestycyjnych i tak też reaguje deflator inwestycji. Skutkiem wzrostu cen jest spadek importu dóbr inwestycyjnych, a w konsekwencji także inwestycji. Prowadzi to do spadku zatrudnienia, który jednakże

przyczynia się do spadku kosztów krańcowych producentów krajowych, a więc i inflacji mierzonej deflatorem PKB i deflatorem konsumpcji²⁴. Dla deflatora PKB znaczenia ma i to, że udział inwestycji w PKB maleje, co pozwala na „rachunkowe” ograniczenie wpływu impulsu płynącego z rynku dóbr inwestycyjnych na ogólny poziom cen. W tle tego procesu widzimy silną realną aprecjację wynikającą z gwałtownej redukcji importu inwestycyjnego z wyraźnym efektem przestrzelenia. Reakcja eksportu odpowiada zmianom kursu. Powolny spadek stopy procentowej (reakcja na spadek inflacji mierzonej indeksem CPI) prowadzi do początkowego wzrostu płacy realnej oraz wzrostu konsumpcji, która w krótkim okresie, z punktu widzenia PKB, rekompensuje spadek inwestycji powodując nawet niewielki jego wzrost (można tu mówić o przesunięciu wydatków — „kosztowne” inwestycje zastępuje „tańsza” konsumpcja).

Porównując powyższe reakcje zmiennych z wynikami dla modelu SOE-Euro należy stwierdzić, że ich kierunki, z wyjątkiem inflacji, są zgodne. Różnice dotyczące inflacji wynikają głównie z większej uporczywości samego zaburzenia w strefie euro, a także z mniejszego udziału importu w inwestycjach.

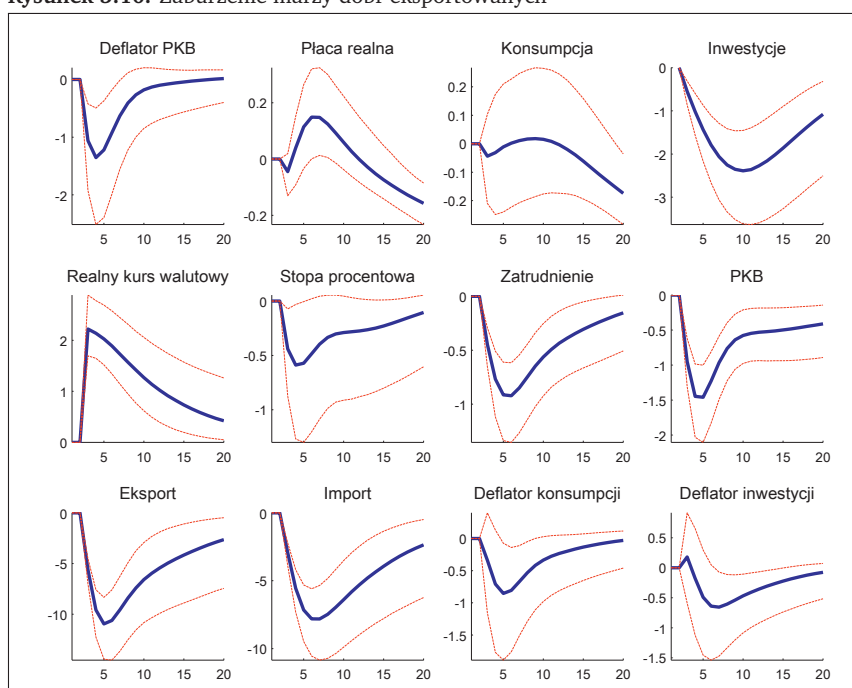
Rysunek 3.9. Zaburzenie marży importowanych dóbr konsumpcyjnych



²⁴Łańcuch zależności jest tutaj następujący: spadek popytu na pracę prowadzi do spadku płac, a te oddziałują na koszty krańcowe. Równoległe spadek popytu na pracę powoduje — z opóźnieniem — spadek zatrudnienia.

Zaburzenie marży importowanych dóbr konsumpcyjnych. Zaburzenie marży na importowane dobra konsumpcyjne (por. rysunek 3.9) wywołuje nieco inne reakcje aniżeli analogiczne zaburzenie dotyczące dóbr inwestycyjnych. Bezpośrednio impuls ten prowadzi do wzrostu cen importowanych dóbr konsumpcyjnych i cen konsumpcyjnych ogółem (deflatora konsumpcji, CPI). W efekcie — z jednej strony — dochodzi do spadku importu i spożycia, a z drugiej — do wzrostu nominalnej stopy procentowej (zgodnie z regułą Taylora) Ostatecznie obserwujemy spadek zatrudnienia, realną aprecjację waluty krajowej²⁵ i spadek eksportu. Droższą „konsumpcję” zastępują „tańsze” inwestycje. Zatrudnienie, eksport, import i PKB reagują w podobny sposób, jak w omówiony poprzednio przypadku. Teraz jednak wzrost marży na dobra konsumpcyjne znajduje odzwierciedlenie w krajowej inflacji. Większa elastyczność substytucji importowanych dóbr konsumpcyjnych dobrami krajowymi aniżeli elastyczność substytucji importowanych dóbr inwestycyjnych dobrami krajowymi powoduje, że część importu konsumpcyjnego zostaje zastąpiona produkcją krajową, dzięki czemu spadek konsumpcji, PKB i zatrudnienia jest nieco mniejszy.

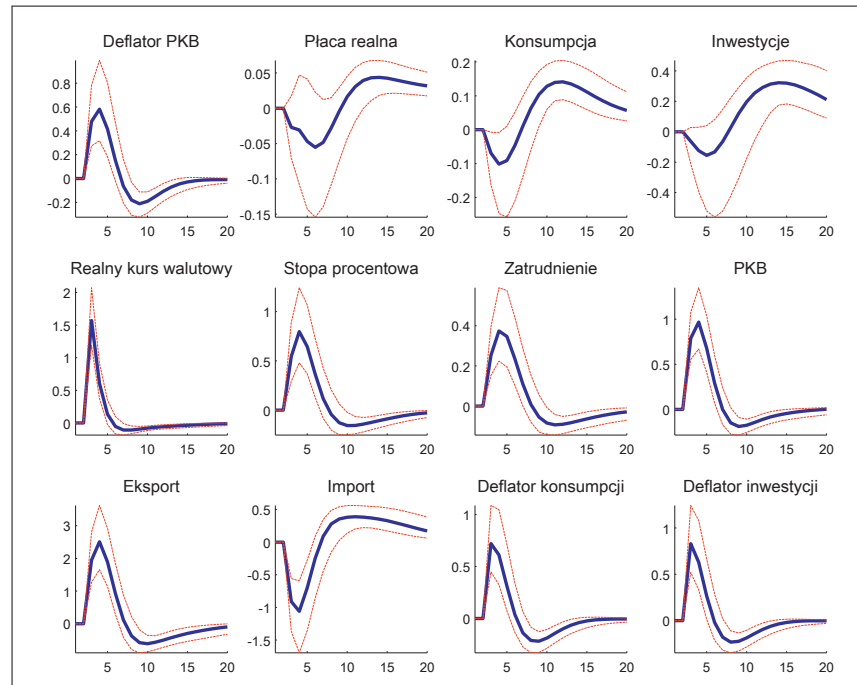
Rysunek 3.10. Zaburzenie marży dóbr eksportowanych



²⁵Za aprecjację odpowiada także sam bieżący i oczekiwany spadek importu, bowiem kurs zależy także od aktywów zagranicznych netto.

Zaburzenie marży dóbr eksportowanych. Efektem dodatniego impulsu marży eksporterów (por. rysunek 3.10), tzn. wzrostu cen, po jakich sprzedawane są dobra eksportowane, jest silny spadek eksportu. Ograniczenie popytu na dobra, które były do tej pory eksportowane, zmusza producentów do zmniejszenia produkcji i zatrudnienia, co powoduje spadek inflacji, a w efekcie spadek stopy procentowej i wzrost płacy realnej. Pomimo spadku stopy procentowej nagła deprecjacja kursu walutowego (związana z większym spadkiem eksportu niż importu, tzn. pojawianiem się ujemnego wpływu aktywów zagranicznych netto na kurs nominalny) prowadzi do wzrostu cen importu przyczyniając się do spadku inwestycji oraz konsumpcji. Uwagę zwraca skala niepewności — reakcje konsumpcji w pierwszych 3-4 latach są statystycznie nieistotne, także deflator inwestycji i konsumpcji w pierwszych kwartałach trwania skutków impulsu nie różni się istotnie od zera. Znacznie słabszy spadek eksportu, jak również wzrost konsumpcji oraz inwestycji, jaki obserwujemy w modelu SOE-Euro, spowodowany jest w znacznym stopniu przez mniejszą elastyczność substytucji eksportu i produkcji światowej.

Rysunek 3.11. Zaburzenie premii za ryzyko



Zaburzenie premii za ryzyko

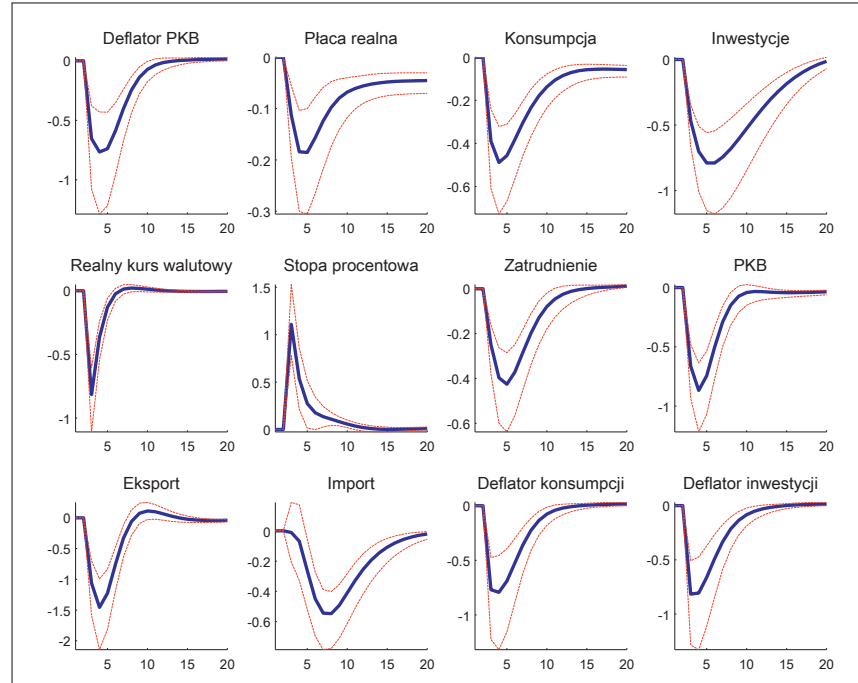
Zaburzenie premii za ryzyko prowadzi bezpośrednio do zmian nominalnego kursu walutowego. Analizując funkcje reakcji sprawdzamy zatem skutki (tu) dewaluacji złotego. Rozchodzenie się impulsu kursowego jest w modelu SOE-PL dość schematyczne. Deprecjacja nominalna (w punkcie początkowym jej skala uwzględnia dodatkowo efekty oczekiwań antycypacyjnych, w tym np. wpływu wzrostu aktywów zagranicznych netto na kurs — obserwujemy zatem wyraźne efekty przestrzelenia) prowadzi do deprecjacji realnej, silnego wzrostu eksportu i (nieco mniejszego) spadku importu. Równocześnie pojawia się umiarkowany wzrost inflacji mierzonej deflatorem PKB. Ceny (deflatory) konsumpcji i inwestycji reagują silniej, bowiem uwzględniają — obok wzrostu cen produkcji krajowej — także skutki wzrostu cen dóbr importowanych. W obliczu impulsu inflacyjnego rośnie stopa procentowa. Łączny efekt wzrostu cen dóbr importowanych (konsumpcyjnych i inwestycyjnych) oraz wzrostu stopy procentowej prowadzi w pierwszych kwartałach do spadku konsumpcji i inwestycji, ale dzięki wzrostowi eksportu (spadkowi importu) PKB rośnie, jak też rośnie zatrudnienie. Patrząc na funkcje reakcji z punktu widzenia niepewności zauważamy, że reakcje płac realnych są praktycznie nieistotne. Ten sam wniosek można sformułować patrząc na pierwsze kwartały po impulsie dla konsumpcji i inwestycji.

Zaburzenia polityki makroekonomicznej

Polityka makroekonomiczna reprezentowana jest w modelu SOE przez dwa zaburzenia nieobserwowalne i pięć obserwowalnych. Nieobserwowalne zaburzenia celu inflacyjnego i stopy procentowej reprezentują politykę monetarną (dokładniej, jej nieprzewidywalną część), obserwowalne zaburzenia konsumpcji zbiorowej i stawek podatkowych (ubezpieczeniowych) można uznać, za charakterystykę polityki fiskalnej (nieprzewidywalnej składowej tej polityki). Poniżej przedstawiamy funkcje reakcji dla polityki monetarnej. Analizę polityki fiskalnej ograniczamy do impulsu konsumpcji zbiorowej. Z uwagi na sposób uwzględnienia bloku fiskalnego w modelu (osobny model SVAR) jest to fragment nie w pełni porównywalny z resztą prezentowanego materiału, choćby z uwagi na wzajemną zależność zaburzeń fiskalnych.

Zaburzenie stopy procentowej. Pojawienie się tego impulsu jest równoznaczne z nieoczekiwanym wzrostem nominalnej stopy procentowej (por. rysunek 3.12) i wywołuje klasyczną, spotykaną w większości model makroekonomicznych, reakcję obserwowalnych zmiennych endogenicznych. W wyniku wzrostu stopy procentowej rośnie krańcowa użyteczność dochodu gospodarstw domowych skłaniając je do odłożenia bieżącej konsumpcji na przyszłość. Ponieważ gospodarstwa domowe zmniejszają również popyt na kapitał, spada jego rentowność zniechęcając je do nowych inwestycji. Wzrost stopy procentowej prowadzi również do aprecjacji realnego kursu walutowego powodując pogorszenie konkurencyjności krajowego eksportu i w konsekwencji jego spadek. W związku z ograniczeniem

Rysunek 3.12. Zaburzenie stopy procentowej

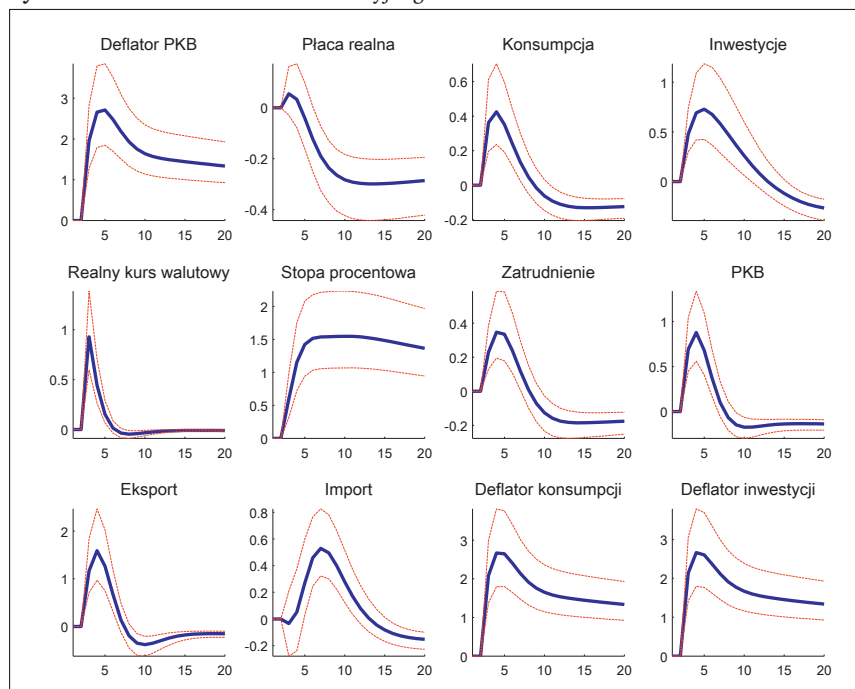


konsumpcji, inwestycji oraz eksportu zmniejszeniu ulega zatrudnienie oraz płaca realna, a tym samym następuje spadek inflacji. Pomimo aprecjacji kursu walutowego i związanej z nią spadku cen dóbr importowanych, malejący popyt konsumpcyjny i inwestycyjny powoduje zmniejszenie się wielkości importu — efekt dochodowy okazuje się silniejszy niż cenowy. Maksymalny spadek inflacji obserwowany jest tu już po 2 kwartałach. W wyniku wzrostu stopy procentowej o (ok.) 1,60 punktu procentowego inflacja maleje o ok. 0,75 punktu procentowego. Całkowite wygaśnięcie efektu zaburzenia monetarnego dla inflacji następuje po ok. 10 kwartałach²⁶. Kształt otrzymanych funkcji reakcji jest bardzo podobny

²⁶Wynik ten może zaskakiwać, gdy do porównań będziemy brali klasyczne modele strukturalne używane obecnie lub w przeszłości do wspomagania polityki monetarnej w NBP (ECMOD, MSMI) — por. np. (Kłós, 2002; Kłós i in., 2004). Modele te pomijały (pomijają) antycypacyjny charakter oczekiwań dotyczących większości kategorii realnych i nominalnych, dlatego wszystkie reakcje są tam spowolnione. Bezpośrednie porównania są jednak dość ryzykowane z uwagi na innych charakter danych. Przykładowo, w modelu MSMI wszystkie szeregi opisywały roczną dynamikę kategorii (w kwartałach), model charakteryzował więc reakcje na zmiany rocznych dynamik. Model teoretyczny SOE operuje dynamikami kwartalnymi (opisuje reakcje na kwartalne impulsy), a w przypadku miar inflacji i stóp procentowych (zmiennie obserwowalne) wszystkie indeksy są annualizowane. Już fakt annualizacji powoduje, w stosunku do klasycznych, rocznych (tzn. czterokwartalnych) dynamik indeksów, czterokrotne zawyżenie siły reakcji w kwartale pojawienia się zaburzenia. Dlatego wszystkie reakcje wydają się w modelu SOE o wiele silniejsze i szybsze — zjawisko to jest jednak w części wyolbrzymione z uwagi na postać indeksów. Oczywiście problemem jest także wrażliwość starej generacji modeli na krytykę Lucasa oraz

do tego, co obserwujemy w modelu SOE-Euro. Nieco szybsze dostosowanie, jakie następuje w polskiej gospodarce, a także większy spadek inflacji oraz nieco mniejszy konsumpcji i inwestycji spowodowany jest mniejszymi sztywnościami krajowych cen i płac w polskiej gospodarce.

Rysunek 3.13. Zaburzenie celu inflacyjnego



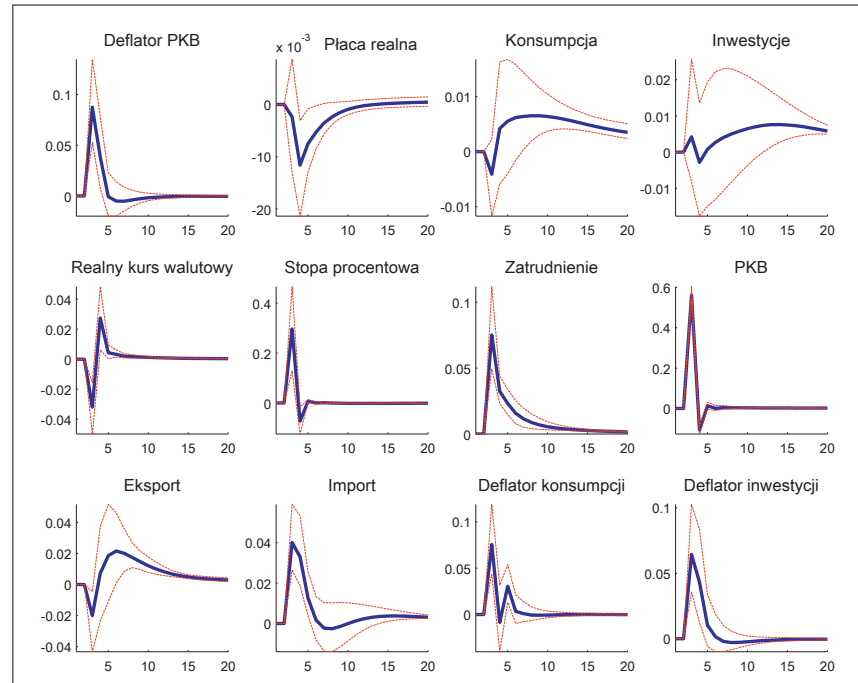
Zaburzenie celu inflacyjnego. Impuls celu inflacyjnego oddziałuje w modelu SOE na gospodarkę dwoma kanałami. Pierwszy — opiera się na reakcjach stopy procentowej, która zmienia się zgodnie z regułą Taylora; *ceteris paribus* wzrost celu powoduje spadek stopy procentowej. Skutki zmiany stopy procentowej zostały opisane powyżej. Istnieje jednak drugi kanał związany z mechanizmem tworzenia cen. Jeżeli — zgodnie ze schematem Calvo — nowe ceny nie mogą być wyznaczone optymalnie, to pojawia się indeksacja cen. Indeksacja opiera się między innymi na antycypowanym celu inflacyjnym. Tak więc zmiany celu mają w modelu SOE bezpośredni wpływ na inflację (wszystkie jej miary). Funkcje reakcji zamieszczone na rysunku 3.13 ilustrują skutki uruchomienia obu kanałów.

pomiar nieco innego zjawiska. Funkcje reakcji modelu SOE charakteryzują jedynie efekty „nieprzewidywanej” zmiany polityki, przewidywalne są zmiany stopy zgodnie z regułą Taylora. W modelach, które nie uwzględniają racjonalnych oczekiwań kierowanych w przyszłość, całość zmiany stopy jest w zasadzie nieprzewidywalna.

Procesem rządzącym zaburzeniami celu inflacyjnego jest schemat AR(1), jednak kluczowy parametr procesu — współczynnik autokorelacji (ρ_{π^e}), określający uporczywość tego zaburzenia — jest kalibrowany (wzorem modelu SOE-Euro). Ponieważ założona wartość parametru (0,985) implikuje bardzo dużą inercję (uporczywość), zaburzenie celu prowadzi do długotrwałych (ale zanikających) efektów.

Nieprzewidywalny impuls celu oznacza w omawianym przypadku wzrost pożądanej (akceptowanej przez bank centralny i podmioty) inflacji, a w rezultacie — jak by się mogło wydawać — „łagodniejszą” politykę monetarną. Funkcje reakcji pozwalają na ocenę konsekwencji takiej zmiany. Ponieważ wszystkie miary wykazują długotrwały wzrost inflacji, *per saldo* rośnie także stopa procentowa. Inflacja niemal natychmiast prowadzi do spadku płac realnych, a zagregowany popyt reaguje szybkim wzrostem wszystkich składowych. Efekty te jednak zanikają i po ok. 6 kwartałach, gospodarka pozostaje z wyższymi stopami procentowymi, wyższą inflacją, niższymi płacami realnymi i spadającą konsumpcją i inwestycjami. Jedynie wahania realnego kursu walutowego dość szybko zanikają.

Rysunek 3.14. Zaburzenie konsumpcji zbiorowej



Zaburzenie fiskalne — wzrost konsumpcji zbiorowej. W modelu SOE-PL wydatki rządowe reprezentowane są przez konsumpcję zbiorową. Rysunek 3.14 prezentuje konsekwencje zaburzenie polegającego na wzroście wydatków rządowych (konsumpcji zbiorowej). Siła oddziaływania tego zaburzenia jest w omawianym przypadku minimalna. Wynika to jednak ze sposobu, w jaki blok fiskalny jest specyfikowanym w modelu SOE — zmienne fiskalne pochodzą z odrębnie estymowanego modelu SVAR. Autorzy modelu SOE-Euro także zauważają relatywnie słabe oddziaływanie tego impulsu, jest to zatem specyfika modelu, a nie gospodarki. Można w związku z tym przypuszczać, że mamy tu do czynienia z obciążeniem systematycznym błędem niedoszacowania. Omawiane zaburzenie powinno mieć popytową naturę i właśnie tego typu efekty obserwujemy na wykresach. Oczywiście, ponieważ całe rozumowanie prowadzone jest w ramach systemu równowagi ogólnej, wzrost konsumpcji zbiorowej w pierwszym okresie kompensuje spadek konsumpcji indywidualnej. Indukowany impulsem fiskalnym wzrost nakładów inwestycyjnych jest nieznaczny w całym badanym horyzoncie. Tak w przypadku spożycia, jak i inwestycji obserwowane zmiany są przynajmniej w części badanego horyzontu statystycznie nieistotne. Dynamika PKB — w pierwszych kwartałach po pojawieniu się zaburzenia — wzrasta, mimo spadku spożycia i eksportu przy rosnącym imporcie. Reakcje innych niż konsumpcja zbiorowa zmiennych nie są więc wystarczające by całkowicie zniwelować impuls popytowy, który — patrząc na PKB — całkowicie wygasa po ok. 3 kwartałach. Czytelniejsze są zmiany cen, przy wzroście inflacji krajowej szybko rośnie stopa procentowa, na co realny kurs walutowy odpowiada aprecjacją prowadząc do sygnalizowanego już wcześniej spadku dynamiki eksportu i wzrostu importu w pierwszych kwartałach i oscylacyjnego powrotu do ścieżek bazowych w kolejnych. Jedynie zatrudnienie po wzroście w chwili pojawienia się szoku wolno i monotonicznie wraca do ścieżki bazowej.

3.2.2 Dekompozycja wariancji

Dekompozycja wariancji pozwala ocenić wpływ poszczególnych zaburzeń na wariancję (prognoz) endogenicznych zmiennych modelu w kolejnych kwartałach po zaistnieniu impulsu. Dzięki temu można prześledzić rozchodzenie się impulsów w modelu oraz siłę ich oddziaływania. Ogólniej jest to kolejne narzędzie diagnozowania modelu, które — gdy model okaże się adekwatnym — dostarcza także polityce gospodarczej użytecznych informacji o wrażliwości badanych kategorii makroekonomicznych na zaburzenia, głównych determinantach zmiennych, a biorąc pod uwagę, że modele DSGE są „napędzane i sterowane” przez zaburzenia, informacji o czynnikach odpowiedzialnych za wahania i ewolucję zmiennych. Tabele 3.8-3.9 przedstawiają dekompozycję wariancji zmiennych endogenicznych wykonaną na podstawie punktowych ocen parametrów, dokładniej wartości średnich. Obliczenia przeprowadzono dla trzech horyzontów: krótkiego (1-4 kwartały), średniego (8 kwartałów) oraz horyzontu 20 kwartałów, który — umownie — będziemy nazywali długim. W każdym z prezentowanych przypadków zaburzenie wyniosło jedno

odchylenie standardowe.

Z szeregu wniosków pojawiających się w trakcie analizy dekompozycji wariancji zwracamy uwagę na kilka.

- Cechą konstrukcyjną modelu jest to, że w długim okresie PKB, inwestycje, konsumpcja, eksport, import oraz płaca realna determinowane są wyłącznie przez permanentne zaburzenie technologiczne. Potwierdzają to wyniki przeprowadzonej osobno dekompozycji wariancji dla b. długiego horyzontu — po 25 latach ponad 80% wariancji zmiennych realnych wynika wyłącznie tego zaburzenia.
- Inflacja, a więc deflatory PKB, konsumpcji oraz inwestycji, a także stopa procentowa zależą w długim okresie od zaburzenia celu inflacyjnego — po 25 latach zaburzenie celu inflacyjnego wyjaśnia ponad 80% wariancji wyżej wymienionych zmiennych.
- Zgodnie z długookresowymi zależnościami opisanymi wyżej, w kolejnych kwartałach po zaburzeniu, rośnie udział impulsu celu inflacyjnego w wariancji zmiennych nominalnych, odpowiadając po 5 latach za blisko 60% ich zmienności.
- Wpływ zaburzeń technologicznych na zmienne nominalne (ceny, stopę) nie jest duży, zarówno w krótkim, jak i długim okresie i wynosi ok. 20%.
- Zaburzenia związane z polityką fiskalną oraz zmiennymi zagranicznymi mają minimalny wpływ na zmienne endogeniczne. Podobnie jest w modelu SOE-Euro, co oznacza, że mamy tu do czynienia z cechą modelu, a nie próby. Fakt ten sygnalizowaliśmy już wcześniej. Relatywnie duży wpływ zaburzenia te mają jedynie w krótkim okresie na PKB, odpowiadają bowiem za ok. 10% jego zmienności.
- Zmienność inflacji i stopy procentowej w krótkim okresie wynika głównie z zaburzeń marż importerów oraz producentów krajowych dóbr finalnych, przy czym wpływ tego ostatniego szoku na inflację jest znaczący jedynie w pierwszych kwartałach.
- W obecności innych zaburzeń, siła oddziaływania nieoczekiwanego wzrostu stopy procentowej na inflację jest niewielka, wynosi ok. 5% ogólnej zmienności inflacji.
- Zmienne realne są dużo bardziej wrażliwe na zaburzenia technologiczne aniżeli zmienne nominalne, niemniej jednak również w ich przypadku dużą rolę odgrywają zaburzenia marż. Największy wpływ zaburzenia te mają na eksport oraz import — w krótkim i średnim okresie odpowiadają za ok. 70% ich zmienności, natomiast w długim okresie wariancja zmiennych realnych determinowana jest głównie przez permanentne zaburzenie technologiczne oraz dodatkowo zaburzenie związane z technologią inwestycji.
- Zmienność kursu walutowego, zarówno w krótkim jak i długim horyzoncie, wynika w największym stopniu z zaburzeń marż importerów oraz eksporterów.

- W krótkim okresie PKB nie jest szczególnie wrażliwy na którykolwiek z szoków, dopiero z czasem znaczenia nabierają zaburzenia technologiczne oraz, w średnim okresie, zaburzenie marży importerów dóbr inwestycyjnych.
- Okazuje się również, że znikomy jest wpływ na wszystkie zmienne stacjonarnego szoku technologicznego.

Analizując wyniki należy pamiętać, że na udział poszczególnych impulsów w wariancji zmiennych endogenicznych wpływa wielkość oszacowanego odchylenia standardowego, gdyż analiza opiera się na wprowadzaniu zaburzeń o takiej właśnie wielkości. Znaczący wpływ zaburzeń marży importerów spowodowany jest po części tym, że wartość odchylenia standardowego tych szoków została oszacowana na dużo wyższym poziomie. Ponieważ odchylenia standardowe są estymowanymi parametrami modelu, uzyskane wielkości (i ich proporcje) odzwierciedlają historyczną strukturę zaburzeń, jakim była poddawana gospodarka.

Tablica 3.8. Dekompozycja wariancji. Część 1

Zaburzenie	1 kw.	4 kw.	8 kw.	20 kw.	1 kw.	4 kw.	8 kw.	20 kw.	1 kw.	4 kw.	8 kw.	20 kw.
	Inflacja — deflator PKB				Inflacja — deflator konsumpcji				Inflacja — deflator inwestycji			
Technologiczne stacjonarne	0,103	0,023	0,041	0,009	0,078	0,027	0,039	0,009	0,050	0,026	0,016	0,009
Technologiczne niestacjonarne	0,063	0,086	0,072	0,080	0,053	0,089	0,083	0,083	0,037	0,077	0,044	0,082
Technologiczne inwestycji	0,029	0,044	0,034	0,120	0,028	0,049	0,042	0,129	0,021	0,046	0,023	0,132
Technologiczne asymetryczne	0,001	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Marży krajowych prod. pośrednich	0,224	0,064	0,007	0,005	0,158	0,055	0,012	0,005	0,094	0,036	0,007	0,005
Marży importerów dóbr konsumpcyjnych	0,114	0,196	0,180	0,035	0,270	0,185	0,079	0,006	0,010	0,174	0,152	0,054
Marży importerów dóbr inwestycyjnych	0,016	0,085	0,131	0,117	0,050	0,093	0,119	0,134	0,537	0,217	0,421	0,082
Marży eksporterów	0,076	0,084	0,030	0,019	0,020	0,079	0,072	0,002	0,008	0,055	0,053	0,015
Preferencji konsumpcyjnych	0,034	0,047	0,033	0,018	0,028	0,050	0,038	0,018	0,020	0,044	0,020	0,018
Podąży pracy	0,104	0,058	0,060	0,013	0,082	0,061	0,057	0,013	0,054	0,054	0,023	0,013
Premii za ryzyko	0,034	0,012	0,043	0,003	0,041	0,001	0,047	0,002	0,033	0,004	0,023	0,001
Polityki monetarnej	0,046	0,053	0,013	0,007	0,044	0,051	0,016	0,007	0,033	0,043	0,009	0,007
Celu inflacyjnego	0,138	0,229	0,328	0,565	0,120	0,240	0,368	0,581	0,088	0,210	0,190	0,569
Polityki fiskalnej	0,009	0,004	0,003	0,002	0,016	0,004	0,001	0,001	0,004	0,003	0,002	0,002
Zmiennych zagranicznych	0,011	0,015	0,025	0,007	0,013	0,013	0,029	0,008	0,010	0,010	0,015	0,010
Zaburzenie	Nominalna stopa procentowa				PKB				Konsumpcja			
Technologiczne stacjonarne	0,023	0,033	0,023	0,012	0,027	0,088	0,054	0,014	0,049	0,070	0,072	0,021
Technologiczne niestacjonarne	0,044	0,063	0,077	0,154	0,098	0,149	0,227	0,425	0,140	0,155	0,269	0,360
Technologiczne inwestycji	0,049	0,089	0,123	0,039	0,052	0,118	0,195	0,218	0,075	0,085	0,056	0,221
Technologiczne asymetryczne	0,004	0,001	0,000	0,000	0,007	0,000	0,000	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Marży krajowych prod. pośrednich	0,010	0,023	0,008	0,004	0,105	0,033	0,010	0,003	0,062	0,037	0,013	0,006
Marży importerów dóbr konsumpcyjnych	0,243	0,247	0,137	0,014	0,064	0,059	0,010	0,058	0,036	0,083	0,052	0,070
Marży importerów dóbr inwestycyjnych	0,013	0,151	0,241	0,077	0,041	0,092	0,247	0,161	0,156	0,198	0,208	0,199
Marży eksporterów	0,075	0,048	0,039	0,024	0,125	0,132	0,069	0,057	0,011	0,003	0,002	0,043
Preferencji konsumpcyjnych	0,058	0,062	0,054	0,029	0,068	0,062	0,030	0,008	0,226	0,174	0,133	0,005
Podąży pracy	0,028	0,043	0,033	0,015	0,022	0,119	0,090	0,018	0,059	0,095	0,108	0,028
Premii za ryzyko	0,090	0,036	0,025	0,006	0,102	0,029	0,024	0,002	0,014	0,005	0,026	0,007
Polityki monetarnej	0,187	0,020	0,008	0,007	0,085	0,053	0,005	0,005	0,080	0,046	0,024	0,010
Celu inflacyjnego	0,099	0,158	0,218	0,607	0,091	0,038	0,024	0,023	0,076	0,030	0,012	0,022
Polityki fiskalnej	0,049	0,005	0,003	0,003	0,075	0,008	0,005	0,003	0,006	0,007	0,010	0,005
Zmiennych zagranicznych	0,027	0,021	0,010	0,009	0,038	0,019	0,009	0,004	0,008	0,010	0,012	0,003

Tablica 3.9. Dekompozycja wariancji. Część 2.

Zaburzenie	1 kw.	4 kw.	8 kw.	20 kw.	1 kw.	4 kw.	8 kw.	20 kw.	1 kw.	4 kw.	8 kw.	20 kw.
	Inwestycje				Eksport				Import			
Technologiczne stacjonarne	0,036	0,039	0,034	0,008	0,003	0,018	0,014	0,009	0,006	0,001	0,021	0,010
Technologiczne niestacjonarne	0,059	0,055	0,075	0,408	0,037	0,032	0,062	0,313	0,026	0,045	0,083	0,412
Technologiczne inwestycje	0,332	0,276	0,257	0,241	0,026	0,036	0,078	0,181	0,040	0,058	0,090	0,136
Technologiczne asymetryczne	0,001	0,001	0,001	0,001	0,009	0,001	0,001	0,001	0,002	0,003	0,002	0,002
Marży krajowych prod. pośrednich	0,047	0,019	0,010	0,003	0,014	0,006	0,010	0,002	0,064	0,008	0,014	0,001
Marży importerów dóbr konsumpcyjnych	0,049	0,069	0,099	0,114	0,250	0,329	0,275	0,068	0,363	0,328	0,227	0,051
Marży importerów dóbr inwestycyjnych	0,225	0,329	0,331	0,041	0,194	0,250	0,264	0,160	0,271	0,303	0,247	0,061
Marży eksporterów	0,059	0,063	0,073	0,078	0,236	0,237	0,217	0,215	0,141	0,202	0,236	0,249
Preferencji konsumpcyjnych	0,028	0,031	0,033	0,024	0,008	0,003	0,003	0,005	0,022	0,013	0,001	0,013
Podaż pracy	0,045	0,053	0,049	0,010	0,007	0,024	0,025	0,011	0,004	0,001	0,027	0,013
Premii za ryzyko	0,007	0,004	0,007	0,016	0,080	0,019	0,024	0,004	0,041	0,005	0,016	0,015
Polityki monetarnej	0,050	0,027	0,016	0,003	0,044	0,016	0,005	0,004	0,001	0,012	0,015	0,001
Celu inflacyjnego	0,051	0,024	0,008	0,034	0,049	0,014	0,014	0,018	0,001	0,012	0,010	0,024
Polityki fiskalnej	0,001	0,002	0,002	0,004	0,002	0,001	0,002	0,003	0,003	0,001	0,001	0,003
Zmiennych zagranicznych	0,008	0,007	0,005	0,014	0,041	0,013	0,008	0,006	0,015	0,009	0,010	0,009
Zaburzenie	Realny kurs walutowy				Płaca realna				Zatrudnienie			
Technologiczne stacjonarne	0,019	0,014	0,006	0,010	0,091	0,158	0,119	0,019	0,103	0,021	0,007	0,040
Technologiczne niestacjonarne	0,024	0,007	0,011	0,012	0,155	0,330	0,521	0,408	0,046	0,032	0,025	0,337
Technologiczne inwestycje	0,022	0,021	0,054	0,194	0,011	0,004	0,102	0,202	0,083	0,118	0,169	0,008
Technologiczne asymetryczne	0,003	0,002	0,002	0,001	0,000	0,000	0,001	0,001	0,004	0,000	0,000	0,001
Marży krajowych prod. pośrednich	0,001	0,001	0,005	0,002	0,269	0,095	0,025	0,005	0,085	0,045	0,008	0,016
Marży importerów dóbr konsumpcyjnych	0,306	0,545	0,463	0,261	0,057	0,008	0,010	0,054	0,012	0,065	0,063	0,003
Marży importerów dóbr inwestycyjnych	0,160	0,156	0,166	0,163	0,048	0,050	0,001	0,164	0,012	0,107	0,260	0,049
Marży eksporterów	0,162	0,214	0,238	0,306	0,013	0,043	0,017	0,036	0,164	0,173	0,129	0,114
Preferencji konsumpcyjnych	0,011	0,002	0,003	0,006	0,020	0,055	0,067	0,021	0,084	0,091	0,082	0,096
Podaż pracy	0,027	0,021	0,012	0,013	0,270	0,147	0,006	0,022	0,084	0,154	0,161	0,017
Premii za ryzyko	0,112	0,008	0,017	0,003	0,009	0,016	0,007	0,005	0,091	0,042	0,025	0,024
Polityki monetarnej	0,057	0,002	0,002	0,004	0,033	0,040	0,021	0,008	0,089	0,068	0,018	0,018
Celu inflacyjnego	0,067	0,000	0,007	0,012	0,016	0,035	0,089	0,051	0,084	0,045	0,034	0,240
Polityki fiskalnej	0,003	0,001	0,001	0,003	0,005	0,009	0,005	0,001	0,036	0,015	0,011	0,016
Zmiennych zagranicznych	0,027	0,005	0,011	0,011	0,004	0,010	0,007	0,003	0,024	0,023	0,009	0,020

3.3 Analizy makroekonomiczne

Dysponując ocenami parametrów modelu SOE, ocenami, które powstały w oparciu o dane za lata 1997:1-2005:4, można przeprowadzić kilka standardowych analiz. Poniżej przedstawiamy wnioski, jakie można wyciągnąć o przebiegu zdarzeń historycznych oraz sugestie, jak zgromadzony materiał wykorzystać do wnioskowania o przyszłości. W obecnym materiale rezygnujemy jednak z prezentowania prognoz. Na naszą decyzję wpływa fakt, iż używana do tej pory metodyka konstrukcji prognoz warunkowych opartych na klasycznych modelach makroekonometrycznych nie najlepiej pasuje do modeli DSGE — konieczne są tutaj dalsze poszukiwania. Mimo tego — naszym zdaniem — wiedza o naturze procesów zachodzących w ostatnich latach w gospodarce, widzianej kategoriami zdefiniowanymi w modelu SOE, może być już teraz, bez dodatkowej formalizacji, wykorzystywana do formułowania jakościowych scenariuszy. Prezentowane dalej ilościowe analizy historyczne opierają się na wartościach średnich rozkładów *a posteriori* parametrów.

3.3.1 Filtracja — ocena jakości dopasowania

Do modelu zapisanego w reprezentacji modelu przestrzeni stanów można zastosować szereg procedur formalnych, których rezultaty mają interesującą interpretację. Filtr Kalmana pozwala na rekurencyjną konstrukcję prognoz *ex post* z systematyczną aktualizacją informacyjnej podstawy, na której oparte są prognozy. Zastosowanie filtru daje więc sekwencję prognoz na jeden okres do przodu, obejmującą, obserwacja po obserwacji, całą próbę wykorzystaną do estymacji. W trakcie prognozowania na chwilę (t) wykorzystuje się informacje o przebiegu zmiennych zgromadzone do chwili ($t - 1$) włącznie, co dość dobrze odpowiada rzeczywistym warunkom prognozowania²⁷. Porównując takie prognozy z wartościami rzeczywistymi uzyskujemy obraz, który — w literaturze — uznawany jest za przybliżoną charakterystykę jakości dopasowania modelu²⁸.

Proces wyznaczania sekwencji zaktualizowanej podstawy informacyjnej można zapisać jako (daszek oznacza tu oceny wektorów zmiennych, a nie log-linearyzację)²⁹:

$$\begin{cases} \hat{\xi}_{t|t} = \hat{\xi}_{t|t-1} + P_{t|t-1} H (H' P_{t|t-1} H + R)^{-1} (y_t - A'_x - H' \hat{\xi}_{t|t-1}), \\ P_{t|t} = P_{t|t-1} P_{t|t-1} H (H' P_{t|t-1} H + R)^{-1} H' P_{t|t-1}, \\ P_{t+1|t} = F_{\xi} P_{t|t} F'_{\xi} + Q. \end{cases} \quad (3.3)$$

²⁷Warto zauważyć, że zakładamy tu znajomość i niezmienność macierzy parametrów (F_{ξ}), (A_x), (H) oraz (Q). Termin estymacja odnosi się do oszacowania wartości nieobserwowalnych zmiennych stanu (ξ_t).

²⁸Tę procedurę nazywa się czasem jednostronnym filtrem Kalmana, por. np. Adolfson i in. (2005a). Zwracamy uwagę, że jednostronny filtr Kalmana nie jest jednak typowym narzędziem badania jakości dopasowania modelu, jakie spotykamy w klasycznej ekonometrii — przykładem jest choćby współczynnik determinacji R^2 . Wydaje się, że z uwagi na fundamentalną rolę zaburzeń w modelach DSGE, zaburzeń, które jedynie w bardzo wyjątkowych wypadkach mają naturę (minimalizowanych w procesie estymacji) reszt, klasyczne miary dopasowania nie powinny być tu stosowane.

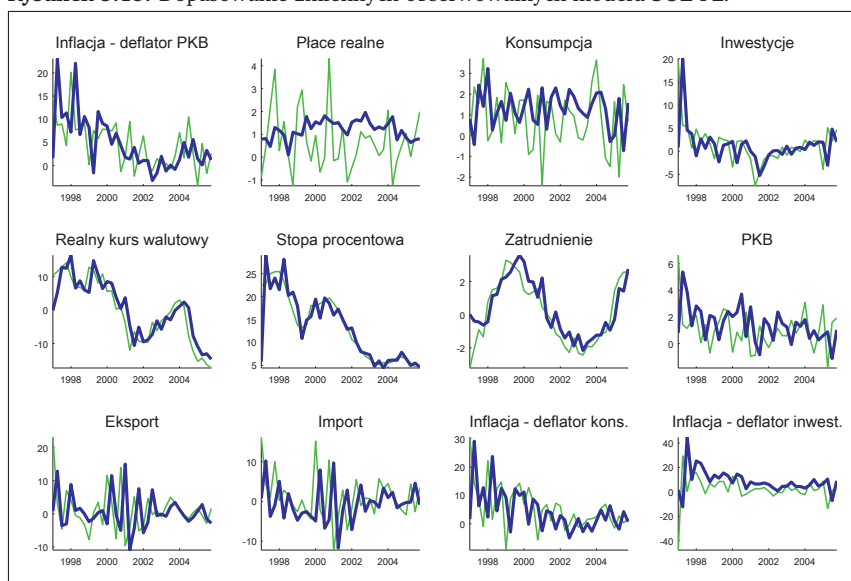
²⁹Formuły filtrowania cytujemy za Hamiltonem (1994, rozdz. 13).

Prognozowanie przebiega zatem zgodnie z formułą daną przez model przestrzeni stanów (por. (2.79)):

$$\begin{cases} \hat{\xi}_{t+1|t} = F_{\xi} \hat{\xi}_{t|t}, \\ \hat{Y}_{t+1|t} = A'_x + H \hat{\xi}_{t+1|t}, \\ t = 1, \dots, T - 1. \end{cases} \quad (3.4)$$

Rysunek 3.15 przedstawia obraz jakości dopasowania modelu SOE-PL uzyskany właśnie w naszkicowany powyżej sposób. Cieńsza (w kolorowym druku — zielona) linia oznacza wielkości rzeczywiste, grubsza (niebieska) oznacza przebieg zmiennych wyznaczonych z modelu. Taka konwencja oznaczania trajektorii stosowana jest na wszystkich rysunkach omawianych w tym paragrafie.

Rysunek 3.15. Dopasowanie zmiennych obserwowalnych modelu SOE-PL.



Na kolejnych panelach tego rysunku przedstawiono kwartalną (liczoną w procentach) dynamikę zmiennych obserwowalnych (dla inflacji i stopy procentowej — wielkości annualizowane), która to postać nieco wyolbrzymia wahania — uzyskanie dobrego dopasowania jest więc tutaj trudniejsze. Ocena uzyskanych wyników (dopasowania) nie jest jednoznaczna. Wyniki wydają się dość dobre dla inflacji (wszystkie miary), realnego kursu walutowego, stopy procentowej, zatrudnienia i inwestycji. Najgorzej przedstawia się obraz płac realnych. Względnie słabe wyniki dla tej kategorii są jednak cechą specyfikacji modelu teoretycznego, bowiem taki sam wniosek można wyciągnąć analizując wyniki dopasowania uzyskane

w modelu SOE-Euro. Biorąc pod uwagę historyczną skalę wahań, którą w przybliżeniu obrazuje podziałka na pionowej osi wykresów, opinia o słabym dopasowaniu płac realnych nie jest jednak tak oczywista.

3.3.2 Wygładzanie — estymacja zmiennych nieobserwowalnych

Drugą z technik, jaką można wykorzystać dysponując modelem w reprezentacji przestrzeni stanów jest wygładzanie, nazywane także czasem dwustronnym filtrem Kalmana. Filtracja opierała się na informacjach dostępnych w chwili $(t - 1)$, by sformułować wniosek o zdarzeniach (zmiennych stanu) w chwili (t) . Wygładzanie jest techniką, która dla sformułowania opinii o przebiegu wydarzeń — wartościach zmiennych nieobserwowalnych — w chwili (t) , bierze pod uwagę całą dostępną informację zawartą w próbie (tzn. także dane z chwili (t) i wszystkich następnyc). Typowym zastosowaniem jest oszacowanie wartości zmiennych nieobserwowalnych (zmiennych stanu). W przypadku modelu DSGE, interesujące są zwłaszcza oceny wektora (θ_t) , tzn. zaburzeń, które spowodowały odchylenia „głębokich parametrów” od ich wartości oczekiwanych (długookresowych), w tym zaburzeń przesuujących gospodarkę na nową trajektorię wzrostu.

Procedura wygładzania przebiega zgodnie z następującą sekwencją obliczeń, którą należy prowadzić od końca próby do jej początku³⁰:

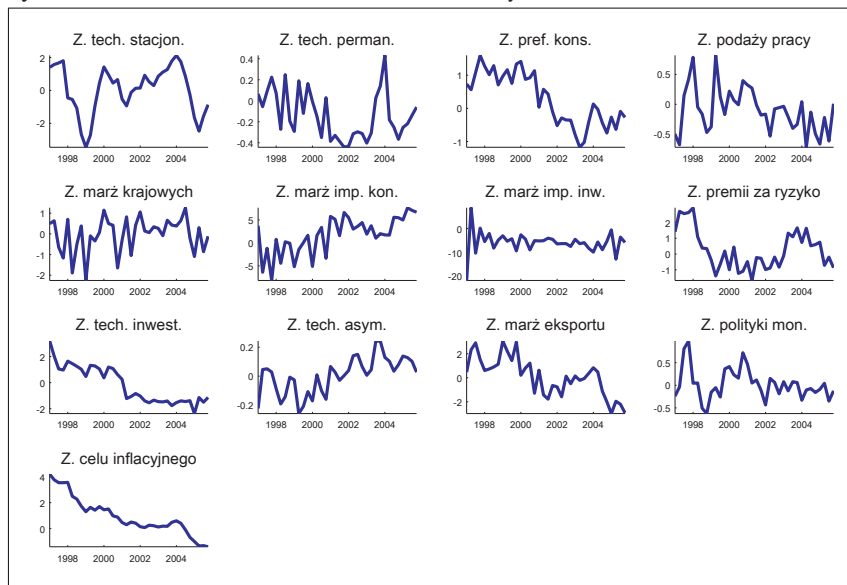
$$\begin{cases} J_t = P_{t|t} F'_\xi P_{t+1|t}^{-1}, \\ \hat{\xi}_{t|T} = \hat{\xi}_{t|t} + J_t (\hat{\xi}_{t+1|T} - \hat{\xi}_{t+1|t}), \\ \hat{Y}_{t|T} = A'_x + H' \hat{\xi}_{t|T}, \\ t = T - 1, \dots, 1. \end{cases} \quad (3.5)$$

Rysunki 3.16-3.17 przedstawiają zaburzenia (część zmiennych stanu specyfikowanych w modelu SOE), które dla Polski w latach 1997–2005 zidentyfikował model SOE-PL oraz modele SVAR. Pierwszy z rysunków przedstawia zaburzenia definiowane w modelu teoretycznym (nieobserwowalne), drugi — zaburzenia, które zostały uzyskane z modeli SVAR (tzw. zaburzenia obserwowalne). Rysunki przedstawiają przebiegi zmiennych log-linearyzowanych (tzn. procentowe odchylenia od wartości równowagi długookresowej *steady state*).

Analizując wykresy, warto zwrócić uwagę na zaburzenia marż w handlu zagranicznym. I tak zauważamy spadek marż w eksporcie i wzrost w imporcie dóbr konsumpcyjnych, marże w imporcie dóbr inwestycyjnych pozostawały poniżej wartości długookresowej niemal w całym horyzoncie. W okresie umacniania się realnej wartości waluty krajowej i zastoju inwestycjach jest to spodziewany rezultat. Ponieważ w każdym z omówionych przypadków dochodzi do znacznego odchylenia marż od ich wartości długookresowych należałoby

³⁰Por. Hamilton (1994, rozdz. 13).

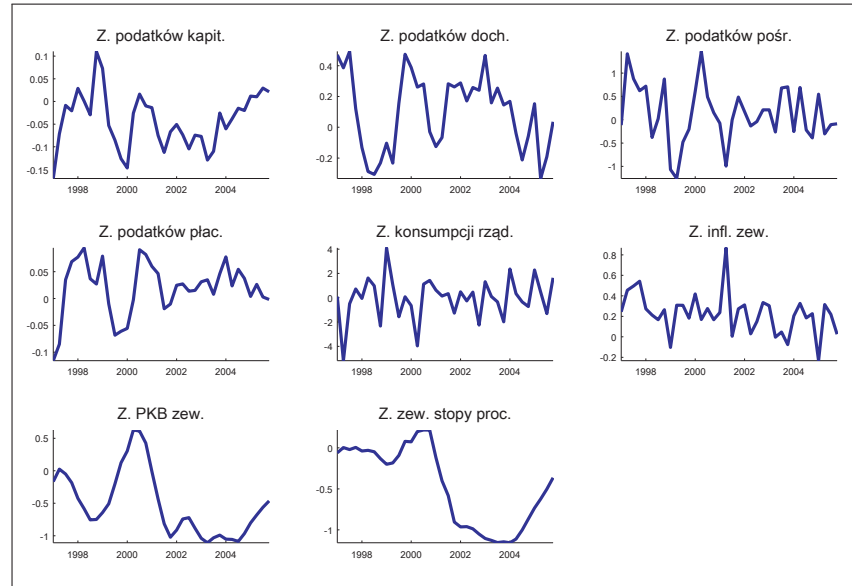
Rysunek 3.16. Zaburzenia nieobserwowalne zidentyfikowane modelem SOE-PL.



spodziewać się zmiany tendencji. Już powrót marż do ich długookresowych poziomów będzie prowadzić do wzrostu inflacji mierzonej deflatorem inwestycji, ale też spadku inflacji mierzonej deflatorem konsumpcji w kolejnych kwartałach. Marże wytwórców dóbr krajowych aż do roku 2004/2005 wykazywały bardzo nieznacznie rosnącą tendencję, ale mamy tu raczej do czynienia z powrotem do poziomu długookresowego niż wyraźniejszym trendem, tym niemniej będzie to czynnik sprzyjający krótkotrwałemu wzrostowi inflacji mierzonej deflatorem PKB.

Stacjonarne zaburzenie technologiczne nie ma trwałego wpływu na gospodarkę — zgodnie z przedstawionymi wcześniej mnożnikami (funkcjami reakcji) — dodatnie zaburzenie prowadzi do spadku kosztów krańcowych przy produkcji krajowej i inflacji mierzonej deflatorem PKB, ale i wahań (początkowo spadku) popytu na czynniki produkcji (w tym zatrudnienie), przynajmniej w krótkim okresie. Wykres i wyniki estymacji sugerują, że zaburzenie to wykazuje dużą uporczywość (inercję). Dla jego przebiegu kluczową rolę miały głębokie spadki w latach 1998–1999 oraz na początku 2005 roku. W pierwszym przypadku można przypuszczać, że uszczelnienie systemu ubezpieczeń społecznych, do którego doszło po wprowadzeniu nowego systemu emerytalnego i ubezpieczeń zdrowotnych dało „uboczny efekt kosztowy” — część z firm została zmuszona do większego oskładkowania zatrudnienia. Jakkolwiek w modelu występują zmienne (składki ubezpieczeniowe), których zmiany powinny reprezentować ten efekt, jednak składki te mierzymy w kategoriach nominalnych

Rysunek 3.17. Zaburzenia obserwowalne zidentyfikowane modelami SVAR.



(a nie efektywnych — z powodu braku danych), co więcej dla uniknięcia „uskoków” w szeregach w okresie sprzed 1999 roku szereg czasowy płac został ubruttowiony (tak jak to zrobiono w 1999 roku), zatem zmiany instytucjonalne nie są reprezentowane w danych³¹. W takiej sytuacji jeden ze skutków reform rynku pracy został tu potraktowany jak stacjonarne zaburzenie technologiczne. Dlaczego spowolnieniu wzrostu z końca 2004 i początku 2005 została przypisana podaźowa (technologiczna) natura, nie jest dla nas jasne.

Investycyjne zaburzenie technologiczne ma bardzo charakterystyczny kształt i dość dobrze odpowiada historycznemu przebiegowi inwestycji zwłaszcza po 2002 roku. Zgodnie z wynikającym ze specyfikacji modelu DSGE sposobem widzenia zdarzeń historycznych, spowolnienie dynamiki inwestycji jest związane z ujawnieniem się autonomicznego zaburzenia efektywności transformacji nakładów inwestycyjnych w kapitał, ale nie był to jedyny czynnik, bowiem równocześnie ujawniło się negatywne, permanentne zaburzenie technologiczne, które przesunęło w dół trajektorie wszystkich kategorii realnych, a po stronie popytowej pojawia się też ujemne zaburzenie preferencji spożycia, które ujemnie wpływa na poziom konsumpcji, eksportu, importu i PKB, ale dodatnio na inwestycje. Zatem, czynniki podaźowe oddziaływały negatywnie na inwestycje, a popytowe — pozytywnie, co nie jest wnioskiem, który odpowiada intuicyjnemu (keynesowskiemu) ujęciu wpływu

³¹Analizując zaburzenia obserwowalne zauważamy jednak wzrost podatków od płac (składek ubezpieczeniowych).

zagregowanego popytu na inwestycje. Naszkicowany powyżej przebieg zaburzeń powinien mieć swoje dalsze konsekwencje — powrót do poziomu równowagi długookresowej dający wzrost inwestycji.

Model DSGE wskazał również na interesującą rolę zaburzenia preferencji gospodarstw domowych. Jak już zauważyliśmy, od ok. 2001 roku maleje waga spożycia w funkcji użyteczności, co automatycznie zwiększa rolę pozostałych dwóch czynników — czasu wolnego i gotówki, a patrząc od strony obserwowalnych efektów makroekonomicznych, zaburzenie takie prowadzi do spadku zagregowanego popytu (z wyjątkiem inwestycyjnego). Mniej więcej w tym samym czasie zaczyna rosnąć podaź pracy, tzn. poszczególne gospodarstwa domowe są skłonne więcej swojego czasu poświęcić na pracę³². Makroekonomiczną konsekwencją wzrostu podaży pracy w modelu SOE-PL — jak to przedstawiono w paragrafie poświęconym dynamicznym cechom modelu — jest wzrost wszystkich składowych zagregowanego popytu, realna aprecjacja kursu, przy spadku inflacji i płac realnych. Łączny efekt jest więc korzystny dla inflacji (powoduje jej spadek). Poszukując źródeł (tymczasowej) zmiany preferencji gospodarstw domowych, w obu przypadkach — ponownie — zasadne wydaje się wiązanie tego typu szoków z wprowadzanymi w 1999 roku reformami — reforma systemu emerytalnego i finansowania opieki zdrowotnej, prawdopodobnie, uświadomiła gospodarstwom domowym potrzebę rezygnacji z bieżącej konsumpcji (przypuszczalnie zadziałał tu efekt wyrównywania konsumpcji w czasie — po reformach przyszła konsumpcja kosztuje więcej). W tym samym kierunku mogła zadziałać reforma szkolnictwa, która — zapewne — zwróciła uwagę na koszty wykształcenia. Równocześnie względne uszczelnienie systemu finansowania usług zdrowotnych oraz deklaracje uszczelnienia systemu emerytalnego, mogły zmniejszyć obszar pracy nierejestrowanej i nieoskładkowanej.

W grupie nieobserwowalnych zaburzeń charakterystycznego kształtu nabierają zaburzenia zewnętrzne: premii za ryzyko oraz asymetrii postępu technicznego. Zaburzenia te miały wpływ na kształtowanie realnego kursu. W kraju, w którym wzrost gospodarczy jest szybszy, należy oczekiwać większego importu, co wiąże się z tendencją do deprecjacji, zatem dodatnie wartości zaburzenia asymetrii ($\hat{\xi}_t^*$) powodują tendencję do aprecjacji kursu³³. Z przedstawionych w kresów wynika, że od ok. 2002 roku zaburzenie to przybiera wartości dodatnie (tendencja wzrostu została zapoczątkowana ok. 1999 roku). Równocześnie — między rokiem 1999 i 2002 — zaburzenie premii za ryzyko kształtuje się poniżej wartości oczekiwanej, także sprzyjając aprecjacji.

W modelu występują dwa zaburzenia odwołujące się do polityki monetarnej: zaburzenie celu inflacyjnego oraz zaburzenie stopy procentowej. Zaburzenie celu („losowe” odchylenie

³²Zaburzenie preferencji podaży pracy pojawia się w funkcji użyteczności z ujemnym znakiem, wartości poniżej zera oznaczają zatem wzrost znaczenia pracy dla gospodarstw domowych, a więc wzrost podaży pracy.

³³Współczynnik asymetrii ($\hat{\xi}_t^*$) jest relacją zaburzenia technologicznego na świecie do zaburzenia technologicznego w kraju. Gdy relacja przekracza jedynkę, postęp techniczny w kraju jest wolniejszy niż na świecie, a zatem i tempo wzrostu niższe niż wzrost gospodarczy świata.

celu od długookresowej inflacji utożsamianej z celem) wpływa na gospodarkę dwoma kanałami: modyfikując kształtowanie stopy procentowej w regule typu Taylora oraz modyfikując tempo indeksacji cen i płac. Zaburzenie stopy opisują jedynie reszty z reguły Taylora, tzn. gdyby takich zaburzeń nie było, można byłoby uznać, że polityka stóp procentowych nie wymaga udziału człowieka — wystarczy automat, autopilot. Analiza historycznych wartości zaburzeń celu sugeruje, iż proces dezinflacji przebiegał w kilku etapach. W latach 1997–1998 (przed formalnym wprowadzeniem strategii bezpośredniego celu inflacyjnego (BCI)) bieżąca wartość celu utrzymywała się na stosunkowo wysokim poziomie szybko malejąc w okolicach 1999 roku. Po 1999 roku zauważamy stopniowe zanikanie zaburzenia celu, by w latach 2002–2004 obserwować jedynie niewielkie odchylenia od poziomu inflacji długookresowej. Po roku 2004 odczytywany z zachowań podmiotów i banku centralnego poziom celu jest wyraźnie poniżej równowagi długookresowej. Wahania zaburzenia stopy są niejednorodne, dokładniej niejednorodna była polityka monetarna — do ok. 2002 roku zaburzenia wykazywały dużą wariancję i uporczywość, później wahania mają wyraźnie mniejszą amplitudę i inercję, co jednak — zapewne — wiąże się ze względnym ustabilizowaniem poziomu celu. Zmiana ta powinna prowadzić do zwiększenia stopnia predyktywności polityki monetarnej.

3.3.3 Dekompozycja historyczna zmiennych obserwowalnych w modelu estymowanym na danych polskich

Trzecia z technik stosowana do modeli w reprezentacji przestrzeni stanów umożliwia dokonanie dekompozycji zmiennych obserwowalnych, tzn. rozbicia historycznych trajektorii zmiennych na składowe, którymi są zaburzenia. Jak wspominaliśmy, model DSGE pozwala zidentyfikować zaburzenia, które powodują odchylenia od warunków równowagi. Dysponując rzeczywistym przebiegiem takich zaburzeń można podjąć próbę oceny ich wkładu w przebieg wydarzeń historycznych. Zauważmy, że prezentowane wcześniej wyniki dekompozycji wariancji pozwalają ocenić *ex ante* rolę zaburzeń, biorąc pod uwagę oszacowane ogólne charakterystyki procesów rządzących zaburzeniami (dokładniej wariancje). W przypadku dekompozycji historycznych analizowane są konkretne zdarzenia, które zaszły, a więc przedmiotem uwagi staje się „rzeczywisty” przebieg zaburzeń. Oczywiście interpretując wyniki, należy uwzględnić problem ekwiwalentności względem danych³⁴, a zatem wnioski nie mogą być „twarde”.

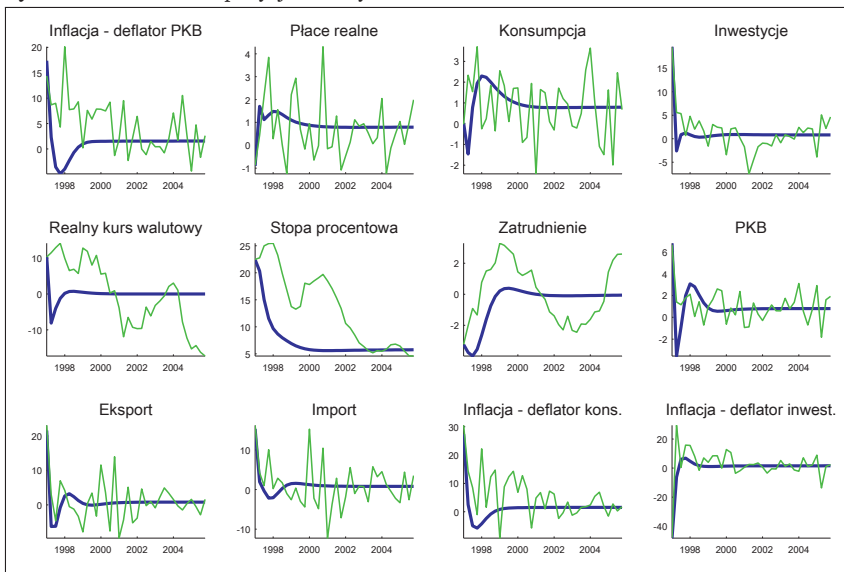
Technicznie rzecz biorąc dekompozycja historyczna zmiennych obserwowalnych wynika z następujących obliczeń:

³⁴Wyznaczone technikami formalnymi przebiegi zaburzeń nie ma „absolutnego” charakteru. Ten sam kompleks zaburzeń może zostać zdekomponowany na (np.) cztery strukturalne zaburzenia popytowe i jedno podażowe lub dwa zaburzenia popytowe i sześć podażowych — w zależności od specyfikacji modelu DSGE. Oczywiście trajektorie zaburzeń popytowych i podażowych będą — w ogólnym przypadku — różne. Ponieważ zaburzenia są definiowane w modelu, nie można oczekiwać od danych, iż będą mogły samodzielnie rozróżniać zaburzenia. Zagadnienie to nieco szerzej omawiają Canova, Sala (2005).

$$\begin{cases} \widehat{V}_t = \begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix} [I_i (\xi_{t|T} - F_\xi \xi_{t-1|T}) I_j], \\ \widehat{\xi}_t^{HD} = F_\xi \widehat{\xi}_{t-1}^{HD} + \widehat{V}_t, \\ \widehat{Y}_t^{HD} = A'_x + H' \widehat{\xi}_t^{HD}, \end{cases} \quad (3.6)$$

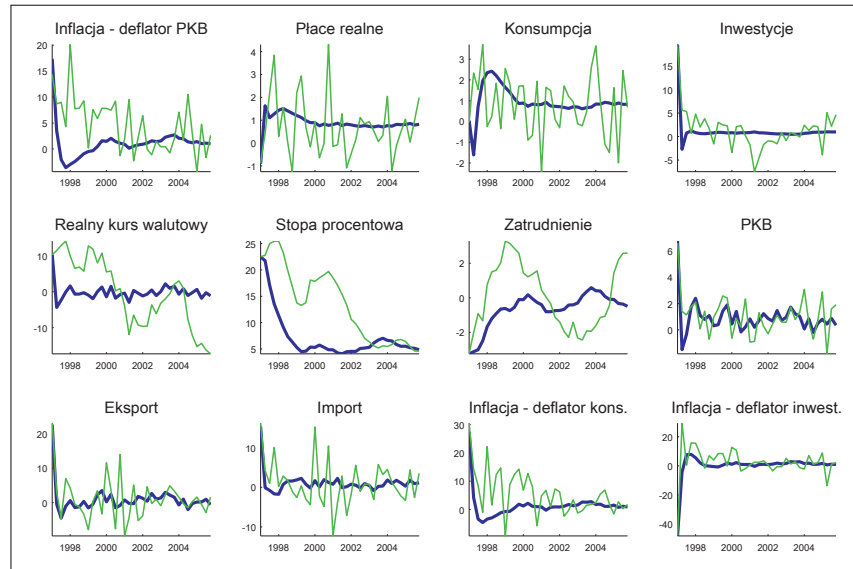
gdzie: (\widehat{V}_t) jest macierzą „strukturalnych innowacji”, która — jeżeli do analizy wybrano wszystkie zaburzenia — odpowiada zaburzeniom przedstawionym w poprzednim paragrafie. Tu jednak interesujące jest wykorzystanie jedynie części zaburzeń, dzięki czemu będziemy mogli obserwować wpływ wybranych zaburzeń na zdarzenia historyczne. Wyboru dokonuje się przy pomocy macierzy (I_i) oraz (I_j) .

Rysunek 3.18. Dekompozycja historyczna — brak zaburzeń.



Rysunek 3.18 przedstawia przebieg zmiennych obserwowalnych oraz wartości uzyskane z modelu, gdy wyeliminowano wszystkie zaburzenia, jakie ujawniły się w próbie (1997–2005). Przy braku nowych zaburzeń, model opisuje jedynie absorpcję szoków, jakie skumulowały się przed 1997 rokiem i objawiają się odchyleniem zmiennych od wartości równowagi długookresowej. Warto pamiętać, że eliminując zaburzenia, wyeliminowano nie tylko nieprzewidywalne szoki, ale także ich inercję. Oznacza to, że skala odchyłeń ścieżek produkowanych przez model od rzeczywistych trajektorii jest przeszacowana, zwłaszcza w pierwszych latach próby.

Rysunek 3.19. Dekompozycja historyczna — zaburzenia zewnętrzne.

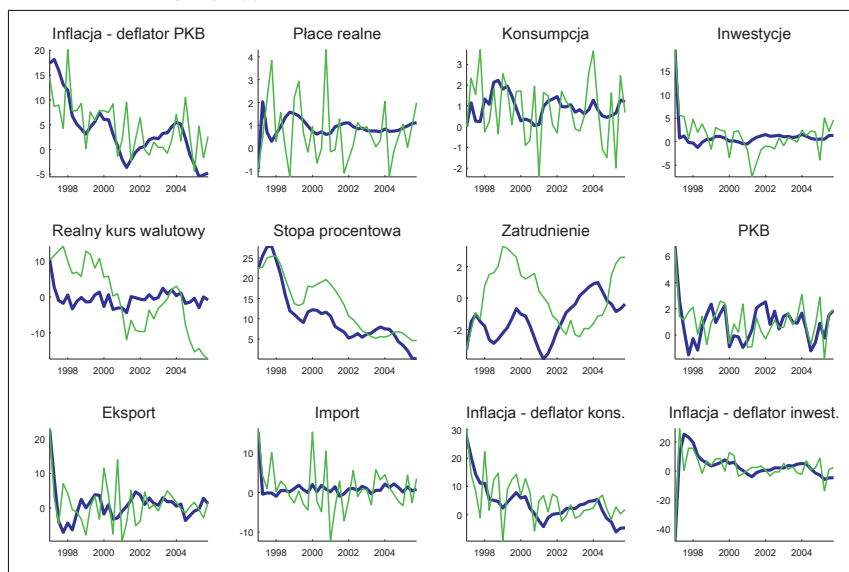


Rysunek 3.19 przedstawia skutki zaburzeń płynących z otoczenia gospodarki, tzn. uwzględnia zaburzeń zewnętrznej stopy procentowej, inflacji zewnętrznej, popytu zewnętrznego (zaburzenia zidentyfikowane modelem SVAR) oraz premii za ryzyko i asymetrii postępu technicznego. Porównanie obu rysunków pozwala przypuszczać, że na krajową inflację, konsumpcję, stopę procentową, inwestycje i realny kurs walutowy zaburzenia zewnętrzne miały bardzo umiarkowany wpływ. Najbardziej widoczne są efekty zaburzeń dla eksportu oraz PKB, ale zaburzenia te nie wystarczają do odtworzenia ich historycznej ścieżki. Zatem do lepszego wyjaśnienia zdarzeń z lat 1997:1–2005:4 potrzebujemy informacji o pozostałych zaburzeniach³⁵.

Następny rysunek (3.20) przedstawia sytuację, jaka mogłaby powstać, gdyby w latach 1997–2005 na gospodarkę oddziaływały zaburzenia zewnętrzne (zilustrowane wcześniej) oraz (nieprzewidywalne) zaburzenia płynące z polityki makroekonomicznej — fiskalnej i monetarnej. Jak można zauważyć porównując wykresy 3.18 i 3.19, zaburzenia płynące ze strony polityki makroekonomicznej nadały kierunek ścieżce inflacji i stopy procentowej. Zauważalny jest także ich wpływ na eksport, konsumpcję — w konsekwencji, również na PKB. Niewiele jednak informacja o nieprzewidywalnych bodźcach płynących ze strony polityki makroekonomicznej wnosi dla wyjaśnienia historycznego przebiegu inwestycji i realnego

³⁵Obraz ten nie jest niestety pełny. Ponieważ „otoczenie” gospodarki polskiej reprezentowane jest przez blok krajów OECD, pominięty został impuls kryzysu rosyjskiego, dokładniej jego bezpośredni wpływ na naszą gospodarkę. Uwzględnione jest zatem jedynie echo tego impulsu, jakie pojawiło się w krajach OECD roku 1998 i następnym.

Rysunek 3.20. Dekompozycja historyczna — zaburzenia zewnętrzne i polityka makroekonomiczna.

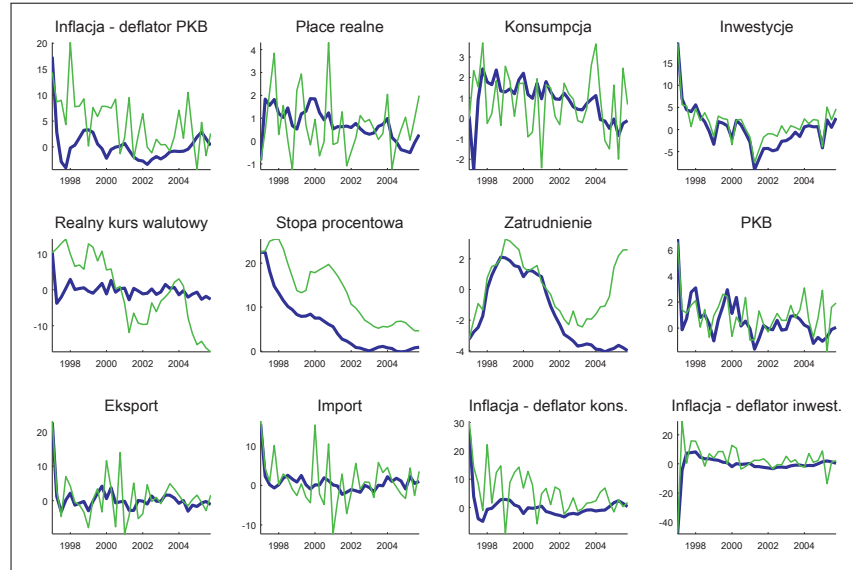


kursu walutowego. Warto jednak pamiętać, że nie cała polityka makroekonomiczna ma w modelu DSGE naturę (nieprzewidywalnego) szoku. Zmiany stopy procentowej wynikające z reguły typu Taylora oraz długookresowe składowe polityki fiskalnej są znanym i przewidywalnym elementem struktury modelu i uwzględnianym w zadaniach decyzyjnych gospodarstw domowych i producentów.

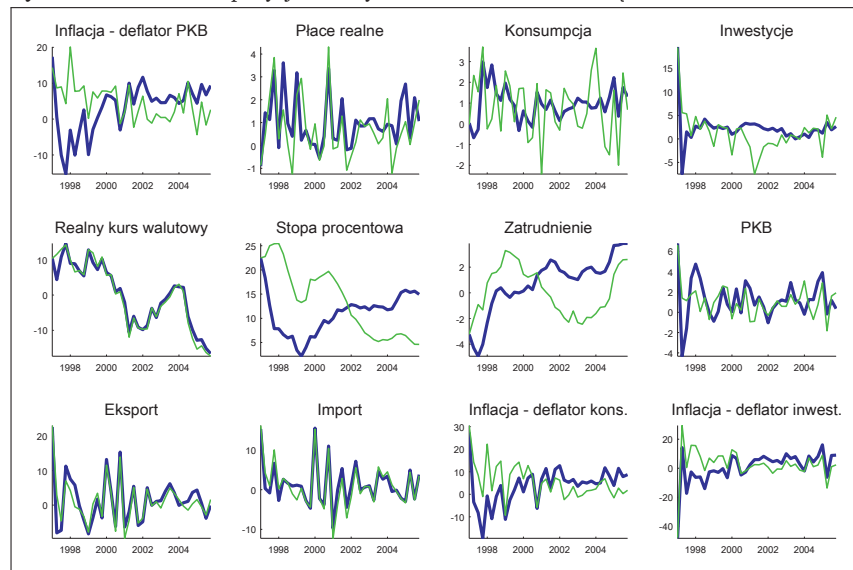
Kolejną hipotetyczną sytuację szkicuje rysunek 3.21. Tym razem możemy ocenić wpływ zaburzeń technologicznych, bowiem — obok zaburzeń zewnętrznych (por. rysunek 3.19) i zamiast szoków płynących z polityki makroekonomicznej — uwzględniono zaburzenia technologiczne (stacjonarne i niestacjonarne) oddziałujące na produkcję oraz inwestycyjne zaburzenie technologiczne. Podstawowe spostrzeżenie dotyczy teraz inwestycji — zaburzenia technologiczne, dokładniej (co sprawdzono wykonując dodatkowe obliczenia) zaburzenie efektywności inwestycji, niemal całkowicie tłumaczy historyczny przebieg tej zmiennej. Do ok. 2002 roku zaburzenie to jest także odpowiedzialne za wahania zatrudnienia, ale traci tę rolę po roku 2002. Wszystkie szoki znacząco oddziałują także na trend płac realnych, konsumpcji oraz importu — w rezultacie także i PKB. Można także zauważyć proinflacyjne (ceny produktów krajowych) impulsy płynące z bloku zaburzeń technologicznych po 2002 roku oraz niemal zupełny brak wpływu na realny kurs.

Rysunek 3.22 pozwala prześledzić rolę zaburzeń płynących ze strony rynku i warunków konkurencji. Obecnie do podstawowego zestawu (zaburzenia zewnętrzne) dodano bowiem

Rysunek 3.21. Dekompozycja historyczna — zaburzenia zewnętrzne i technologiczne.

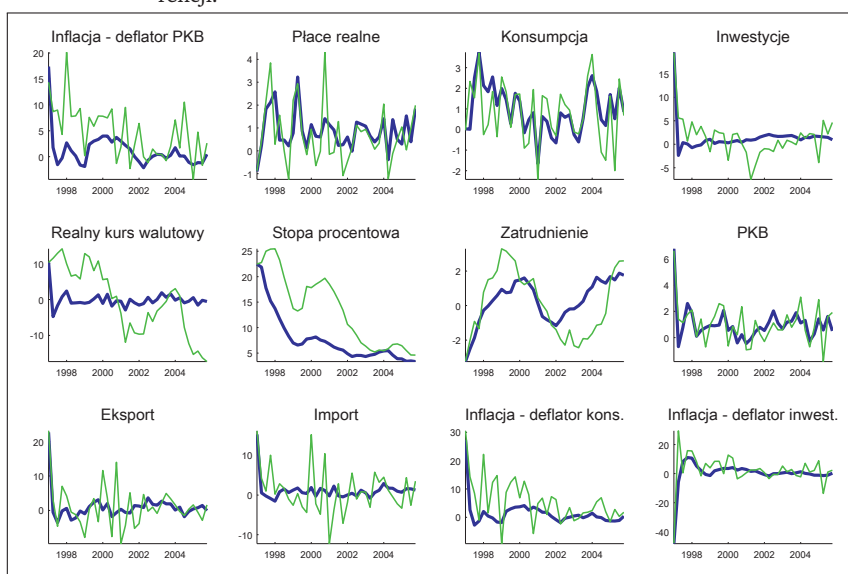


Rysunek 3.22. Dekompozycja historyczna — zaburzenia zewnętrzne i zaburzenia marż.



kompleks zaburzeń, jakie ujawniły się dla marż w eksporcie, imporcie (dóbr inwestycyjnych i konsumpcyjnych) oraz dóbr produkowanych w kraju. Okazuje się teraz, że to właśnie zaburzenia marż (w eksporcie i imporcie) pozwalają niemal dokładnie odtworzyć historyczny przebieg realnego kursu oraz eksportu i importu. Także płace realne — jak się okazuje — wynikają w znaczącym stopniu z wahań marż.

Rysunek 3.23. Dekompozycja historyczna — zaburzenia zewnętrzne i zaburzenia preferencji.

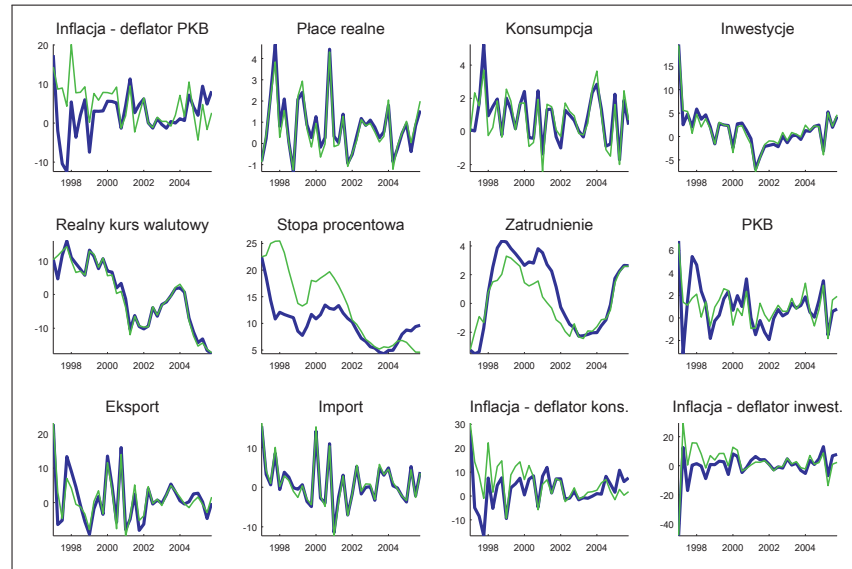


Kolejny analizowany przypadek — por. rysunek 3.23 — pokazuje rolę preferencji konsumenta. Ilustrowana dekompozycja pokazuje hipotetyczne skutki uwzględnienia — obok kompletu zaburzeń zewnętrznych — zmian preferencji konsumpcyjnych oraz zaburzenia podaży pracy. Oba zaburzenia pojawiają się *explicite* w maksymalizowanej funkcji użyteczności gospodarstw domowych. Z rysunku wynika, że zaburzenia preferencji odpowiadają w znaczącym stopniu za historyczne wahania konsumpcji, w mniejszym stopniu płac realnych i zatrudnienia. Trudno doszukać się wpływu preferencji na efektywny kurs i stopę procentową. Istnieje natomiast pewna rola tych zaburzeń dla trajektorii inflacji i importu po 2002 roku.

Ostatni z prezentowanych tutaj przypadków koncentruje uwagę na zaburzeniach polityki monetarnej. Rysunek 3.24 przedstawia skutki uwzględnienia wszystkich zaburzeń z wyjątkiem nieprzewidywalnych impulsów płynących ze strony polityki monetarnej. Tam, gdzie trajektorie uzyskane z modelu niemal dokładnie odpowiadają wartościom historycznym, tam rola impulsów monetarnych na przebieg wydarzeń była pomijalna. Patrząc z takiego

właśnie punktu widzenia zauważamy niewielki wkład zaburzeń tej polityki na inwestycje, konsumpcję, eksport, import i płace realne. Wyraźny jest za to wpływ na inflację i stopę procentową, co jest dość oczywiste, bowiem tu odkładają się szoki stopy procentowej i celu inflacyjnego. Wyraźny jest także — ale przed rokiem 2002 — wpływ impulsów monetarnych na zatrudnienie.

Rysunek 3.24. Dekompozycja historyczna wszystkie zaburzenia obserwowalne i nieobserwowalne z wyjątkiem efektów polityki monetarnej.



4

Uwagi końcowe

W przedstawionym materiale podjęliśmy próbę oszacowania modelu DSGE opracowanego dla „typowej” małej otwartej gospodarki na danych polskich za lata 1997-2005. Zamiast — jak to się zwykle czynić w zakończeniu — powtórzenia wszystkich najważniejszych wniosków wynikających z naszych eksperymentów, chcielibyśmy zwrócić uwagę na kilka bardziej ogólnych problemów i wątpliwości, które towarzyszyły nam w trakcie badań.

Sięganie po „czysto” teoretyczne, niemal podręcznikowe, wzorce gospodarki do badania realnie istniejących obiektów zwykle wzbudza wątpliwości. Przykładowo, Autorzy dynamicznego, stochastycznego modelu małej otwartej gospodarki (DSGE SOE) wykorzystali swoją konstrukcję do opisu — między innymi — grupy gospodarek tworzących dzisiaj strefę euro, choć potencjał gospodarczy takiego bloku (a także potencjał ludnościowy, obszar geograficzny, siła polityczna itd.) trudno uznać za „mały” w skali gospodarki światowej. Można się zatem zastanawiać, czy fragment modelu SOE charakteryzujący popyt światowy na produkty eksportowane nie jest nazbyt uproszczony, czy założenie o wolnokonkurencyjnym charakterze rynku dóbr eksportowanych przez strefę euro, to jedynie ułatwiające zrozumienie skomplikowanych zależności uproszczenie, czy już błąd prowadzący do obciążonych wniosków. Tego typu wątpliwości można sformułować więcej w stosunku do każdego modelu empirycznego, w którym *explicite* pojawia się czysto teoretyczna struktura. Jednak w przypadku modelu SOE-PL wątpliwości te są relatywnie większe. Badany okres był dla gospodarki polskiej szczególnie, bowiem wystąpiło wówczas szereg wydarzeń, które — można to twierdzić z bardzo dużym prawdopodobieństwem — więcej się nie powtórzą (np. akcesja), nadal kształtowały się podstawy instytucjonalne gospodarki, a procesy nominalnej i realnej konwergencji nie były jeszcze zbyt zaawansowane. Patrząc na model z nieco innej perspektywy, zauważamy, że kilka istotnych problemów gospodarki polskiej nie ma swojego odzwierciedlenia w modelu teoretycznym — strukturalne bezrobocie, rosnący dług publiczny i dylematy polityki fiskalnej, zagadnienia związane z niedorozwojem infrastruktury, absorpcja funduszy unijnych, zmiany reżimów kursowego i polityki monetarnej itd.

Zastosowana przez nas metoda adaptacji modelu teoretycznego do warunków polskiej gospodarki — redefinicja zmiennych mierzalnych modelu, redefinicja części kategorii modelu teoretycznego prowadzące do nieco innych zasad kalibracji parametrów modelu, a zatem wyznaczania równowagi długookresowej — nie pozwalała na pełne zbliżenie ograniczeń instytucjonalnych wpisanych w strukturę modelu SOE do naszych realiów itp.

Z drugiej jednak strony, estymacja modelu SOE-PL, mając dane wyniki oszacowań modeli SOE-Euro i SOE-Sweden, otwiera unikalne możliwości analiz porównawczych. W ramach współpracy między bankami centralnymi krajów UE, Europejski Bank Centralny wielokrotnie podejmował próby dokonania eksperymentów polegających na porównywaniu (dynamicznych cech) makromodeli wykorzystywanych w pracach poszczególnych krajów członkowskich ESBC. Wcześniej, w latach dziewięćdziesiątych, podobne ćwiczenia porównujące makromodele (gospodarki brytyjskiej) prowadzono na Uniwersytecie w Warwick. Odpowiedzi na pytania: jakie jest średnie (maksymalne) opóźnienie reakcji (np.) inflacji na zmiany stopy procentowej, jaka jest maksymalna reakcja inflacji i PKB na interwencję monetarną (itp.), mają kluczowe znaczenia dla każdego banku centralnego, ogólniej ciał odpowiedzialnych za prowadzenie polityki makroekonomicznej, ale wiarygodność szacunków zawsze pozostawała dyskusyjna. Dlatego porównania międzynarodowe stanowią, niestety tylko potencjalnie, ważną metodę weryfikacji własnych wyników. Różnice w specyfikacji poszczególnych modeli (różne paradygmaty), różne sposoby posługiwania się danymi, różne techniki kwantyfikacji efektów dynamicznych sprawiały, że — mimo wysiłków — porównywalność uzyskiwanych wyników była wątpliwa. W naszym przypadku większość problemów dotyczących porównywalności modeli nie pojawia się. Przy tej samej specyfikacji modelu teoretycznego, tych samych zasadach mierzenia zmiennych obserwowalnych oraz sposobie prowadzenia i raportowania wyników analiz mnożnikowych (funkcji reakcji), różnice w reakcjach modelu na zaburzenia wynikają jedynie ze specyfiki kraju oraz ewentualnego obciążenia powstającego w efekcie błędów specyfikacji. Oczywiście z błędem specyfikacji należy liczyć w przypadku każdego badania opartego na modelach — nie jest to zagrożenie pojawiające się jedynie w naszym badaniu i trudno znaleźć argumenty sugerujące, że w naszym przypadku to zagrożenie jest jakościowo większe. Obok porównywalności wyników cech dynamicznych (funkcji reakcji, mnożników) modeli SOE -PL, SOE-Euro, SOE-Sweden mamy także możliwość porównywania ocen głębokich parametrów — we wszystkich modelach mają one dokładnie to samo znaczenie, pełnią dokładnie tę samą funkcję, dokładnie takie same (jakościowo) jest więc ich oddziaływanie na interakcje zachodzące między zmiennymi modelu.

Nie mniej interesującym wydaje się także fakt, że zastosowanie do opisu gospodarki polskiej teoretycznego wzorca małej otwartej gospodarki, daje obraz widziany przez zewnętrznego obserwatora, obserwatora, który nie jest obciążony stereotypami ukształtowanymi w toku wieloletnich, krajowych dyskusji dotyczących specyfiki gospodarek transformujących się, zagadnień specyfiki rozwoju gospodarki polskiej, czy aktualnymi sporami na temat polityki makroekonomicznej — jest tu zatem większy dystans do zagadnień bieżących, a uwaga koncentruje się na bardziej uniwersalnych zagadnieniach.

Biorąc powyższe argumenty pod uwagę sądzimy, że eksperyment polegający na estymacji (używając specyficznych, krajowych danych statystycznych) teoretycznego wzorca ma, mimo szeregu istotnych zastrzeżeń, sens, a zaprezentowane w tekście wnioski — zachowując dystans, jak do wszystkich produktów modelowych — są przynajmniej interesujące. Idąc dalej można zadać pytanie o użyteczność zaprezentowanych wniosków dla instytucji takiej, jak bank centralny, a patrząc szerzej, o użyteczność estymowanych modeli DSGE, zwłaszcza modeli estymowanych technikami bayesowskimi. W rozdziale pierwszym i częściowo trzecim sformułowaliśmy kilka uwag na ten temat, były to niejako uwagi i wątpliwości *ex ante*. Jednak także i teraz skłonni jesteśmy podtrzymać najważniejsze tezy. Estymowane bayesowsko modele DSGE pod wieloma względami dominują klasyczne modele makroekonometryczne, dają obraz gospodarki widziany z punktu widzenia *explicite* deklarowanego paradygmatu teoretycznego. Jest to obraz wewnętrznie spójny i skłaniający użytkownika do bardziej zdyscyplinowanej analizy głęboko osadzonej w mikroekonomii. Modele DSGE nie są obciążone aktualnością krytyki Lucasa, jeśli przyjąć tezę, że modele odporne nie istnieją, to znacznie łatwiej modele DSGE przed argumentami Lucasa bronić. Także strona czysto ekonometryczna estymowanych bayesowsko modeli DSGE jest zachęcająca. Od strony zastosowań widać, że zarówno analizy ocen parametrów, funkcji reakcji (mnożników), jak i eksperymenty dotyczące identyfikacji zaburzeń i dekompozycji historycznych mają walor poznawczy i użytkarny. Najważniejsza wydaje się jednak kwestia prognoz, bowiem takie zastosowanie najchętniej widziane jest przez decydentów. Dotychczasowa praktyka pokazała, że najlepsze prognozy uzyskuje się wtedy, gdy modelowe wnioski wzbogacają uwagi i opinie ekspertów. Z tego względu nie można oczekiwać, że model ściśle związany z podstawami teoretycznymi (jedną szkołą myśli ekonomicznej) będzie samodzielnym narzędziem prognostycznym — konieczne są procedury, najlepiej formalne, pozwalające łączyć wiedzę, której nie ma w próbie, z klarownym paradygmatem modelu i trudną do samodzielnego (eksperckiego) odtworzenia wiedzą sformalizowanego modelu DSGE o wielu współzależnościach i zależnościach dynamicznych. Prace nad takimi procedurami podejmowane są zapewne w wielu bankach centralnych i instytutach badawczych. Dotychczasowe, opublikowane wyniki badań sugerują, że estymowane modele DSGE mogą konkurować jakością prognoz z modelami klasy VAR i BVAR, a więc modelami, które nie są głównym narzędziem prognostycznym używanym w praktyce, (por. np. Adolfson i in., 2005c; Smets, Wouters, 2004). Zainteresowanie, jakim cieszą się modele DSGE pozwala przypuszczać, że odpowiednie techniki prognozowania (w tym łączenia różnych źródeł wiedzy) powstaną szybko, co wraz z rozwojem samych modeli (większa liczba zaburzeń strukturalnych, lepiej rozpoznane zmiany reżimów specyfikowanych *explicite*, lepsza identyfikacja parametrów ograniczająca konieczność kalibracji, precyzyjniejsze oceny „głębokich parametrów”, kontrola stabilności ocen parametrów, kontrola identyfikacji zaburzeń itp.) pozwolą tej klasie modeli na konstrukcję prognoz oraz budowę scenariuszy lepszej jakości. Pierwszym krokiem jest jednak szersza popularyzacja samych modeli DSGE, rozpoznanie ich słabych i mocnych stron oraz zebranie doświadczeń. Nasze opracowanie chcielibyśmy widzieć właśnie jako krok w tym kierunku.

II

Aneks – dodatki i uzupełnienia

A

Lista zmiennych i parametrów modelu SOE

A.1 Zmienne endogeniczne postaci strukturalnej oraz zmienne obserwowalne reprezentacji przestrzeni stanów

Tablica A.1. Postać strukturalna. Zmienne egzogeniczne (θ_t^s) , (θ_t^r) i (θ_t^*) modelu SOE.

Nazwa	Treść
$\widehat{\varepsilon}_t$	stacjonarne zaburzenie technologiczne
$\widehat{\mu}_{g,t}$	zaburzenie dynamiki tempa postępu technicznego
$\widehat{\nu}_t$	zaburzenie odsetka płac wypłacanych z góry
$\widehat{\zeta}_t^c$	zaburzenie preferencji konsumenta — spożycie
$\widehat{\zeta}_t^h$	zaburzenie preferencji konsumenta — podaż pracy
$\widehat{\zeta}_t^q$	zaburzenie preferencji konsumenta — posiadanie gotówki
$\widehat{\lambda}_t^d$	zaburzenie marży produktów krajowych
$\widehat{\lambda}_t^{m,c}$	zaburzenie marży importowanych dóbr konsumpcyjnych
$\widehat{\lambda}_t^{m,i}$	zaburzenie marży importowanych dóbr inwestycyjnych
$\widehat{\phi}_t$	zaburzenie premii za ryzyko
$\widehat{\Upsilon}_t$	stacjonarne, specyficzne dla inwestycji zaburzenie technologiczne
$\widehat{\xi}_t^*$	zaburzenie współczynnika asymetrii postępu technicznego w kraju i zagranicą
$\widehat{\lambda}_{x,t}$	zaburzenie marży uzyskiwanej w handlu dobrami eksportowanymi
$\widehat{\varepsilon}_{R,t}$	zaburzenie monetarne (stopy procentowej)
$\widehat{\pi}_t^c$	zaburzenie celu inflacyjnego
$\widehat{\tau}_t^k$	stawka podatków kapitałowych
$\widehat{\tau}_t^y$	stawka podatków od dochodów
$\widehat{\tau}_t^c$	stawka podatków od konsumpcji
$\widehat{\tau}_t^w$	stawka podatków od płac
\widehat{g}_t	konsumpcja rządowa
$\widehat{\pi}_t^*$	inflacja światowa
\widehat{y}_t^*	dochód światowy
\widehat{R}_t^*	światowa stopa procentowa

Uwagi: Zmienne log-linearyzowane, opóźnienia pominięto.

Tablica A.2. Postać strukturalna. Zmienne endogeniczne (\tilde{z}_t) modelu SOE.

Nazwa	Treść
$\tilde{\pi}_t, \tilde{\pi}_t^d$	inflacja krajowa
$\tilde{\pi}_t^{m,c}$	inflacja cen importu konsumpcyjnego
$\tilde{\pi}_t^{m,i}$	inflacja cen importu inwestycyjnego
\tilde{y}_t	PKB, luka podażowa (odchylenia produkcji od długookresowego trendu)
$\tilde{\pi}_t^x$	inflacja cen eksportu
\tilde{w}_t	standaryzowane zaburzeniem technologicznym płace realne
\tilde{c}_t	standaryzowana zaburzeniem technologicznym konsumpcja
\tilde{l}_t	standaryzowane zaburzeniem technologicznym inwestycje
$\tilde{\psi}_{z,t}$	$\psi_{z,t} \equiv \psi_t z_t \equiv v_t P_t z_t$, gdzie: v_t jest mnożnikiem Lagrange'a z zadania decyzyjnego konsumenta
$\tilde{P}_{k,t}$	cena kapitału (środków trwałych)
$\Delta \tilde{S}_{t+1}$	przyrost nominalnego kursu walutowego
\tilde{H}_t	przepracowane roboczogodziny
\tilde{k}_{t+1}	standaryzowany zaburzeniem technologicznym zasób środków trwałych
\tilde{u}_t	stopa wykorzystania zasobu środków trwałych
\tilde{q}_t	standaryzowany zaburzeniem technologicznym zasób realnej gotówki konsumentów
\tilde{m}_{t+1}	standaryzowany zaburzeniem technologicznym zasób realnego (szerokiego) pieniądza ogółem
$\tilde{\mu}_t$	dynamika nominalnego pieniądza
\tilde{a}_t	standaryzowane zaburzeniem technologicznym aktywa zagraniczne netto
$\tilde{\gamma}_t^{m,c,d}$	relacja cen importu konsumpcyjnego do cen krajowych, tzn.: $\gamma_t^{m,c,d} \equiv P_t^{m,c}/P_t$
$\tilde{\gamma}_t^{m,i,d}$	relacja cen importu inwestycyjnego do cen krajowych, tzn.: $\gamma_t^{m,i,d} \equiv P_t^{m,i}/P_t$
$\tilde{\gamma}_t^{x,*}$	relacja cen eksportu do światowych, tzn.: $\gamma_t^{x,*} \equiv P_t^x/P_t^*$
\tilde{x}_t	realny kurs walutowy liczony jako $[\tilde{S}_t + \tilde{P}_t^* - \tilde{P}_t^c]$
\tilde{m}_t^c	odchylenie od parytetu siły nabywczej, <i>terms of trade</i> definiowane jako $[\tilde{P}_t - \tilde{s}_t - \tilde{P}_t^*]$
\tilde{R}_t	krótkookresowa stopa procentowa
\tilde{E}_t	zatrudnienie

Uwagi: Zmienne (log-) linearyzowane wyrażone jako procentowe odchylenia od równowagi długookresowej.

A

Tablica A.3. Model przestrzeni stanów. Zmienne obserwowalne (Y_t) w modelu SOE.

Nazwa	Treść
π_t^d	annualizowana inflacja mierzona deflatorem PKB
$\Delta \ln(W_t/P_t)$	kwartalna dynamika płac realnych
$\Delta \ln C_t$	kwartalna dynamika konsumpcji indywidualnej
$\Delta \ln I_t$	kwartalna dynamika nakładów inwestycyjnych
x_t	kwartalna dynamika realnego kursu walutowego
R_t	annualizowana nominalna stopa procentowa
\tilde{E}_t	kwartalna dynamika zatrudnienia
$\Delta \ln Y_t$	kwartalna dynamika PKB
$\Delta \ln \tilde{X}_t$	kwartalna dynamika eksportu
$\Delta \ln \tilde{M}_t$	kwartalna dynamika importu
$\pi_t^{def,c}$	annualizowana dynamika deflatora konsumpcji
$\pi_t^{def,i}$	annualizowana dynamika deflatora inwestycji
$\Delta \ln Y_t^*$	annualizowana dynamika światowego PKB
π_t^*	annualizowana inflacja światowa
R_t^*	annualizowana zewnętrzna (światowa) stopa procentowa

A.2 Parametry i zmienne egzogeniczne (zaburzenia) modelu SOE

Tablica A.4. Parametry modelu SOE

Parametr	Znaczenie	Równanie	Uwagi
<i>Technologia produkcji, technologia tworzenia kapitału, postęp techniczny</i>			
α, ϖ	udział kapitału w produkcji albo elastyczność produkcji względem kapitału w funkcji CD	2.4	≡ 1
μ_z	długookresowe tempo wzrostu postępu technicznego	2.45	
$\tilde{\mu}_z$	asymetria postępu technicznego w równowadze		
δ	współczynnik deprecjacji środków trwałych	2.28	
σ_a	współczynniki elastyczności kosztów wykorzystania kapitału $\frac{a''(1)}{a'(1)}$	2.29	
\tilde{S}''	druga pochodna funkcji \tilde{S} (efektywności transformacji inwestycji w środki trwałe): $F(I_t, I_{t-1}) = (1 - \tilde{S}(I_t/I_{t-1}))I_t$	2.28	
<i>Funkcja użyteczności gospodarstw domowych</i>			
β	współczynnik dyskonta gospodarstw domowych	2.33	
A_L	waga czasu wolnego w funkcji celu gospodarstw domowych	2.33	
A_q	waga gotówki w funkcji celu gospodarstw domowych	2.33	
σ_L	odwrotność elastyczności podaży pracy względem płacy	2.33	
σ_q	elastyczność popytu na pieniądz względem stopy procentowej (względnej awersji do ryzyka względem realnej gotówki)	2.33	
b	parametr przyzwyczajień konsumpcyjnych gospodarstw domowych (<i>habit persistence</i>)	2.33	
<i>Pieniądz w gospodarce, kurs walutowy</i>			
ν	długookresowy udział kredytu obrotowego w finansowaniu płac	2.5, 2.62	
μ	długookresowe tempo wzrostu podaży pieniądza	B.1	
$\tilde{\phi}_a$	wpływ aktywów zagranicznych na kurs walutowy	2.31	
<i>Charakterystyki rynków</i>			
ω_c	„udział” importu w konsumpcji	2.17	≡ 1
ω_i	„udział” importu w nakładach inwestycyjnych	2.21	
λ_d	marża dla dóbr produkcji krajowej	2.2, 2.52	
$\lambda^{m,c}$	marża dla importowanych dóbr konsumpcyjnych	2.12, 2.56	
$\lambda^{m,i}$	marża dla importowanych dóbr inwestycyjnych	2.12, 2.58	
λ_x	marża dla dóbr eksportowanych	2.24, 2.54	
λ_w	marża dla płac	2.34	
η_c	elastyczność substytucji dóbr produkcji krajowej i importowanych dóbr konsumpcyjnych	2.19	
η_i	elastyczność substytucji dóbr produkcji krajowej i importowanych dóbr inwestycyjnych	2.22	

Kontynuacja na następnej stronie

Parametr	Znaczenie	Równanie	Uwagi
η_f	elastyczność substytucji dóbr eksportowanych i dóbr produkcji światowej	2.27	
η_d	elastyczność substytucji między krajowymi dobrami pośrednimi, definiowana jako	2.3, 2.2	
$\eta^{m,c}$	elastyczność substytucji między konsumpcyjnymi dobrami importowanymi definiowana jako:	2.13	
$\eta^{m,i}$	elastyczność substytucji między inwestycyjnymi dobrami importowanymi, definiowana jako:	2.13	
<i>Sztynności w gospodarce — prawdopodobieństwa Calvo</i>			
ξ_w	prawdopodobieństwo Calvo dla płac	2.37	
ξ_d	prawdopodobieństwo Calvo dla produkcji krajowej	2.10	
$\xi_{m,c}$	prawdopodobieństwo Calvo dla importu konsumpcyjnego	2.15	
$\xi_{m,i}$	prawdopodobieństwo Calvo dla importu inwestycyjnego	2.15	
ξ_x	prawdopodobieństwo Calvo dla eksportu	2.26	
ξ_e	prawdopodobieństwo Calvo dla zatrudnienia	2.38	
<i>Sztynności w gospodarce — współczynniki indeksacji</i>			
κ_w	współczynnik zasad indeksacji płac	2.36	
κ_d	współczynnik zasad indeksacji cen produkcji krajowej	2.9	
$\kappa_{m,c}$	współczynnik zasad indeksacji cen importu konsumpcyjnego	2.14	
$\kappa_{m,i}$	współczynnik zasad indeksacji cen importu inwestycyjnego	2.14	
κ_x	współczynnik zasad indeksacji cen eksportu	2.25	
<i>Charakterystyki zaburzeń — współczynniki autokorelacji</i>			
ρ_ϵ	współczynnik autoregresji dla stacjonarnego zaburzenia technologicznego ϵ_t	2.46	
ρ_{μ_z}	współczynnik autoregresji dla tempa trendu postępu technicznego $\mu_{z,t}$	2.45	
ρ_v	współczynnik autoregresji dla zaburzenia finansowania płac z kredytu obrotowego	2.62	usunięte
ρ_{ζ^c}	współczynnik autoregresji dla zaburzenia preferencji konsumpcyjnych gosp. domowych	2.49	
ρ_{ζ^h}	współczynnik autoregresji dla zaburzenia preferencji podaży pracy gosp. domowych	2.50	
ρ_{ζ^q}	współczynnik autoregresji dla zaburzenia preferencji posiadania gotówki gosp. domowych	2.51	usunięte
ρ_λ	współczynnik autoregresji dla zaburzenia marży dla produktów krajowych	2.53	$\equiv 0$
$\rho_{\lambda_{m,c}}$	współczynnik autoregresji dla zaburzenia marż importowanych dóbr konsumpcyjnych	2.59	
$\rho_{\lambda_{m,i}}$	współczynnik autoregresji dla zaburzenia	2.57	

Kontynuacja na następnej stronie

Parametr	Znaczenie	Równanie	Uwagi
$\rho_{\bar{\phi}}$	marż importowanych dóbr inwestycyjnych	2.63	
ρ_{τ}	współczynnik autoregresji dla zaburzenia kursu walutowego (premii za ryzyko)	2.48	
$\rho_{\bar{z}^*}$	współczynnik autoregresji dla zaburzenia technologicznego	2.47	
ρ_{λ_x}	współczynnik autoregresji dla asymetrii postępu technicznego kraj-zagranica	2.55	
$\rho_{\epsilon,R}$	współczynnik autoregresji dla zaburzenia marży dla produktów eksportowanych	2.60	
ρ_{π^c}	współczynnik autoregresji dla zaburzenia stopy procentowej	2.61	
<i>Charakterystyki zaburzeń — zmienność</i>			
σ_{ϵ}	odchylenie standardowe ϵ_{ϵ}	2.46	
σ_{μ_z}	odchylenie standardowe ϵ_{μ_z}	2.45	
σ_{ν}	odchylenie standardowe ϵ_{ν}	2.62	usunięte
σ_{ζ^c}	odchylenie standardowe ϵ_{ζ^c}	2.49	
σ_{ζ^h}	odchylenie standardowe ϵ_{ζ^h}	2.50	
σ_{ζ^q}	odchylenie standardowe ϵ_{ζ^q}	2.51	usunięte
σ_{λ}	odchylenie standardowe ϵ_{λ}	2.53, 2.64	
$\sigma_{\lambda^{m,c}}$	odchylenie standardowe $\epsilon_{\lambda^{m,c}}$	2.57, 2.64	
$\sigma_{\lambda^{m,i}}$	odchylenie standardowe $\epsilon_{\lambda^{m,i}}$	2.59, 2.64	
$\sigma_{\bar{\phi}}$	odchylenie standardowe $\epsilon_{\bar{\phi}}$	2.63	
σ_{τ}	odchylenie standardowe ϵ_{τ}	2.48	
$\sigma_{\bar{z}^*}$	odchylenie standardowe $\epsilon_{\bar{z}^*}$	2.47	
σ_{λ^x}	odchylenie standardowe ϵ_{λ^x}	2.55, 2.64	
$\sigma_{\epsilon,R}$	odchylenie standardowe $\epsilon_{\epsilon,R}$	2.60	
σ_{π^c}	odchylenie standardowe ϵ_{π^c}	2.61	
<i>Charakterystyki polityki monetarnej — reguła stopy procentowej</i>			
ρ_R	współczynnik wygładzania stopy w regule	2.39	
r_{π}	reakcja na odchylenie inflacji od celu	2.39	
$r_{\Delta\pi}$	reakcja na bieżącą zmianę inflacji	2.39	
r_x	reakcja na opóźniony kurs walutowy	2.39	
$r_{\Delta x}$	reakcja na bieżącą zmianę kursu	-	usunięte
r_y	reakcja na opóźnioną lukę	2.39	
$r_{\Delta y}$	reakcja na bieżącą zmianę luki	2.39	
<i>Charakterystyki polityki fiskalnej</i>			
τ^k	długookresowa stawka podatku od kapitału		
τ^w	długookresowa stawka podatku od płac		
τ^c	długookresowa stawka podatku od konsumpcji		
τ^y	długookresowa stawka podatku dochodowego		
g_r	długookresowy udział konsumpcji rządowej w PKB	B.16	

Tablica A.5. Lista obserwowalnych i nieobserwowalnych zaburzeń (zmienne egzogeniczne) modelu SOE

Zaburzenie	Opis procesu stochastycznego	Uwagi
<i>Zaburzenie nieobserwowalne</i>		
$\widehat{\epsilon}_t$	stacjonarne zaburzenie technologiczne (TFP) $\widehat{\epsilon}_t = \rho_\epsilon \widehat{\epsilon}_{t-1} + \epsilon_{\epsilon,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{\epsilon,t}^2 = \sigma_\epsilon^2$	
$\widehat{\mu}_{z,t}$	niestacjonarne zaburzenie technologiczne $\mu_{z,t} \equiv \frac{z_t}{z_{t-1}}$, $\widehat{\mu}_{z,t} = \rho_{\mu_z} \widehat{\mu}_{z,t-1} + \epsilon_{z,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{z,t}^2 = \sigma_{\mu_z}^2$	
\widehat{v}_t	zaburzenie kanału kapitału obrotowego	$\equiv 0$
$\widehat{\zeta}_t^c$	zaburzenie preferencji konsumpcyjnych $\widehat{\zeta}_t^c = \rho_{\zeta^c} \widehat{\zeta}_{t-1}^c + \epsilon_{\zeta^c,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{\zeta^c,t}^2 = \sigma_{\zeta^c}^2$	
$\widehat{\zeta}_t^h$	zaburzenie podaży pracy (czasu wolnego) $\widehat{\zeta}_t^h = \rho_{\zeta^h} \widehat{\zeta}_{t-1}^h + \epsilon_{\zeta^h,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{\zeta^h,t}^2 = \sigma_{\zeta^h}^2$	
$\widehat{\zeta}_t^q$	zaburzenie preferencji posiadania gotówki	$\equiv 0$
$\widehat{\lambda}_t^d$	marża dla dóbr produkcji krajowej $\widehat{\lambda}_{d,t} = \rho_{\lambda_d} \widehat{\lambda}_{d,t-1} + \epsilon_{\lambda_d,t}$, $\rho_{\lambda_d} \equiv 0$, $\mathbb{E} \epsilon_{\lambda_d,t}^2 = \widehat{h}_d^{-2} \sigma_\lambda^2$	skalowane przez $\widehat{h}_d = \frac{(1-\xi_d)(1-\beta\xi_d)}{\xi_d(1+\beta\kappa_d)}$
$\widehat{\lambda}_t^{mc}$	marże dla importowanych dóbr konsumpcyjnych $\widehat{\lambda}_t^{mc} = \rho_{\lambda^{mc}} \widehat{\lambda}_{t-1}^{mc} + \epsilon_{\lambda^{mc},t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{\lambda^{mc},t}^2 = \widehat{h}_{mc}^{-2} \sigma_{\lambda^{mc}}^2$	skalowane przez $\widehat{h}_{mc} = \frac{(1-\xi_{mc})(1-\beta\xi_{mc})}{\xi_{mc}(1+\beta\kappa_{mc})}$
$\widehat{\lambda}_t^{mi}$	marża dla importowanych dóbr inwestycyjnych $\widehat{\lambda}_t^{mi} = \rho_{\lambda^{mi}} \widehat{\lambda}_{t-1}^{mi} + \epsilon_{\lambda^{mi},t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{\lambda^{mi},t}^2 = \widehat{h}_{mi}^{-2} \sigma_{\lambda^{mi}}^2$	skalowane przez $\widehat{h}_{mi} = \frac{(1-\xi_{mi})(1-\beta\xi_{mi})}{\xi_{mi}(1+\beta\kappa_{mi})}$
$\widehat{\phi}_t$	zaburzenie premii za ryzyko $\widehat{\phi}_t = \rho_{\phi} \widehat{\phi}_{t-1} + \epsilon_{\phi,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{\phi,t}^2 = \sigma_{\phi}^2$	
$\widehat{\Upsilon}_t$	specyficzne dla inwestycji zaburzenie technologiczne $\widehat{\Upsilon}_t = \rho_{\Upsilon} \widehat{\Upsilon}_{t-1} + \epsilon_{\Upsilon,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{\Upsilon,t}^2 = \sigma_{\Upsilon}^2$	
\widehat{z}_t^*	zaburzenie asymetrii technologii $\widehat{z}_t^* = \rho_{z^*} \widehat{z}_{t-1}^* + \epsilon_{z^*,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{z^*,t}^2 = \sigma_{z^*}^2$	
$\widehat{\lambda}_{x,t}$	zaburzenie marż dóbr eksportowanych $\widehat{\lambda}_{x,t} = \rho_{\lambda_x} \widehat{\lambda}_{x,t-1} + \epsilon_{\lambda_x,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{\lambda_x,t}^2 = \widehat{h}_x^{-2} \sigma_{\lambda_x}^2$	skalowane przez $\widehat{h}_x = \frac{(1-\xi_x)(1-\beta\xi_x)}{\xi_x(1+\beta\kappa_x)}$
$\widehat{\epsilon}_{R,t}$	zaburzenie monetarne (stopy procentowej) $\widehat{R}_t = \dots + \epsilon_{R,t}$, $\epsilon_{R,t} = \rho_{R,t} \epsilon_{R,t-1} + \epsilon_{R,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{R,t}^2 = \sigma_R^2$	reszta z reguły Taylora
$\widehat{\pi}_t^c$	zaburzenie celu inflacyjnego $\widehat{\pi}_t^c = \rho_{\pi^c} \widehat{\pi}_{t-1}^c + \epsilon_{\pi^c,t}$, $\mathbb{E} \epsilon_{\pi^c,t}^2 = \sigma_{\pi^c}^2$	
<i>Zaburzenia obserwowalne — blok fiskalny</i>		
$\widehat{\tau}_t^k$ $\widehat{\tau}_t^y$ $\widehat{\tau}_t^c$ $\widehat{\tau}_t^w$ \widehat{g}_t	zaburzenie stawki podatku od kapitału zaburzenie stawki podatku dochodowego zaburzenie stawki podatku od konsumpcji zaburzenie podatku od płac konsumpcja rządowa	składowa modelu SVAR składowa modelu SVAR składowa modelu SVAR składowa modelu SVAR składowa modelu SVAR
<i>Zaburzenia obserwowalne — otoczenie gospodarki</i>		
$\widehat{\pi}_t^*$ \widehat{y}_t^* \widehat{R}_t^*	inflacja światowa światowe PKB światowa stopa procentowa	składowa modelu SVAR składowa modelu SVAR składowa modelu SVAR

Uwagi: Daszkiem oznaczono zmienne log-linearyzowane.

B

Równania modelu

B.1 Równania deterministycznej równowagi długookresowej

Poniżej przedstawiamy zaproponowaną przez Autorów modelu SOE listę równań pozwalających wyznaczyć wartości zmiennych w warunkach równowagi długookresowej. Równania pojawiają się w kolejności pozwalającej prowadzić obliczenia rekurencyjnie¹.

Długookresowe relacje cen. Relacje cen są zmiennymi pomocniczymi charakteryzującymi proporcje cen na różne typy dóbr, przy założeniu, iż $\left(\frac{S P_t^*}{P_t} = 1\right)$

$$\gamma^{c,d} \equiv \left[\frac{P^c}{P} \right] = \left[(1 - \omega_c) + \omega_c \left(\frac{\eta^{m,c}}{\eta^{m,c} - 1} \right)^{1-\eta_c} \right]^{1/(1-\eta_c)},$$

$$\gamma^{i,d} \equiv \left[\frac{P^i}{P} \right] = \left[(1 - \omega_i) + \omega_i \left(\frac{\eta^{m,i}}{\eta^{m,i} - 1} \right)^{1-\eta_i} \right]^{1/(1-\eta_i)},$$

$$\gamma^{c,mc} \equiv \left[\frac{P^c}{P^{m,c}} \right] = \left[\omega_c + (1 - \omega_c) \left(\frac{\eta^{m,c} - 1}{\eta^{m,c}} \right)^{1-\eta_c} \right]^{1/(1-\eta_c)},$$

$$\gamma^{im,i} \equiv \left[\frac{P^i}{P^{m,i}} \right] = \left[\omega_i + (1 - \omega_i) \left(\frac{\eta^{m,i} - 1}{\eta^{m,i}} \right)^{1-\eta_i} \right]^{1/(1-\eta_i)},$$

oraz

$$\gamma^{mc,d} \equiv \left[\frac{P^{m,c}}{P} \right] = \frac{\eta^{m,c}}{\eta^{m,c} - 1},$$

$$\gamma^{mi,d} \equiv \left[\frac{P^{m,i}}{P} \right] = \frac{\eta^{m,i}}{\eta^{m,i} - 1}.$$

¹Zmienne modelu w warunkach równowagi długookresowej nie mają indeksu czasu, bowiem nie ulegają zmianie, dlatego nie wprowadzamy dodatkowego symbolu dla wartości *steady state*.

Inflacja krajowa, inflacja CPI, cel inflacyjny w długim okresie. Długookresowa inflacja wynika z relacji między tempem podaży pieniądza oraz tempem postępu technicznego, tzn.:

$$\pi = \bar{\pi}^c = \frac{\mu}{\mu_z} [= \pi^*], \quad (\text{B.1})$$

gdzie: (μ) jest tempem wzrostu podaży pieniądza, a (μ_z) — tempem wzrostu postępu technicznego (gospodarczego).

Stopa procentowa w gospodarce (brutto) w długim okresie. Długookresowa stopa procentowa brutto wynika z warunku koniecznego optimum dla depozytów krajowych (pochodnej względem depozytów m_t) zadania decyzyjnego gospodarstw domowych:

$$R = \frac{\pi \mu_z - \beta \tau^k}{(1 - \tau^k) \beta} [= R^*]. \quad (\text{B.2})$$

Równanie to wiąże tempo podaży pieniądza z podatkami kapitałowymi (τ^k) oraz dyskontem (β).

Stopa procentowa (brutto) kredytu obrotowego w długim okresie. Poniższe równanie bezpośrednio wynika z (2.5):

$$R^f = \nu R + (1 - \nu). \quad (\text{B.3})$$

Cena kapitału w długim okresie. Długookresową cenę kapitału wyprowadzono z warunku koniecznego optimum gospodarstw domowych dla inwestycji:

$$P_{k'} \equiv \frac{P^i}{P} = \gamma^{i,d}. \quad (\text{B.4})$$

Wynagrodzenie usług kapitału w długim okresie. Wartość długookresowa wynagrodzenia za usługi kapitału wyprowadzana jest z warunku koniecznego optimum konsumenta wyznaczonego dla zasobu środków trwałych będących w posiadaniu gospodarstw:

$$r^k = P_{k'} \frac{\mu_z - \beta(1 - \delta)}{(1 - \tau^k) \beta}. \quad (\text{B.5})$$

Płace realne w długim okresie. Płace realne wynikają bezpośrednio z równania kosztów krańcowych producentów dóbr pośrednich, por. (2.8), oraz zachodzącej przy monopolistycznym sposobie ustalania cen zależności zapisanej dla warunków *steady state*: ($P = \lambda_d MC$), gdzie: (MC) jest nominalnym kosztem krańcowym, a (λ_d) — marżą uzyskiwaną przez producentów dóbr pośrednich. Ostatecznie otrzymujemy:

$$\bar{w} = \frac{\left[\lambda_d \left[\left(\frac{1}{1-\sigma} \right)^{1-\sigma} \left(\frac{1}{\sigma} \right)^\sigma (r^k)^\sigma \right] \right]^{1/(\sigma-1)}}{R^f}. \quad (\text{B.6})$$

Nakłady usług pracy w długim okresie. Równanie nakładów pracy wyprowadzane jest — między innymi — z warunku koniecznego dla konsumpcji oraz makroekonomicznej tożsamości (bilansu produktów) z uwzględnieniem już uzyskanych wyników (warunków optimum producentów) oraz założeń dotyczących bilansu handlowego w warunkach równowagi długookresowej. Uzyskane równanie ma skomplikowaną postać, dlatego wykorzystujemy kilka zmiennych pomocniczych:

$$H = \left[D_3 D_4^{\frac{1}{\sigma_L}} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^{\frac{-1}{\sigma_L}} \right]^{\frac{\sigma_L}{1+\sigma_L}}, \quad (\text{B.7})$$

gdzie zmienne pomocnicze ($D_i, i = 1 \dots 4$) mają następujące definicje:

$$\begin{aligned} D_1 &\equiv (1 - \omega_c) \left[\frac{P^c}{P} \right]^{\eta_c} + \omega_c \left[\frac{P^c}{P^{m,c}} \right]^{\eta_c}, \\ D_2 &\equiv \left[\frac{1 - g_r}{\lambda_d} \mu_z^{-\varpi} \left(\frac{\bar{k}}{H} \right)^{\varpi} - \left((1 - \omega_i) \left[\frac{P^i}{P} \right]^{\eta_i} + \omega_i \left[\frac{P^i}{P^{m,i}} \right]^{\eta_i} \right) \left(\frac{\mu_z - 1 + \delta}{\mu_z} \right) \left(\frac{\bar{k}}{H} \right) \right], \\ D_3 &\equiv \left[\frac{(1 - \tau^y) \frac{1}{\lambda_w} \frac{\bar{w}}{1 + \tau^w}}{A_L} \right]^{\frac{1}{\sigma_L}}, \\ D_4 &\equiv \frac{\mu_z - \beta b}{(1 + \tau^c)(\mu_z - b)} \left(\frac{P^c}{P} \right)^{-1}, \end{aligned}$$

a relację usług kapitału do usług pracy występującą w formule na (D_2) wylicza się z równania wynikającego z warunków koniecznych ekstremum firm produkujących dobra pośrednie:

$$\left(\frac{\bar{k}}{H} \right) = \left(\frac{\varpi}{1 - \varpi} \mu_z \bar{w} \frac{R^f}{r^k} \right). \quad (\text{B.8})$$

Nakłady usług kapitału w długim okresie. Mając dane (B.7) oraz (B.8) widzimy, że usługi kapitału wyniosą:

$$\bar{k} = H \left(\frac{\bar{k}}{H} \right). \quad (\text{B.9})$$

Konsumpcja w długim okresie. Podobnie jak nakłady usług pracy, także równanie konsumpcji nie ma bezpośrednio interpretowalnej postaci, a wynika z już uzyskanych równań:

$$c = \frac{D_2}{D_1} H. \quad (\text{B.10})$$

Nakłady inwestycyjne w długim okresie. Inwestycje w długim okresie wynikają z równania (2.28):

$$i = \left(1 - \frac{1 - \delta}{\mu_z} \right) \bar{k}. \quad (\text{B.11})$$

Powyższe równanie wiąże inwestycje z koniecznością odtworzenia zużytych środków trwałych. Wielkość ta korygowana jest tempem wzrostu postępu technicznego, bowiem nowy majątek będzie bardziej efektywny.

Produkt krajowy brutto w długim okresie. Korzystając z makroekonomicznych tożsamości, PKB można wyznaczyć na kilka różnych sposobów:

$$\begin{aligned} y &= (\mu_z^{-\varpi}) (\bar{k}^{\varpi}) H^{1-\varpi} - \phi \\ &= (c^d + c^m) + (i^d + i^m) + g + \bar{x} - z \\ &= \frac{\bar{w}R^f H + r^k \bar{k}}{\mu_z} \\ &= \frac{1}{\lambda_d} (\mu_z^{-\varpi}) \left(\frac{\varpi}{1-\varpi} \mu_z \bar{w} \frac{R^f}{r^k} \right)^{\varpi} H, \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

gdzie:

$$c^d = (1 - \omega_c) (\gamma^{c,d})^{\eta_c} c, \quad i^d = (1 - \omega_i) (\gamma^{i,d})^{\eta_i} i, \quad (\text{B.13})$$

$$c^m = \omega_c (\gamma^{c,mc})^{\eta_c} c, \quad i^m = \omega_i (\gamma^{i,mi})^{\eta_i} i. \quad (\text{B.14})$$

W praktyce, do wyznaczania dochodu w warunkach *steady state* stosujemy pierwsze z równań, następnie służą do kontroli poprawności obliczeń i przekształceń wersji modelu. Jak łatwo zauważyć, pierwsza wersja — to funkcja produkcji CD, druga jest sumą składowych zagregowanego popytu, trzecia wykorzystuje fakt, że dla liniowo-jednorodnej funkcji produkcji zachodzi równanie Eulera, czwarta wykorzystuje związek między dochodem i kosztem stałym produkcji w warunkach równowagi wskazanym poniżej.

Koszty stałe produkcji w długim okresie. Jak wcześniej zadeklarowano, koszty stałe (ϕ) dobierane są w taki sposób, aby zysk w warunkach równowagi długookresowej wynosił zero. Biorąc pod uwagę marżę (λ_d) pobieraną ponad koszt krańcowy przez producentów dóbr pośrednich uzyskujemy:

$$\phi = (\lambda_d - 1) y. \quad (\text{B.15})$$

Konsumpcja rządowa (zbiorowa) w długim okresie. Konsumpcję zbiorową w długim okresie definiuje się jako:

$$g = g_r y, \quad (\text{B.16})$$

gdzie parametr (g_r) oznacza długookresowy udział konsumpcji rządowej w dochodzie. Przyjęte rozwiązanie nie wynika z zadań optymalizacyjnych podmiotów — jest założone.

Eksport i import w długim okresie. Biorąc pod uwagę konieczność zrównania eksportu z importem w długim okresie, eksport (import) można wyznaczyć jako sumę popytów na dobra inwestycyjne i konsumpcyjne:

$$\bar{x} = \omega_c \left[\frac{p^c}{p^{m,c}} \right]^{\eta_c} c + \omega_i \left[\frac{p^i}{p^{m,i}} \right]^{\eta_i} i, \quad (\text{B.17})$$

$$z = \bar{x}. \quad (\text{B.18})$$

Zasoby pieniądza (pieniądz szeroki M2/M3) w długim okresie. Równanie opisujące długookresową wielkość zasobu szerokiego pieniądza wynika z warunku równowagi (2.43):

$$m = \frac{v\bar{w}H}{1 - A_q}, \quad (\text{B.19})$$

gdzie parametr (v) charakteryzuje odsetek płać finansowanych z kredytu obrotowego.

Pieniądz gotówkowy w posiadaniu konsumentów (pieniądz wąski M1) w długim okresie. Gospodarstwa domowe maksymalizują funkcję użyteczności względem pieniądza gotówkowego, zatem przekształcenie warunku koniecznego daje równanie na długookresową wartość tej kategorii:

$$q = \left(\frac{A_q}{(1 - \tau^k) \psi_z (R - 1)} \right)^{\frac{1}{\sigma_q}}. \quad (\text{B.20})$$

W praktyce równanie to nie jest wykorzystywane, bowiem w trakcie eksperymentów (estymacji, kalibracji) okazywało się, że rzeczywista relacja wąskiego do szerokiego pieniądza znacząco odchyła się od „optymalnej” wartości, która powinna wynieść (A_q). Dlatego Autorzy zastosowali wariant gwarantujący zachowanie proporcji:²

$$q = A_q m. \quad (\text{B.21})$$

B.2 Równania postaci strukturalnej

Dodatek zawiera zestaw 25 równań strukturalnych modelu uzyskanych w wyniku log-linearyzacji nieliniowych postaci równań modelu teoretycznego (głównie warunków ekstremum).

Inflacja - dobra produkcji krajowej. Log-linearyzując i łącząc warunek pierwszego rzędu zadania decyzyjnego producentów dóbr pośrednich (2.10) oraz zasadę agregacji cen poszczególnych producentów (2.11) uzyskujemy krzywą Phillipsa dla finalnych dóbr produkcji krajowej:

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_t = & \hat{\pi}_t^c + \frac{\beta}{1 + \kappa_d \beta} \left(\mathbb{E}_t \hat{\pi}_{t+1} - \rho_\pi \hat{\pi}_t^c \right) + \frac{\kappa_d}{1 + \kappa_d \beta} \left(\hat{\pi}_{t-1} - \hat{\pi}_t^c \right) - \frac{\kappa_d \beta (1 - \rho_\pi)}{1 + \kappa_d \beta} \hat{\pi}_t^c \\ & + \frac{(1 - \xi_d)(1 - \beta \xi_d)}{\xi_d (1 + \kappa_d \beta)} \left(\widehat{mc}_t + \hat{\lambda}_t^{d,t} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \widehat{mc}_t = & \alpha \hat{r}_t^k + (1 - \alpha) \left[\hat{w}_t + \hat{R}_t^f \right] - \hat{\epsilon}_t \\ = & \alpha \left(\hat{\mu}_{z,t} + \hat{H}_t - \hat{k}_t \right) + \hat{w}_t + \hat{R}_t^f - \hat{\epsilon}_t. \end{aligned}$$

²Niniejsza informacja pochodzi z analizy oprogramowania — w oryginalnej publikacji Adolfson i in. (2005a) występuje jedynie równanie B.20.

Inflacja - konsumpcyjne oraz inwestycyjne dobra importowane. Analogicznie, na podstawie równań (2.15) i (2.16) wyznaczono krzywe Phillipsa dla konsumpcyjnych oraz inwestycyjnych dóbr importowanych:

$$\begin{aligned}\widehat{\pi}_t^{m,c} = & \widehat{\pi}_t^c + \frac{\beta}{1 + \kappa_{m,c}\beta} \left(\mathbb{E}_t \widehat{\pi}_{t+1}^{m,c} - \rho_\pi \widehat{\pi}_t^c \right) + \frac{\kappa_{m,c}}{1 + \kappa_{m,c}\beta} \left(\widehat{\pi}_{t-1}^{m,c} - \widehat{\pi}_t^c \right) \\ & - \frac{\kappa_{m,c}\beta(1 - \rho_\pi)}{1 + \kappa_{m,c}\beta} \widehat{\pi}_t^c + \frac{(1 - \xi_{m,c})(1 - \beta\xi_{m,c})}{\xi_{m,c}(1 + \kappa_{m,c}\beta)} \left(\widehat{mc}_t^{m,c} + \widehat{\lambda}_t^{m,c} \right).\end{aligned}\quad (\text{B.23})$$

$$\begin{aligned}\widehat{\pi}_t^{m,i} = & \widehat{\pi}_t^c + \frac{\beta}{1 + \kappa_{m,i}\beta} \left(\mathbb{E}_t \widehat{\pi}_{t+1}^{m,i} - \rho_\pi \widehat{\pi}_t^c \right) + \frac{\kappa_{m,i}}{1 + \kappa_{m,i}\beta} \left(\widehat{\pi}_{t-1}^{m,i} - \widehat{\pi}_t^c \right) \\ & - \frac{\kappa_{m,i}\beta(1 - \rho_\pi)}{1 + \kappa_{m,i}\beta} \widehat{\pi}_t^c + \frac{(1 - \xi_{m,i})(1 - \beta\xi_{m,i})}{\xi_{m,i}(1 + \kappa_{m,i}\beta)} \left(\widehat{mc}_t^{m,i} + \widehat{\lambda}_t^{m,i} \right),\end{aligned}\quad (\text{B.24})$$

gdzie:

$$\begin{aligned}\widehat{mc}_t^{m,c} = & -\widehat{mc}_t^x - \widehat{\gamma}_t^{x,*} - \widehat{\gamma}_t^{mc,d}, \\ \widehat{mc}_t^{m,i} = & -\widehat{mc}_t^x - \widehat{\gamma}_t^{x,*} - \widehat{\gamma}_t^{mi,d}.\end{aligned}$$

Inflacja - dobra eksportowane. Krzywa Phillipsa dla dóbr eksportowanych, uzyskana na podstawie równania (2.26) oraz równania określającego sposób budowy indeksu agregatowego cen dóbr eksportowanych (por. równania (2.11) i (2.16)) dana jest równaniem:

$$\begin{aligned}\widehat{\pi}_t^x = & \widehat{\pi}_t^c + \frac{\beta}{1 + \kappa_x\beta} \left(\mathbb{E}_t \widehat{\pi}_{t+1}^x - \rho_\pi \widehat{\pi}_t^c \right) + \frac{\kappa_x}{1 + \kappa_x\beta} \left(\widehat{\pi}_{t-1}^x - \widehat{\pi}_t^c \right) \\ & - \frac{\kappa_x\beta(1 - \rho_\pi)}{1 + \kappa_x\beta} \widehat{\pi}_t^c + \frac{(1 - \xi_x)(1 - \beta\xi_x)}{\xi_x(1 + \kappa_x\beta)} \left(\widehat{mc}_t^x + \widehat{\lambda}_t^x \right).\end{aligned}\quad (\text{B.25})$$

PKB. Log-linearyzowaną wersję równania produkcji (PKB) możemy zapisać jako:

$$\widehat{y}_t = \lambda_d \left((1 - \alpha) \widehat{H}_t + \alpha \widehat{k}_t - \alpha \widehat{\mu}_{z,t} + \widehat{\epsilon}_t \right).\quad (\text{B.26})$$

Płaca realna. Poprzez log-linearyzację warunku koniecznego ekstremum równania (2.37) uzyskujemy równanie określające płacę realną:

$$\begin{aligned}\widehat{w}_t = & \frac{\eta_0}{\eta_1} \widehat{w}_{t-1} + \frac{\eta_2}{\eta_1} \mathbb{E}_t \widehat{w}_{t+1} - \frac{\eta_3}{\eta_1} \left(\widehat{\pi}_t^d - \widehat{\pi}_t^c \right) + \frac{\eta_4}{\eta_1} \left(\mathbb{E}_t \widehat{\pi}_{t+1}^d - \rho_{\widehat{\pi}^c} \widehat{\pi}_t^c \right) \\ & + \frac{\eta_5}{\eta_1} \left(\widehat{\pi}_{t-1}^c - \widehat{\pi}_t^c \right) - \frac{\eta_6}{\eta_1} \left(\widehat{\pi}_t^c - \rho_{\widehat{\pi}^c} \widehat{\pi}_t^c \right) - \frac{\eta_7}{\eta_1} \widehat{\psi}_{z,t}^\tau + \frac{\eta_8}{\eta_1} \widehat{H}_t + \frac{\eta_9}{\eta_1} \widehat{\tau}_t^y \\ & + \frac{\eta_{10}}{\eta_1} \widehat{\tau}_t^w + \frac{\eta_{11}}{\eta_1} \widehat{\tau}_t^h,\end{aligned}\quad (\text{B.27})$$

gdzie:

$$\begin{pmatrix} \eta_0 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \\ \eta_6 \\ \eta_7 \\ \eta_8 \\ \eta_9 \\ \eta_{10} \\ \eta_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_w \xi_w \\ b_w (1 + \beta \xi_w^2) - \sigma_L \lambda_w \\ b_w \beta \xi_w \\ b_w \xi_w \\ b_w \beta \xi_w \\ b_w \kappa_w \xi_w \\ b_w \kappa_w \beta \xi_w \\ -(1 - \lambda_w) \\ -(1 - \lambda_w) \sigma_L \\ -(1 - \lambda_w) \frac{\tau^y}{1 - \tau^y} \\ -(1 - \lambda_w) \frac{\tau^w}{1 - \tau^w} \\ -(1 - \lambda_w) \end{pmatrix}, \quad b_w = \frac{\lambda_w \sigma_L - (1 - \lambda_w)}{(1 - \beta \xi_w)(1 - \xi_w)}.$$

Kolejnych 7 równań uzyskano log-linearyzując i łącząc warunki pierwszego rzędu problemu decyzyjnego gospodarstw domowych powstałego na podstawie równania (2.30) i (2.33).

Konsumpcja.

$$\begin{aligned} \widehat{c}_t = & \frac{b\mu_z}{\mu_z^2 + b^2\beta} \widehat{c}_{t-1} + \frac{b\beta\mu_z}{\mu_z^2 + b^2\beta} \mathbb{E}_t \widehat{c}_{t+1} - \frac{b\mu_z}{\mu_z^2 + b^2\beta} (\widehat{\mu}_{z,t} - \beta \mathbb{E}_t \widehat{\mu}_{z,t+1}) \\ & - \frac{(\mu_z - b\beta)(\mu_z - b)}{\mu_z^2 + b^2\beta} \widehat{\psi}_{z,t} - \frac{\tau^c}{1 + \tau^c} \frac{(\mu_z - b\beta)(\mu_z - b)}{\mu_z^2 + b^2\beta} \widehat{\tau}_t^c \\ & - \frac{(\mu_z - b\beta)(\mu_z - b)}{\mu_z^2 + b^2\beta} \widehat{\gamma}_t^{c,d} + \frac{\mu_z - b}{\mu_z^2 + b^2\beta} (\mu_z \widehat{\zeta}_t^c - b\beta \mathbb{E}_t \widehat{\zeta}_{t+1}^c). \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

Inwestycje.

$$\begin{aligned} \widehat{i}_t = & \frac{1}{1 + \beta} \widehat{i}_{t-1} + \frac{\beta}{1 + \beta} \mathbb{E}_t \widehat{i}_{t+1} + \frac{1}{\mu_z^2 \widehat{S}'' (1 + \beta)} \widehat{p}_{k',t} + \frac{1}{\mu_z^2 \widehat{S}'' (1 + \beta)} \widehat{\Upsilon}_t \\ & - \frac{1}{\mu_z^2 \widehat{S}'' (1 + \beta)} \widehat{\gamma}_t^{i,d} - \frac{1}{1 + \beta} \widehat{\mu}_{z,t} + \frac{\beta}{1 + \beta} \mathbb{E}_t \widehat{\mu}_{z,t+1}. \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

Krańcowa użyteczność dochodu. Krańcowa użyteczność dochodu — technicznie rzecz biorąc — jest mnożnikiem Lagrange'a z zadania optymalizacyjnego gospodarstwa domowego.

$$\widehat{\psi}_{z,t} = \mathbb{E}_t \widehat{\psi}_{z,t+1} - \widehat{\mu}_{z,t+1} + \frac{\mu + \beta \tau^k}{\mu} \widehat{R}_t - \mathbb{E}_t \widehat{\pi}_{t+1} + \frac{\tau_k}{1 - \tau_k} \frac{\beta - \mu}{\mu} \mathbb{E}_t \widehat{\tau}_{t+1}^k. \quad (\text{B.30})$$

Cena kapitału.

$$\begin{aligned} \widehat{P}_{k',t} = & \mathbb{E}_t \widehat{\psi}_{z,t+1} - \widehat{\psi}_{z,t} - \mathbb{E}_t \widehat{\mu}_{z,t+1} + \frac{\beta(1-\delta)}{\mu_z} \mathbb{E}_t \widehat{P}_{k',t+1} + \frac{\mu_z - \beta(1-\delta)}{\mu_z} \mathbb{E}_t \widehat{r}_{t+1}^k \\ & - \frac{\tau^k}{1-\tau^k} \frac{\mu_z - \beta(1-\delta)}{\mu_z} \mathbb{E}_t \widehat{\tau}_{t+1}^k. \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

Zmiana nominalnego kursu walutowego. Zgodnie z koncepcją niezabezpieczonego parytetu stopy procentowej:

$$\mathbb{E}_t \Delta \widehat{S}_{t+1} = \widehat{R}_t - \widehat{R}_t^* + \tilde{\phi}_a \widehat{a}_t - \widehat{\phi}_t. \quad (\text{B.32})$$

Usługi kapitału. Usługi kapitału (\widehat{k}_t) albo stopień wykorzystania kapitału ($\widehat{u}_t = \widehat{k}_t - \widehat{\bar{k}}_t$):

$$\widehat{k}_t = \frac{1}{1+\sigma_a} \left[\sigma_a \widehat{k}_t + \widehat{w}_t + \frac{\nu R}{\nu R + 1 - \nu} \widehat{R}_{t-1} + \widehat{H}_t - \frac{\tau^k}{1-\tau^k} \widehat{\tau}_t^k + \widehat{\mu}_{z,t} \right], \quad (\text{B.33})$$

Pieniądz gotówkowy w posiadaniu konsumentów.

$$\widehat{q}_t = \frac{1}{\sigma_q} \left[\widehat{\zeta}_t^q + \frac{\tau^k}{1-\tau^k} \widehat{\tau}_t^k - \widehat{\psi}_{z,t} - \frac{R}{R-1} \widehat{R}_{t-1} \right]. \quad (\text{B.34})$$

Zasób kapitału. Log-linearyzowana wersja równania opisującego zmianę zasobu kapitału, na podstawie równania (2.28) dana jest równaniem:

$$\widehat{k}_{t+1} = (1-\delta) \frac{1}{\mu_z} \widehat{k}_t - (1-\delta) \frac{1}{\mu_z} \widehat{\mu}_{z,t} + \left(1 - (1-\delta) \frac{1}{\mu_z} \right) \widehat{\Upsilon}_t + \left(1 - (1-\delta) \frac{1}{\mu_z} \right) \widehat{\iota}_t. \quad (\text{B.35})$$

Zasób realnego pieniądza, tempo przyrostu nominalnego pieniądza. Na podstawie równania (2.43) oraz wykorzystując zapis:

$$\mu_t = \frac{M_{t+1}}{M_t} = \frac{\bar{m}_{t+1} z_t P_t}{\bar{m}_t z_{t-1} P_{t-1}} = \frac{\bar{m}_{t+1} \mu_{z,t} \pi_t}{\bar{m}_t},$$

otrzymujemy, po log-linearyzacji, równanie określające zasób realnego pieniądza:

$$\widehat{m}_{t+1} = \widehat{m}_t - \widehat{\pi}_t + \widehat{\mu}_t - \widehat{\mu}_{z,t}, \quad (\text{B.36})$$

oraz tempo przyrostu nominalnego pieniądza:

$$\widehat{\mu}_t = \nu \bar{w} H \frac{\pi \mu_z}{\mu \bar{m}} (\widehat{v}_t + \widehat{w}_t + \widehat{H}_t) - \widehat{m}_t + \widehat{\pi}_t + \widehat{\mu}_{z,t} + q \frac{\pi \mu_z}{\mu \bar{m}} \widehat{q}_t. \quad (\text{B.37})$$

Wielkość aktywów zagranicznych netto. Na podstawie definicji ($a_t = \frac{S_t B_{t+1}^*}{P_t z_t}$), równania (2.42) oraz kilku przekształceń, wielkość aktywów zagranicznych netto dana jest

równaniem:

$$\begin{aligned} \widehat{a}_t = & \frac{R}{\pi\mu_z} \widehat{a}_{t-1} - y^* \widehat{mc}_t^x - \eta_f y^* \widehat{\gamma}_t^{x,*} + y^* \widehat{y}_t^* + y^* \widehat{z}_t^* + (c^m + i^m) \widehat{\gamma}_t^f \\ & - c^m \left(-\eta_c (1 - \omega_c) (\gamma^{c,d})^{-(1-\eta_c)} \widehat{\gamma}_t^{mc,d} + \widehat{c}_t \right) \\ & - i^m \left(-\eta_i (1 - \omega_i) (\gamma^{i,d})^{-(1-\eta_i)} \widehat{\gamma}_t^{mi,d} + \widehat{i}_t \right). \end{aligned} \quad (B.38)$$

Log-linearyzując równania relacji cen uzyskujemy następujące liniowe postaci równań:

Relacja cen importowanych dóbr konsumpcyjnych i krajowych dóbr finalnych.

$$\widehat{\gamma}_t^{mc,d} = \widehat{\gamma}_{t-1}^{mc,d} + \widehat{\pi}_t^{m,c} - \widehat{\pi}_t^d. \quad (B.39)$$

Relacja cen importowanych dóbr inwestycyjnych i krajowych dóbr finalnych.

$$\widehat{\gamma}_t^{mi,d} = \widehat{\gamma}_{t-1}^{mi,d} + \widehat{\pi}_t^{m,i} - \widehat{\pi}_t^d. \quad (B.40)$$

Relacja cen dóbr eksportowanych i dóbr produkcji światowej.

$$\widehat{\gamma}_t^{x,*} = \widehat{\gamma}_{t-1}^{x,*} + \widehat{\pi}_t^x - \widehat{\pi}_t^*. \quad (B.41)$$

Odchylenia od parytetu siły nabywczej.

$$\widehat{mc}_t^x = \widehat{mc}_{t-1}^x + \widehat{\pi}_t - \widehat{\pi}_t^x - \Delta \widehat{S}_t. \quad (B.42)$$

Realny kurs walutowy. Równanie realnego kursu walutowy przyjmuje postać:

$$\widehat{x}_t = -\omega_c (\gamma^{c,mc})^{-(1-\eta_c)} \widehat{\gamma}_t^{mc,d} - \widehat{\gamma}_t^{x,*} - \widehat{mc}_t^x. \quad (B.43)$$

Stopa procentowa. Log-linearyzowana postać reguły polityki pieniężnej dana jest równaniem (2.39):

$$\begin{aligned} \widehat{R}_t = & \rho_R \widehat{R}_{t-1} + (1 - \rho_R) \left(\widehat{\pi}_t^c + r_\pi (\widehat{\pi}_{t-1}^c - \widehat{\pi}_t^c) + r_y \widehat{y}_{t-1} + r_x \widehat{x}_{t-1} \right) \\ & + r_{\Delta\pi} (\widehat{\pi}_t^c - \widehat{\pi}_{t-1}^c) + r_{\Delta y} \Delta \widehat{y}_t + \epsilon_{R,t}, \end{aligned} \quad (B.44)$$

gdzie π_t^c oznacza inflację mierzoną CPI, wyrażoną równaniem:

$$\widehat{\pi}_t^c = (1 - \omega_c) (\gamma^{c,d})^{-(1-\eta_c)} \widehat{\pi}_t^d + \omega_c (\gamma^{c,mc})^{-(1-\eta_c)} \widehat{\pi}_t^{m,c}.$$

Roboczogodziny. Na podstawie warunku koniecznego ekstremum problemu optymalizacyjnego gospodarstw domowych (równanie (2.37)) liczba roboczogodzin opisana jest

równaniem:

$$\begin{aligned} \widehat{H}_t = & \frac{(1-\omega_c)(\gamma^{c,d})^{\eta_c}}{\lambda(1-\alpha)} \frac{c}{y} (\widehat{c}_t + \eta_c \widehat{\gamma}_t^{c,d}) + \frac{(1-\omega_i)(\gamma^{i,d})^{\eta_i}}{\lambda(1-\alpha)} \frac{i}{y} (\widehat{i}_t + \eta_i \widehat{\gamma}_t^{i,d}) \\ & + \frac{1}{\lambda(1-\alpha)} \frac{g}{y} \widehat{g}_t + \frac{1}{\lambda(1-\alpha)} \frac{y^*}{y} (\widehat{y}_t^* - \eta_f \widehat{\gamma}_t^{x,*} + \widehat{z}_t^*) - \frac{\alpha}{1-\alpha} (\widehat{k}_t - \widehat{\mu}_{z,t}) \\ & + \frac{(1-\tau^k)r^k \bar{k}}{1-\alpha} \frac{1}{y \mu_z} (\widehat{k}_t - \widehat{k}_t). \end{aligned} \quad (\text{B.45})$$

Zatrudnienie. Log-linearyzowana postać równania opisującego zatrudnienie, uzyskana w sposób opisany w paragrafie 2.1.9, dana jest równaniem:

$$\widehat{E}_t = \frac{\beta}{1+\beta} \mathbb{E}_t \widehat{E}_{t+1} + \frac{1}{1+\beta} \widehat{E}_{t-1} + \frac{(1-\xi_e)(1-\beta\xi_e)}{(1+\beta)\xi_e} (\widehat{H}_t - \widehat{E}_t). \quad (\text{B.46})$$

C

Analiza porównawcza dynamicznych cech modeli SOE-Euro i SOE-PL

Poniżej przedstawiamy porównanie dynamicznych cech modeli SOE-Euro i SOE-PL, wykorzystując w tym celu wybrane funkcje reakcji zmiennych na zaburzenia (IRF)¹. Ze względu na identyczną specyfikację równań obu modeli, możliwe jest zbadanie jak na różnice w charakterystyce dynamicznej (IRF) wpływają różnice w wartościach poszczególnych głębokich parametrów², a tym samym, możliwe jest określenie w jaki sposób pewne cechy gospodarki, takie jak sztywność cen i płac, czy też elastyczność substytucji eksportu, wpływają na sposób, w jaki gospodarka absorbuje pojawiające się zaburzenia.

Bardzo duże znaczenie dla skali reakcji zmiennych tj. maksymalnego odchylenia zmiennych od ścieżek bazowych oraz czasu jego trwania, ma charakterystyka zaburzenia, któremu poddano zmienne. Składa się na nią wielkość zaburzenia, mierzona odchyleniem standardowym, oraz jego inercja, mierzona wartością współczynnika autokorelacji procesu opisującego zaburzenie (AR(1)) (por. rozdział 2.2.1). Obie te wartości w omawianych modelach wynikają z identyfikacji szoków, jakich w przeszłości doświadczała dana gospodarka, tj. wynikają z analizy empirycznej (z wyjątkiem trzech współczynników autokorelacji, które kalibrowano). Innymi słowy, wielkość impulsu, jakim poddawano zmienne w celu uzyskania funkcji reakcji, odpowiada przeciętnej, historycznej wielkości zaburzenia, zaś współczynnik inercji — przeciętnemu, historycznemu czasowi jego trwania. Ta charakterystyka zaburzeń jest o tyle istotna, iż występują znaczne różnice w wielkościach impulsu między modelami — wszystkie zaburzenia w modelu SOE-PL są średnio kilkukrotnie silniejsze, aniżeli w SOE-Euro (por. tablica 3.6). Z kolei większą uporczywością (inercją) charakteryzują się częściej (w 7 na 10 przypadków) zaburzenia w modelu SOE-PL. Konsekwencją tak dużych różnic w wielkości zaburzeń jest zdecydowanie większa skala reakcji zmiennych w modelu SOE-PL. Aby uczynić porównanie reakcji zmiennych endogenicznych na zaburzenia możliwie przejrzystym dokonano standaryzacji nominalnej wielkości zaburzenia na poziomie

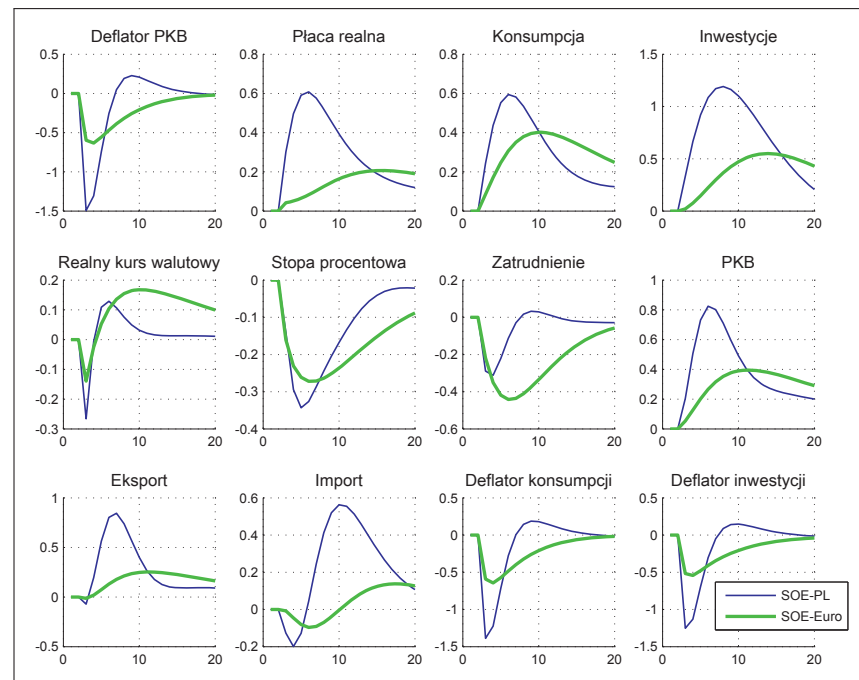
¹Szczegółowy opis wszystkich funkcji reakcji modelu SOE-PL znajduje się w rozdziale 3.2, zaś Adolfson i in. (2005a) prezentują wyczerpującą analizę IRF modelu SOE-Euro

²Porównanie wartości kalibrowanych parametrów obu modeli zawiera tablica 3.1, rozkładów *a priori* parametrów estymowanych — tablica 3.2, natomiast charakterystyka rozkładów *a posteriori* modelu SOE-PL na tle SOE-Euro i kilku innych modeli DSGE znajduje się w rozdziale 3.1.4.

odpowiadającym oszacowanym wielkościom zaburzeń z modelu SOE-Euro. Pozwoli to zobrazować w jaki sposób różnice w wielkościach pozostałych głębokich parametrów obu modeli przekładają się na ich charakterystykę dynamiczną, tj. kierunek, skalę i kształt funkcji reakcji³.

Funkcje reakcji modelu SOE-PL przedstawione w rozdziale 3.2 zostały wyznaczone z wykorzystaniem symulacji stochastycznych, które pozwoliły zbudować 90% przedziały ufności dla reakcji zmiennych na zaburzenia. Prezentowana w niniejszym Aneksie analiza cech dynamicznych modeli SOE-PL i SOE-Euro została oparta o IRF wyznaczone na podstawie punktowych ocen estymowanych parametrów, a dokładniej — na podstawie średnich z rozkładów *a posteriori*.

Rysunek C.1. SOE-PL — SOE-Euro. Stacjonarne zaburzenie technologiczne.

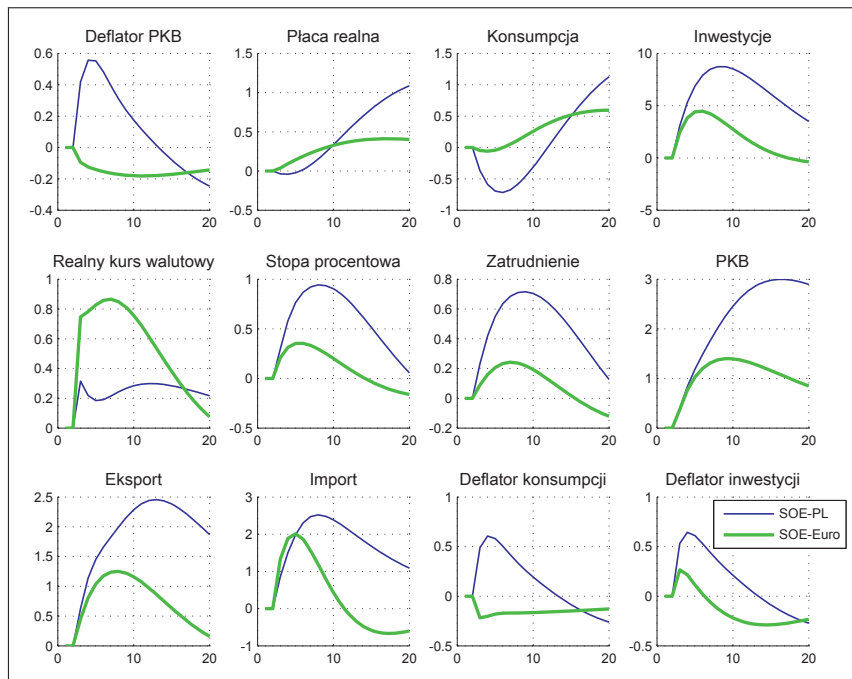


Stacjonarne zaburzenie technologiczne. Rysunek C.1 przedstawia porównanie funkcji reakcji obu modeli na stacjonarne zaburzenie technologiczne. Kierunek reakcji zmiennych w obu modelach jest zgodny, natomiast kształt i skala reakcji charakteryzuje się znacznymi różnicami. Przede wszystkim, w modelu SOE-Euro widoczna jest słabsza, mierzona wielkością maksymalnych odchyżeń, reakcja zmiennych, ma ona jednak, w przypadku

³Funkcje reakcji na rysunkach zamieszczonych w niniejszym Aneksie uwzględniają łączny wpływ wszystkich różnic w wielkościach parametrów między modelami. Aby ocenić rolę poszczególnych parametrów dokonano szczegółowej analizy wpływu zmiany pojedynczego parametru na omawiane funkcje reakcji.

części zmiennych, nieco trwalszy charakter. Wynika to z większej uporczywości zaburzenia jakiego doświadczała gospodarka strefy euro. Za pozostałe różnice w IRF odpowiada większa, w przypadku modelu SOE-Euro, sztywność cen krajowych (parametr (ξ_d)). Większa sztywność cen powoduje blisko 3-krotnie mniejszy spadek inflacji. Skutkiem jest mniejsza obniżka stopy procentowej, a to przyczynia się do zdecydowanie bardziej umiarkowanego wzrostu konsumpcji i inwestycji, pogłębiając jednak redukcję zatrudnienia (spadek zatrudnienia łagodzi ostatecznie nieco większą sztywność rynku pracy strefy euro — parametr (ξ_e)). Ponadto, słabszy, w modelu SOE-Euro, wzrost konkurencyjności eksportu z tytułu spadku inflacji znacznie ogranicza skalę wzrostu eksportu. Jako, że sztywność cen (mierzona częstością reoptymalizacji cen przez producentów — parametrem (ξ_d)) okazuje się mieć niebagatelny wpływ na reakcje zmiennych, warto wspomnieć, że drugi z parametrów charakteryzujący proces kształtowania cen, odpowiedzialny za skalę indeksacji cen przeszłą inflacją — parametr (κ_d) — ma niewielki wpływ na kształt funkcji reakcji. Pomimo znacznych różnic w wielkościach tego parametru między modelami skutek dla kształtu IRF pozostaje minimalny.

Rysunek C.2. SOE-PL — SOE-Euro. Inwestycyjne zaburzenie technologiczne.

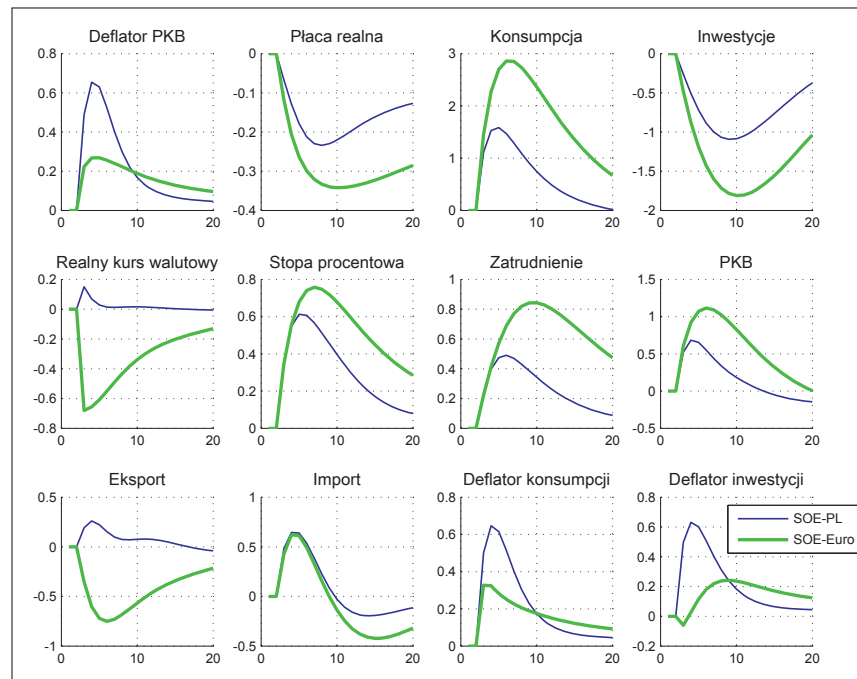


Inwestycyjne zaburzenie technologiczne. Różnice w reakcjach zmiennych na zaburzenie technologiczne specyficzne dla inwestycji (por. rysunek C.2) wynikają z kilku powodów. Przede wszystkim, skalę reakcji wszystkich zmiennych (maksymalne odchylenie oraz czas



powrotu do ścieżki bazowej) w modelu SOE-Euro zmniejsza niższa uporczywość zaburzenia. Dodatkowo, mniejszy udział importu w inwestycjach (ω_i) skutkuje niższym o ok. 1/3 wzrostem importu. Kilka cech gospodarki strefy euro (przyjmując, że model SOE-Euro jest jej dobrym opisem) wpływa jednak na wzmocnienie reakcji części zmiennych na omawiane zaburzenie w modelu SOE-Euro. Wolniejsza deprecjacja kapitału (parametr (δ)) powoduje większy wzrost inwestycji i zatrudnienia, ale pogłębia spadek konsumpcji. Pozytywny, choć niewielki, efekt dla wzrostu zatrudnienia mają również niższe narzuty na płace (parametr (λ_w)). Większa wartość parametru (\bar{S}'') informująca o większej efektywności inwestycji sprawia, że wzrost inwestycji, zatrudnienia, importu oraz eksportu jest silniejszy, z kolei większa sztywność cen (parametr ξ_d) powoduje o ok. połowę niższy wzrost inflacji, a tym samym wpływa pozytywnie na wszystkie zmienne realne.

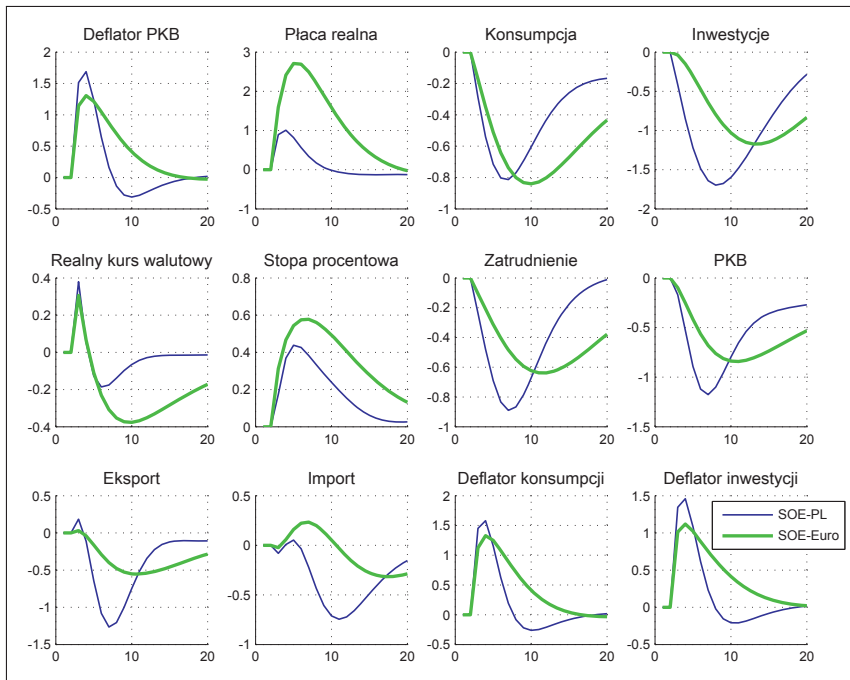
Rysunek C.3. SOE-PL — SOE-Euro. Zaburzenie preferencji konsumpcyjnych.



Zaburzenie preferencji konsumpcyjnych. Zaburzenie preferencji konsumpcyjnych charakteryzuje się większą uporczywością w modelu SOE-Euro, co wzmocnia nieco reakcje zmiennych oraz opóźnia czas powrotu do ścieżki bazowej (por. rysunek C.3). Ważną rolę odgrywają sztywności realne związane z przyzwyczajeniami konsumpcyjnymi konsumentów (parametr (b)), które większe są w przypadku strefy euro. Skutkiem zaburzenia preferencji konsumpcyjnych (wzrostu konsumpcji) przy większych sztywnościach zachowań konsumpcyjnych konsumentów jest utrwalenie tego zjawiska — silniejszy wzrost konsumpcji, zatrudnienia i inflacji, a w efekcie większy spadek płacy realnej i inwestycji,

przy jednoczesnym pozytywnym, ogólnym wpływie na PKB. Obserwowany na rysunku C.3 jednak mniejszy wzrost inflacji w modelu SOE-Euro wynika głównie z większej sztywności cen — parametru (ξ_d), nie ma ona natomiast większego wpływu na ostateczny kształt IRF pozostałych zmiennych. Ważnym parametrem, odwracającym kierunek reakcji realnego kursu walutowego oraz eksportu jest parametr ($\lambda^{m,c}$), informujący o wielkości marż na konsumpcyjne dobra importowane. Wyższe marże na te dobra w strefie euro prowadzą *ceteris paribus* do bardziej umiarkowanego wzrostu importu, przyczyniając się do aprecjacji realnego kursu walutowego, a w efekcie do spadku eksportu. Czynnikiem, który łagodzi te reakcje jest mniejszy udział importu w inwestycjach w strefie euro (mniejsza wartość parametru (ω_i)) — ograniczenie inwestycji przy mniejszym udziale w nich importu powoduje, *ceteris paribus*, większy wzrost importu, co sprzyja deprecjacji realnego kursu walutowego oraz wzrostowi eksportu.

Rysunek C.4. SOE-PL — SOE-Euro. Zaburzenie podaży pracy.

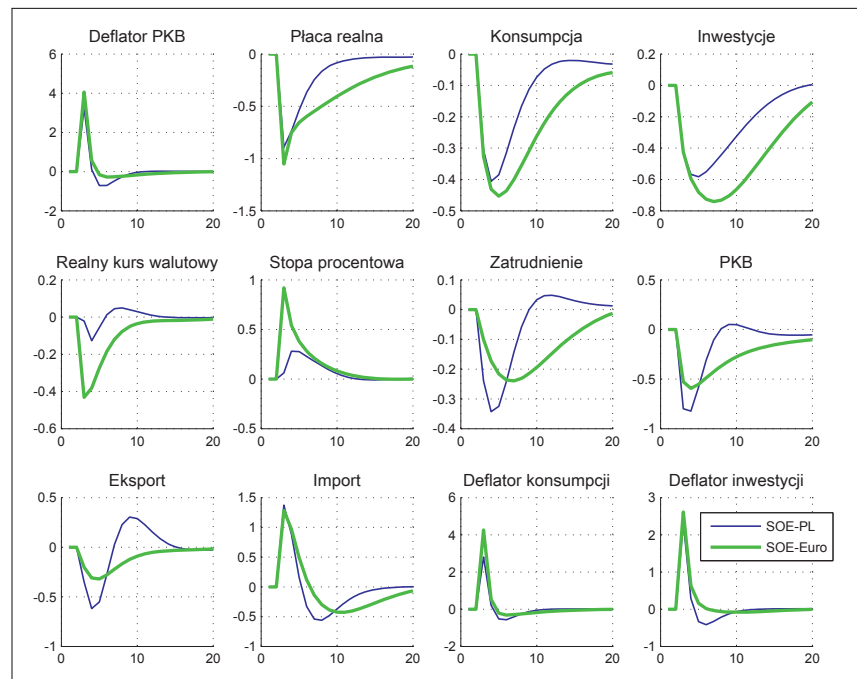


Zaburzenie podaży pracy. Po raz kolejny reakcje zmiennych na zaburzenie w modelu SOE-Euro, tym razem zaburzenie podaży pracy (por. rysunek C.4), pogłębia uporczywość zaburzenia. Kolejny raz również duże znaczenie okazuje się mieć sztywność krajowych cen (parametr (ξ_d)). Z powodu większej sztywności cen w modelu SOE-Euro, maksymalny wzrost inflacji *ceteris paribus* jest o ponad 2/3 niższy niż w polskiej wersji modelu, dzięki czemu następuje znacznie większy wzrost płacy realnej. Z powodu mniejszego wzrostu inflacji podwyżka stóp procentowych może być również dużo bardziej umiarkowana,



co w połączeniu z wyższymi realnymi płacami skutkuje znacznie mniejszym spadkiem składowych PKB. Ponadto, większa sztywność cen działa wygładzająco i wyrównująco na inflację, dzięki czemu po okresie wzrostu inflacji następuje jedynie minimalny jej spadek poniżej ścieżki bazowej. Przeciwny, do sztywności cen, efekt ma sztywność płac (parametr (ξ_w)), większa w strefie euro — umacnia ona wywołany zaburzeniem podaży pracy efekt wzrostu płac. Wzrost płac znajduje z kolei odzwierciedlenie w wyższej inflacji z całą tego konsekwencją — większą podwyżką stopy procentowej i większym spadkiem składowych PKB oraz zatrudnienia. Będący konsekwencją zaburzenia spadek eksportu jest w strefie euro o ponad połowę mniejszy aniżeli w Polsce ze względu na mniejszą substytucyjność, przez światowych nabywców, eksportu gospodarek strefy euro dobrami światowymi (parametr (η_f)). Wyższa wartość parametru (η_f) dla Polski oznacza łatwiejszą zastępowalność naszego eksportu innymi dobrami dostępnymi na rynku światowym, przez co jego spadek jest znacznie większy.

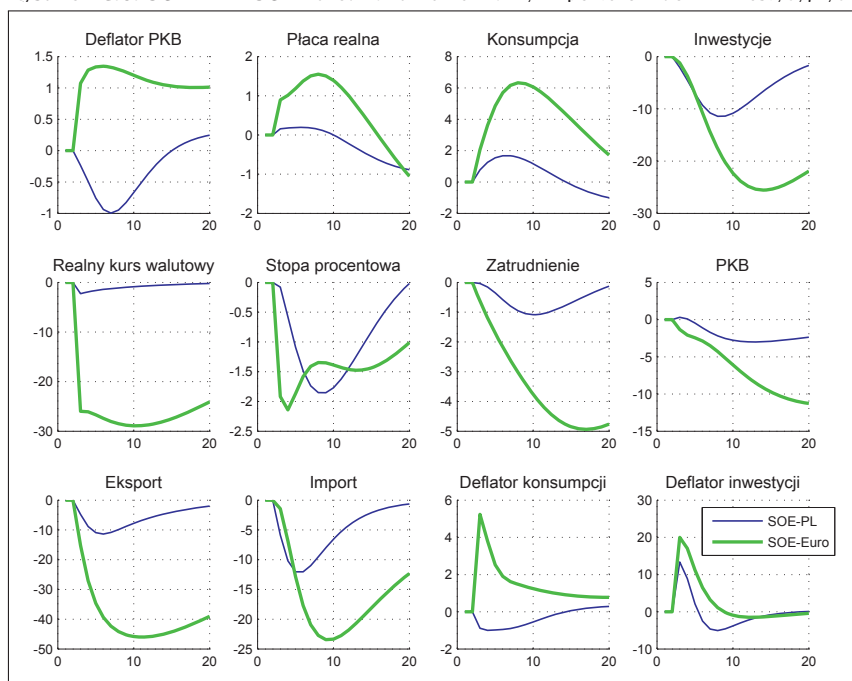
Rysunek C.5. SOE-PL — SOE-Euro. Zaburzenie marży krajowych producentów dóbr pośrednich.



Zaburzenie marży krajowych producentów dóbr pośrednich. W przypadku zaburzenia marży producentów dóbr krajowych (por. rysunek C.5) współczynnik autokorelacji procesu opisującego zaburzenie jest w obu modelach równy zero. Podobnie jak w przypadku zaburzenia podaży pracy, z powodu słabszej, w porównaniu z gospodarką polską, substytucyjności eksportu gospodarek strefy euro dobrami światowymi, spadek eksportu w

modelu SOE-Euro jest dużo bardziej ograniczony. Zaburzenie marży producentów dóbr krajowych uwidacznia rolę, w przypadku innych zaburzeń niewielką, parametru (κ_d), tj. parametru informującego o stopniu indeksacji cen przeszłą inflacją oraz celem inflacyjnym. Przypomnijmy — mniejsza wartość parametru (κ_d) oznacza, że producenci optymalizując ceny przykładają mniejszą wagę do przeszłej inflacji na rzecz celu inflacyjnego i tak właśnie jest w modelu SOE-Euro. Skutkiem mniejszej wartości parametru (κ_d) jest nieznacznie mniejszy wzrost inflacji oraz stopy procentowej, ze wszystkim tego konsekwencjami, czyli mniejszym spadkiem PKB i zatrudnienia. Dokładnie przeciwny efekt do skutków mniejszej wartości parametru indeksacji cen ma większa ich sztywność (parametr (ξ_d)). Wzrost cen wywołany wzrostem marży, w połączeniu z bardziej sztywnymi cenami, prowadzi bowiem do znacznie wyższego wzrostu inflacji, a w efekcie większych podwyżek stopy procentowej. Konsekwencje dla składowych PKB i zatrudnienia są bardzo wyraźne — następuje ponad dwukrotnie większy spadek tych wielkości.

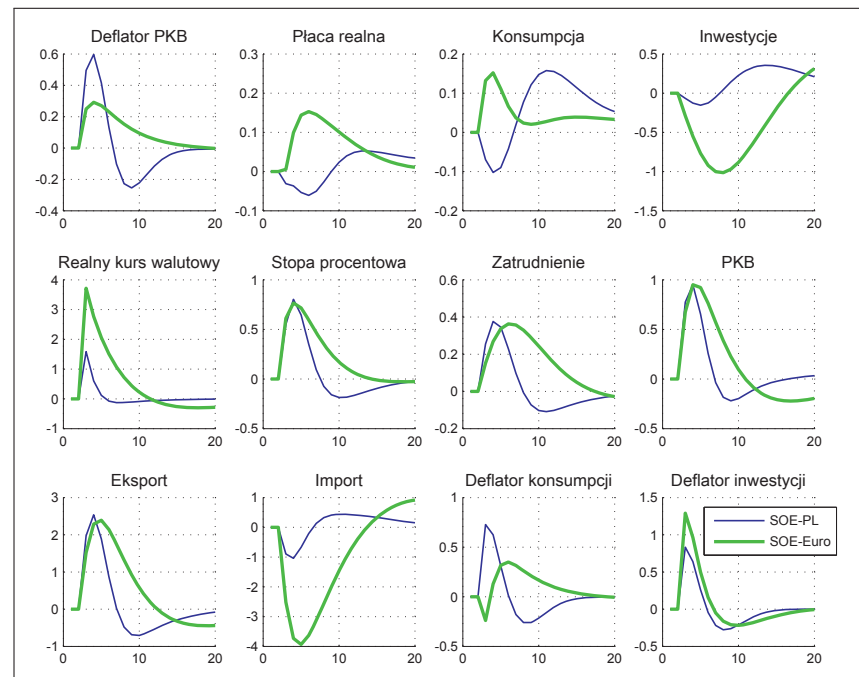
Rysunek C.6. SOE-PL — SOE-Euro. Zaburzenie marży importerów dóbr inwestycyjnych.



Zaburzenie marży importerów dóbr inwestycyjnych Znacznie większa inercja dodatniego zaburzenia marży importerów dóbr inwestycyjnych w strefie euro (por. rysunek C.6) zwielokrotnia reakcję składowych PKB oraz zatrudnienia — efektem zaburzenia jest ponad 20 procentowy spadek eksportu i importu oraz ponad 30 procentowy spadek inwestycji. W związku z tym, że te drastyczne spadki następują po ok. 8 kwartałach, natomiast wcześniej dochodzi do zwiększonego wzrostu konsumpcji, mamy do czynienia w przypadku modelu

SOE-Euro, ze wzrostem, a nie spadkiem, inflacji mierzonej deflatorem konsumpcji oraz PKB. Oprócz samego zaburzenia, kilka innych parametrów ma znaczący wpływ na różnice w kształcie funkcji reakcji. Mniejsza wartość parametru (η_f) w modelu SOE-Euro, z przyczyn omówionych przy zaburzeniu podaży pracy, ogranicza spadek eksportu. Z kolei mniejsza elastyczność substytucji importowanych dóbr inwestycyjnych dobrami krajowymi, czyli parametr (η_i), powoduje, że również spadek importu w strefie euro jest nieco mniejszy. Konsekwencją mniejszej zastępowalności importowanych dóbr inwestycyjnych dobrami krajowymi jest jednak większy spadek inwestycji i w efekcie również PKB oraz zatrudnienia. Jednocześnie, fakt, iż import stanowi mniejszą, w porównaniu z gospodarką polską, część inwestycji, powoduje złagodzenie spadku inwestycji. Warto również zauważyć, że sztywność krajowych cen, w obliczu omawianego zaburzenia, nie ma tak znaczących konsekwencji, jak w przypadku większości pozostałych zaburzeń. Znaczące konsekwencje ma natomiast sztywność cen importowanych dóbr inwestycyjnych (parametr ($\xi_{m,i}$)). W modelu SOE-PL optymalizacja cen przez importerów odbywa się raz na 11 tygodni, w modelu SOE-Euro — niecały miesiąc rzadziej. Efektem tego jest dwukrotnie większy spadek inwestycji, eksportu, PKB i zatrudnienia w strefie euro.

Rysunek C.7. SOE-PL — SOE-Euro. Zaburzenie premii za ryzyko.

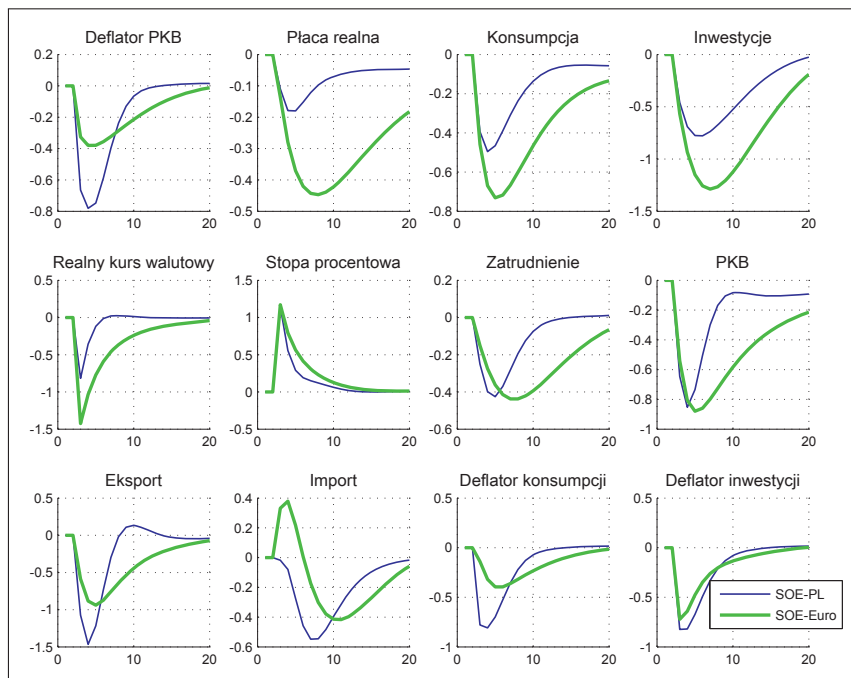


Zaburzenie premii za ryzyko. W porównaniu IRF na zaburzenie premii za ryzyko (por. rysunek C.7) zwraca uwagę odwrotna reakcja płacy realnej i konsumpcji — w modelu SOE-Euro następuje wzrost tych wielkości. Różnica ta wynika ze sztywności cen (parametru

ξ_d)), bowiem jej większa wartość, jak ma to miejsce w strefie euro, powoduje znacznie bardziej umiarkowany wzrost inflacji, czego skutkiem jest wzrost, a nie spadek, płacy realnej. Efektem jest, co prawda niewielki, wzrost konsumpcji. Uporczywość zaburzenia jest z kolei znacznie mniejsza w modelu SOE-PL.

Zaburzenie premii za ryzyko można również wykorzystać do oszacowania *pass-through* kursu walutowego, ponieważ jest to zaburzenie bezpośrednio wpływające na oczekiwania co do zmian nominalnego kursu walutowego. Na podstawie funkcji reakcji inflacji importowanych dóbr konsumpcyjnych i inwestycyjnych oraz nominalnego kursu walutowego można obliczyć stopień przeniesienia zmiany kursu walutowego na ceny tych dóbr. W przypadku importowanych dóbr konsumpcyjnych, zmiana nominalnego kursu walutowego o 10% (wywołana zaburzeniem premii za ryzyko) powoduje zmianę ich cen o 2,4%, natomiast w przypadku dóbr inwestycyjnych zmiana ta jest nieco mniejsza i wynosi 2%. Różnice w reakcjach wynikają wyłącznie z większej sztywności cen dóbr inwestycyjnych (por. tablica 3.3). Autorzy modelu SOE, dla strefy euro, obliczyli te wielkości na poziomie, odpowiednio, 4,5% i 1,8%, co także jest zgodne z różnicami w wartościach oszacowań sztywności cen poszczególnych kategorii dóbr importowanych wewnątrz strefy euro, jak również z różnicami w sztywnościach cen między gospodarką polską a gospodarką strefy euro.

Rysunek C.8. SOE-PL — SOE-Euro. Zaburzenie stopy procentowej.



Zaburzenie stopy procentowej. Reakcja zmiennych na nieoczekiwany wzrost stopy procentowej (z wyjątkiem początkowej reakcji importu), co do kierunku, jest w obu modelach zgodna (por. rysunek C.8). W obu modelach założono również, że zaburzenie to całkowicie wygasa w następnym kwartale (współczynnik autokorelacji jest równy zero). Kluczowe znaczenie dla różnic w funkcjach reakcji modeli SOE-PL i SOE-Euro mają trzy parametry. Pierwszy z nich to stopień „wygładzania” stopy procentowej w regule Taylora (parametr (ρ_R)), który jest nieco wyższy w modelu SOE-Euro. Konsekwencją większego „wygładzania” jest wolniejszy proces dostosowywania się stopy procentowej, a tym samym zaburzenie polegające na jej nieoczekiwanym wzroście powoduje, że pojawia się presja na utrzymywanie się stopy procentowej dłużej na wyższym poziomie. Wpływa to oczywiście na zmienne realne powodując większy spadek PKB i składowych, a w związku z tym również zatrudnienia. Drugim parametrem jest sztywność cen (parametr (ξ_d)), która, jak pamiętamy, jest większa w SOE-Euro. Konsekwencją bardziej sztywnych cen jest mniejszy spadek inflacji, który przekłada się na większy spadek płacy realnej oraz nieco większą podwyżkę stóp procentowych. W efekcie następuje silniejsza, negatywna reakcja PKB i jego składowych, jak również zatrudnienia. Dodatkowo, większa sztywność płac (parametr (ξ_w)) w strefie euro, również przyczynia się do nieznacznego pogłębienia redukcji zatrudnienia i spadku inwestycji oraz PKB. Za odwrotną reakcję importu (wzrost) w początkowym okresie po zaburzeniu w modelu SOE-Euro odpowiedzialna jest mniejsza, niż polskiego eksportu, substytucyjność eksportu strefy euro z punktu widzenia gospodarki światowej (parametr (η_f)). Mniejsza substytucyjność eksportu w modelu SOE-Euro prowadzi bowiem do mniejszego spadku wielkości eksportu, a ten do większej aprecjacji realnego kursu walutowego, co w konsekwencji skutkuje wzrostem importu.

Bibliografia

- Adolfson, M., Laséen, S., Lindé, J. i Villani, M. 2005a. Bayesian estimation of an open economy DSGE model with incomplete pass-through. *Sveriges Riskbank Working Paper Series* 179.
- Adolfson, M., Laséen, S., Lindé, J. i Villani, M. 2005b. Evaluating an estimated New Keynesian small open economy model. Sveriges Riskbank, Manuscript.
<http://www.georgetown.edu/sfs/cges/B0S.pdf>
- Adolfson, M., Laséen, S., Lindé, J. i Villani, M. 2006. Evaluating an estimated New Keynesian small open economy model. Sveriges Riskbank, Manuscript.
http://www.bof.fi/eng/7_tutkimus/DSGE_2006/DSGE_2006_Linde_pres.pdf
- Adolfson, M., Lindé, J. i Villani, M. 2005c. Forecasting performance of an open economy dynamic stochastic general equilibrium model. *Sveriges Riskbank Working Paper Series* 190.
- Altig, D., Christiano, L., Eichenbaum, M. i Lindé, J. 2004. Firm-specific capital, nominal rigidities and the business cycle. Manuscript.
<http://www.faculty.econ.northwestern.edu/faculty/christiano/research>
- Altig, D., Christiano, L., Eichenbaum, M. i Lindé, J. 2005. Technical appendix to firm-specific capital, nominal rigidities and the business cycle. Manuscript.
<http://www.faculty.econ.northwestern.edu/faculty/christiano/research>
- Alvarez-Lois, P., Harrison, R. i Pissitelli, L. 2005a. Derivations of core model equations. Bank of England, Appendix to Harrison i in. (2005).
<http://www.bankofengland.co.uk/publications/other/bequm/index.htm>
- Alvarez-Lois, P., Harrison, R., Pissitelli, L. i Scott, A. 2005b. Taking DSGE models to the policy environment. Bank of England, Manuscript.
<http://www12.georgetown.edu/sfs/cges/B0E.pdf>
- Ambler, S., Dib, A. i Rebei, N. 2003. Nominal rigidities and exchange rate pass-through in a structural model of a small open economy. *Bank of Canada Working Paper* 29.
- Amisano, G. i Tristani, O. 2005. Euro Area inflation in an estimated nonlinear DSGE model. Manuscript.
<http://www.iew.unizh.ch/seminars/download/Amisano.pdf>
- An, S. i Schorfheide, F. 2005. Bayesian analysis of DSGE models. *CEPR Discussion Paper Series* 5207.
- Anderson, G. i Moore, G. 1985. A linear algebraic procedure for solving linear perfect foresight models. *Economic Letters* 17, str. 247–252.
- Bayoumi, T., Laxton, D., Faruqee, H., Hunt, B., Karam, P., Lee, J., Rebucci, A. i Tchakarov, I. 2004. GEM: A new international macroeconomic model. *IMF Occasional Paper* 239.
- Benesz, A., Hledik, T. i Vavra, D. 2005. An economy in transition and DSGE: What the Czech

- National Bank's new projection model needs. Czech National Bank, Monetary and Statistics Department, Manuscript.
- Bergin, P. R. i Tchakarov, I. 2003. Does exchange rate risk matter for welfare? Working Paper 9900, NBER.
- Blanchard, J. O. i Khan, C. 1980. Solution of linear difference models under rational expectations. *Econometrica* 48, str. 1305–1312.
- Boivin, J. i Giannoni, M. 2005. DSGE models in a data-rich environment. Manuscript.
- Brooks, S. P. 1998. Markov Chain Monte Carlo methods and its applications. *The American Statistician* 47, str. 69–100.
- Brooks, S. P. i Gelman, A. 1996. General methods for monitoring convergence of iterative simulations. Manuscript.
<http://www.statslab.cam.ac.uk/~steve/mypapers/brog96.ps>
- Calvo, J. 1983. Staggered contracts in a utility-maximising framework. *Journal of Monetary Economics* 12, str. 383–398.
- Campbell, J. Y. 1994. Inspecting the mechanism. An analytical approach to the stochastic growth model. *Journal of Monetary Economics* 33, str. 463–506.
- Canova, F. 2005. Methods for applied macroeconomic research. Manuscript, ver. 5.0.
<http://www.econ.upf.edu/crei/people/canova/publications.html>
- Canova, F. i Sala, L. 2005. Back to square one: Identification issues in DSGE models. Working paper no. 927, Universitat Pompeu Fabra. Manuscript.
<http://www.econ.upf.edu/eng/research/onepaper.php?id=927>
- Chari, V. V., Kehoe, P. J. i McGrattan, E. R. 2002. Can sticky price models generate volatile and persistent real exchange rates. *Review of Economic Studies* 69, str. 533–563.
- Chib, S. i Greenberg, E. 1995. Understanding the Metropolis-Hastings algorithm. *The American Statistician* 49, str. 327–335.
- Chow, G. C. 1997. *Dynamic Economics. Optimization by the Lagrange Method*. Oxford University Press. ISBN 0-19-510192-8.
- Christiano, L., Eichenbaum, M. i Evans, C. 2001. Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. Working Paper 8403, NBER.
- Christiano, L., Eichenbaum, M. i Evans, C. 2003. Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. Manuscript.
- Christiano, L., Eichenbaum, M. i Evans, C. 2005. Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *The Journal of Political Economy* 113, str. 1–45.
- Coenen, G., McAdam, P. i Straub, R. 2006. Tax reform and labour-market performance in the Euro Area: A simulation-based analysis using New Area-Wide Model. EBC, Manuscript.
- Cúrdia, V. i Finocchiaro, D. 2005. An estimated DSGE model for Sweden with a monetary regime change. Seminar paper no. 740, IIES.
<http://www.priceton.edu/~curdia/Research.html>
- Dam, N. A. i Linaa, J. G. 2004. Estimating a small open DSGE model on Danish data. Manuscript.
- de Walque, G., Smets, F. i Wouters, R. 2005. An estimated two-country DSGE model for the Euro Area and the US economy. National Bank of Belgium, Manuscript.
- Dib, A. 2001. An estimated canadian DSGE model with nominal and real rigidities. Bank of Canada, Manuscript.
- Dixit, A. K. i Stiglitz, J. E. 1977. Monopolistic competition and optimum product diversity. *The American Economic Review* 67, str. 287–308.
- Donthine, J.-P. i Donaldson, J. B. 1995. Computing equilibria of nonoptimal economies. W. T. F. Cooley (red.), *Frontiers of Business Cycle Research*, rozdział 2. Princeton University Press. ISBN 0-691-04323-X (cl.).
- Engel, C. 1996. The forward discount anomaly and the risk premium. A survey of recent evidence.

- Journal of Empirical Finance* 3, str. 123–192.
- Erceg, C., Guerrieri, L. i Gust, C. 2004. SIGMA: A new open economy model for policy analysis. *BGFRS International Finance Discussion Papers* 835.
- Erceg, C. J., Henderson, D. W. i Levin, A. T. 2000. Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts. *Journal of Monetary Economics* 46, str. 281–313.
- Fukac, M. i Pagan, A. 2006. Issues in adopting DSGE models for use in the policy process. *CAMA Working Papers Series* 10.
- Fukac, M., Pagan, A. i Pavlov, V. 2006. Econometric issues arising from DSGE models. Manuscript. <http://www.rbnz.nz/research/workshop/27jun06/2647404.pdf>
- Gali, J. i Gertler, M. 1999. Inflation dynamics: A structural econometric analysis. *Journal of Monetary Economics* 44, str. 195–222.
- Geweke, J. 1999. Using simulation methods for Bayesian econometric models: Inference, development, and communications. *Econometric Reviews* 18, str. 1–126.
- Hamilton, J. D. 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press. ISBN 0-691-04289-6.
- Hansen, G. D. i Prescott, E. C. 1995. Recursive methods for computing equilibria of business cycle models. W T. F. Cooley (red.), *Frontiers of Business Cycle Research*, rozdział 2. Princeton University Press. ISBN 0-691-04323-X (cl.).
- Harrison, R., Nikolov, K., Quinn, M., Ramsay, G., Scott, A. i Thomas, R. 2005. The Bank of England quarterly model. Bank of England. <http://www.bankofengland.co.uk/publications/other/bequm/index.htm>
- Hastings, W. 1970. Monte Carlo sampling methods using Markov Chains and their applications. *Biometrika* 57.
- Holmberg, K. 2006. Derivation and estimation of a New Keynesian Phillips Curve in a small open economy. *Sveriges Riskbank Working Paper Series* 197.
- Ireland, P. N. 2004. A method for taking models to the data. *Journal of Economic Dynamics & Control* 28, str. 1205–1226.
- Jondeau, E. i Sahuc, J.-G. 2005. Optimal monetary policy in an estimated DSGE model of the Euro Area with cross-country heterogeneity. Manuscript.
- Judd, K. L. 1996. Approximation, perturbation, and projection solution methods in economics. W H. M. Amman, D. A. Kendrick, J. Rust, M. Intriligator i K. Arrow (red.), *Handbook of Computational Economics*, volume 1, rozdział 12. Elsevier. ISBN 0-444-89857-3.
- Justiniano, A. i Preston, B. 2004. Small open economy DSGE models: Specification, estimation, and model fit. Manuscript. <http://www.columbia.edu/~bp2121>
- Kapetanios, G., Pagan, A. i Scott, A. 2005. Making a match: Combining theory and evidence in policy-oriented macroeconomic modelling. *CAMA Working Paper* 1.
- Kilponen, J. i Ripatti, A. 2006. Introduction to Aino. Bank of Finland, Manuscript.
- Klein, P. 2000. Using the generalized Schur form to solve a multivariate linear rational expectations model. *Journal of Economic Dynamics & Control* 24, str. 1405–1423.
- Koop, G. 2003. *Bayesian Econometrics*. Wiley. ISBN 0-470-84567-8.
- Kłós, B. 2002. Mały strukturalny model inflacji. Wersja 3.5.6. *Materiały i Studia, NBP* 155. <http://www.nbp.pl>
- Kłós, B., Kokoszcyński, R., Łyziak, T., Przystupa, J. i Wróbel, E. 2004. Modele strukturalne w prognozowaniu inflacji w Narodowym Banku Polskim. *Materiały i Studia, NBP* 180. <http://www.nbp.pl>
- Kowal, P. 2004. Model wzrostu i model średnioterminowy. Opis modelu i jego podstawowych własności. Ministerstwo Gospodarki, Pracy i Polityki Społecznej, Manuscript.
- Lane, P. 1999. The new open economy macroeconomics: A survey. *Journal of International Economics* 54, str. 235–266.

- Lubik, T. i Schorfheide, F. 2006. A Bayesian look at New Open Economy Macroeconomics, str. 313–366. W M. Gertler i K. Rogoff (red.), *NBER Macroeconomics Annual 2005*, rozdział 5. The MIT Press. ISBN 0-262-57234-6.
- Maih, J. 2005. Wage-price dynamics in Bayesian DSGE model with imperfect exchange rate pass-through. The University of Oslo, Manuscript.
<http://www.oekonomi.uio.no/seminar/torsdag-v05/maih.pdf>
- McCallum, B. 1998. Solutions to linear rational expectations models: a compact exposition. *Economic Letters* 61, str. 143–147.
- Murchison, S. 2004. An introduction to TOTEM. Bank of Canada, Manuscript.
- Osiewalski, J. 2001. *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie. ISBN 83-7252-086-0.
- Pagan, A. 2003a. An examination of some tools for macro-econometric model building. METU lecture, ERC Conference VII, Ankara.
- Pagan, A. 2003b. Report on modelling and forecasting at the Bank of England. Manuscript.
- Pytlarczyk, E. 2005. An estimated DSGE model for the German economy within the euro area. *Deutsche Bundesbank Discussion Paper, Series 1: Economic Studies* 33.
<http://www.bunsesbank.de/download/volkwirtschaft/2005/200533dkp.pdf>
- Rotemberg, J. i Woodford, M. 1998. Interest-rate rules in an estimated sticky price model. *NBER Working Paper* 6618.
- Ruge-Murcia, F. J. 2003. Methods to estimate dynamic stochastic general equilibrium models. Manuscript.
- Schmitt-Grohé, S. i Uribe, M. 2003. Closing small open economy models. *Journal of International Economics* 61, str. 163–185.
- Schmitt-Grohé, S. i Uribe, M. 2004. Solving dynamic general equilibrium models using a second-order approximation to the policy function. *Journal of Economic Dynamics & Control* 28, str. 755–775.
- Sims, C. 2000. Solving linear rational expectations models. Manuscript.
<http://sims.princeton.edu/yftp/gensys/LINRE2A.pdf>
- Smets, F. i Wouters, R. 2002a. An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the Euro Area. *ECB Working Papers Series* 171.
- Smets, F. i Wouters, R. 2002b. Openness, imperfect exchange rate pass-through and monetary policy. *Journal of Monetary Economics* 49, str. 913–940.
- Smets, F. i Wouters, R. 2004. Forecasting with a Bayesian DSGE model: An application to the Euro Area. *ECB Working Papers Series* 389.
- Uhlig, H. 1995. A toolkit for analyzing nonlinear dynamic stochastic models easily. *Institute for Empirical Macroeconomic, Federal Reserve Bank of Minneapolis Discussion Paper* 101.
- Woodford, M. 2003. *Interest and Prices. Foundations of a Theory of Monetary Policy*. Princeton University Press. ISBN 0-691-01049-8.