

MATERIAŁY I STUDIA

Zeszyt nr 251

SOE^{PL 2009} – Model DSGE małej otwartej
gospodarki estymowany na polskich danych

Specyfikacja, oceny parametrów, zastosowania

Grzegorz Grabek
Bohdan Kłos
Grzegorz Kołoch

Warszawa, 2010 r.

GRZEGORZ GRABEK, BOHDAN KŁOS, GRZEGORZ KOŁOCH, SOE^{PL-2009} – *Model DSGE małej otwartej gospodarki estymowany na polskich danych. Specyfikacja, oceny parametrów, zastosowania*, Biuro Badań Stosowanych, Instytut Ekonomiczny, Narodowy Bank Polski, Warszawa, 2010 (kompilacja dokumentu: 807.14.2.2011)

Kontakt:

✉ Bohdan.Klos@mail.nbp.pl ☎ (0 48 22) 653 15 87
✉ Grzegorz.Grabek@mail.nbp.pl ☎ (0 48 22) 585 41 08
✉ Grzegorz.Koloch@mail.nbp.pl ☎ (0 48 22) 653 21 79

Opracowanie przedstawia osobiste poglądy autorów, a nie instytucji, z którą autorzy współpracują (współpracowali) lub przy której są (byli) afiliowani.

Projekt graficzny:

Oliwka s.c.

Montaż i druk:

Drukarnia NBP

Wydał:

Narodowy Bank Polski
Departament Edukacji i Wydawnictw
00-919 Warszawa, ul. Świętokrzyska 11/21
tel. (22) 653 23 35, fax (22) 653 13 21

© Copyright Narodowy Bank Polski, 2010

Materiały i Studia są rozprowadzane bezpłatnie.

Dostępne są również na stronie internetowej NBP: <http://www.nbp.pl>

 Spis treści

Wstęp	6
I Geneza i anatomia dynamicznych stochastycznych modeli równowagi ogólnej	10
1 Nowokeynesowski model DSGE — geneza	11
1.1 Metodyka Komisji Cowlesa	11
1.1.1 Problemy z identyfikacją statystyczną i strukturalną	12
1.2 Modele LSE i VAR	14
1.2.1 Metodyka LSE	14
1.2.2 Metodyka VAR	14
1.3 Metodyka współczesnej makroekonomii	16
1.3.1 Teoria realnego cyklu koniunkturalnego	18
1.3.2 Standardowy model bez sztywności	20
1.3.3 Reprezentatywne gospodarstwo domowe	21
1.3.4 Reprezentatywne przedsiębiorstwo	22
1.3.5 Równowaga ogólna	23
1.3.6 Konsekwencje dla polityki pieniężnej	24
1.4 Nowa synteza neoklasyczna	24
1.4.1 Standardowy model nowokeynesowski	25
1.4.2 Reprezentatywne gospodarstwo domowe	26
1.4.3 Przedsiębiorstwa	27
1.4.4 Równowaga ogólna	28
1.4.5 Konsekwencje dla polityki pieniężnej	28
2 Model DSGE — anatomia	32
2.1 Wartości parametrów	36
2.1.1 Kalibracja	37
2.1.2 Metoda największej wiarygodności	37
2.1.3 Estymacja bayesowska	39
2.2 Filtr Kalmana	40
2.3 Algorytm Metropolis-Hastingsa	42
2.4 Zastosowania modelu	43
2.4.1 Identyfikacja szoków strukturalnych	43

2.4.2	Analiza funkcji reakcji	44
2.4.3	Dekompozycja wariacji	45
2.4.4	Prognozy bezwarunkowe	46
II	Specyfikacja modelu DSGE $SOE^{PL-2009}$	48
3	$SOE^{PL-2009}$ — rys ogólny	49
3.1	Model SOE^{Euro} — pierwowzór modeli rodziny SOE^{PL}	49
3.2	Rodzina modeli SOE^{PL} , wersja $SOE^{PL-2009}$	51
3.3	Podstawowe założenia modelu $SOE^{PL-2009}$	52
4	Problemy decyzyjne, warunki równowagi, bilanse makroekonomiczne modelu	58
4.1	Postęp techniczny	58
4.2	Otoczenie gospodarki	59
4.3	Producenci	60
4.3.1	Agregatorzy	60
4.3.2	Producenci krajowych dóbr pośrednich	61
4.3.3	Importerzy	63
4.3.4	Eksporterzy	64
4.4	Gospodarstwa domowe	65
4.5	Zachowania pozostałych podmiotów	71
4.5.1	Bank centralny	71
4.5.2	Rząd	72
4.6	Makroekonomiczne warunki bilansowe	74
4.6.1	Zyski w gospodarce	74
4.6.2	Dochody i wydatki gospodarstw domowych	76
4.6.3	Budżet państwa	76
4.6.4	Bilans monetarny	77
4.6.5	Bilans płatniczy	77
4.6.6	Bilans zasobów	79
III	Wyniki estymacji i cechy modelu DSGE $SOE^{PL-2009}$	81
5	Postaci modelu, dane, modele SVAR	82
5.1	Postaci modelu	82
5.2	Zmienne obserwowalne, dane	83
5.3	Modele SVAR	85
5.3.1	SVAR fiskalny	85
5.3.2	SVAR gospodarki światowej	86
6	Oceny parametrów — kalibracja, optymalizacja, stan ustalony	88
6.1	Kalibracja parametrów	89
6.2	Rozkłady <i>a priori</i> i wyniki estymacji	90
6.3	Oceny parametrów — wnioski	93
6.3.1	Rozwiązanie stanu ustalonego	93
6.3.2	Zmiany strukturalne	95
6.3.3	Sztywności nominalne	96

7	Dekompozycje wariancji, funkcje reakcji i estymacja zaburzeń	98
7.1	Dekompozycje wariancji	98
7.1.1	Reżim pierwszy	99
7.1.2	Reżim drugi	100
7.2	Funkcje reakcji	106
7.3	Wyładzanie — oszacowania zaburzeń strukturalnych	120
8	Dekompozycje historyczne i prognozy	124
8.1	Dekompozycje historyczne	124
8.2	Technika prognozowania	128
8.3	Własności prognostyczne modelu SOE ^{PL-2009} w próbie	129
8.3.1	Jednowymiarowe miary jakości prognostycznej	130
8.3.2	Wielowymiarowe miary jakości prognostycznej	131
8.3.3	Prognozy kroczące	132
	Uwagi końcowe	135
IV	Aneksy	137
A	Lista równań, lista zmiennych	138
	Postaci modelu	138
	Lista zmiennych modelu	139
	Lista równań postaci strukturalnej modelu	142
	Rozwiązanie stanu ustalonego	147
B	Model SVAR gospodarki światowej	151
	Identyfikacja modelu SVAR	151
	Wyniki estymacji modelu SVAR	151
C	Zbieżność do stanu ustalonego	153
D	Analiza dokładności prognoz	154
	Bibliografia	161

Wstęp

Opracowanie dokumentuje efekty prac nad dynamicznym stochastycznym modelem równowagi ogólnej (DSGE) SOE^{PL} , które były prowadzone w ostatnich latach w Narodowym Banku Polskim, początkowo w Biurze Badań Makroekonomicznych, a ostatnio w Biurze Badań Stosowanych Instytutu Ekonomicznego. W roku 2009 zespół, składający się z autorów niniejszego materiału, opracował nową wersję modelu $SOE^{PL-2009}$, która od początku 2010 roku jest wykorzystywana do budowania rutynowych, średniookresowych prognoz procesów inflacyjnych oraz koniunktury gospodarczej, wspomagając i uzupełniając stosowany do tej pory tradycyjny, strukturalny model makroekonometryczny oraz prognozy eksperckie.

W ostatnich latach wielu badaczy zaangażowało się w prace nad klasą estymowanych modeli makroekonomicznych (cykli koniunkturalnych), skupiającą w sobie efekty poszukiwań przynajmniej trzech istotnych nurtów badań ekonomicznych i ekonometrycznych:

- metodyki modelowania makroekonomicznego (stopniowego odchodzenia od tradycyjnych modeli strukturalnych w kierunku modeli odpornych na krytykę Lucasa i Simsa, silnie motywowanych mikroekonomią),
- teorii mikro- i makroekonomicznych (problematyki polityki pieniężnej, z akcentowaniem konsekwencji konkurencji niedoskonałej, roli sztywności nominalnych i realnych oraz zachowań antycypujących i optymalizujących podmiotów w warunkach niepewności, z wyraźnym zwróceniem się ku równowadze ogólnej),
- technik estymacji (ograniczenie kalibracji parametrów, rezygnacja z technik klasycznych na rzecz bayesowskich, z udostępnieniem modelom estymowanym tą techniką specyficznej dla metod bayesowskich aparatury kwantyfikacji ryzyka oraz systematycznego i kontrolowanego wprowadzania wiedzy spoza próby /eksperckiej/, poprawa dokładności prognoz).

Połączenie tych trzech wątków stworzyło klasę modeli — modeli DSGE — o dużym potencjale analitycznym i rozwojowym. Właśnie ich potencjał wydaje się najważniejszym powodem

zainteresowania banków centralnych badaniami w tym obszarze¹, badaniami, które mają bezpośrednie przełożenie na praktykę polityki pieniężnej.

Wraz z rozwojem metod numerycznych, ekonometrycznych i teorii ekonomii wiele banków centralnych uzupełnia, czy nawet zastępuje, tradycyjne strukturalne modele makroekonometryczne, których zastosowania prognostyczne są silnie wspomagane wiedzą ekspercką, estymowanymi modelami DSGE — modelami próbującymi tłumaczyć procesy gospodarcze w sposób bardziej jednoznaczny i systematyczny, w których wiedza ekspercka wprowadzana jest metodami bayesowskimi². Dzieje się tak, mimo iż nie istnieją formalne powody, dla których weryfikowana *ex post* dokładność prognoz z modeli DSGE powinna być większa niż w przypadku modeli klasycznych³. Modele DSGE dają jednak szansę strukturalnego (wewnętrznie spójnego, odwołującego się do zachowań podmiotów opisywanych na poziomie mikro) wyjaśnienia przyczyn ostatnio zaobserwowanych zjawisk i ich konsekwencji. Modele DSGE przedstawiają odmienny niż klasyczne modele makroekonometryczne obraz procesów gospodarczych — widzą świat przez pryzmat zaburzeń strukturalnych. Zaburzenia te wprawiają gospodarkę w ruch, a podmioty gospodarcze optymalnie reagują na nie, prowadząc do eliminacji ich skutków, tzn. powracając do równowagi. Wiedza i doświadczenie analityczne zebrane podczas prac z tradycyjnymi modelami strukturalnymi bardziej więc przeszkadza niż pomaga w interpretacji wyników modeli DSGE. W kategoriach ekonometrycznych wyniki z modeli DSGE są jednak przynajmniej w części zgodne z tym, co można uzyskać dzięki modelom VAR i SVAR, trudno więc mówić tu o rewolucji.

Pod wpływem wydarzeń z lat 2008–2009 (światowy kryzys finansowy), przy poszukiwaniu przyczyn ujawniających się problemów kwestionuje się czasem użyteczność w polityce makroekonomicznej sformalizowanych narzędzi budowanych na podstawie jednolitego, wewnętrznie spójnego (ale i restryktywnego) paradygmatu. Przyczyn problemów gospodarki światowej poszukuje się w nazbyt upraszczających obraz świata modelach obciążających decyzje polityki gospodarczej. Ponieważ krytyka ta w większym stopniu dotyczy modeli jako takich (tzn. narzędzia), mniej zaś praktyki ich stosowania (tzn. użytkownika, podmiotu), sądzimy, że wnioski z głębszej analizy źródeł kryzysu lat 2008–2009, weryfikacji kierunków badań ekonomicznych oraz ich metodyki, do jakiej zapewne dojdzie, analizy mniej obciążonej racjonalizacją bieżącej polityki, potwierdzą zasadność budowy i stosowania modeli, zwłaszcza klasy modeli DSGE. Kwestia zastosowań wykorzystujących mocne strony tych modeli wciąż jednak pozostaje otwarta. Naszym zdaniem najlepsze, co możemy tu zrobić, to próbować stosować nasz model, zbierać i wymieniać doświadczenia, opracowywać nowe procedury i gruntownie weryfikować wyniki.

Model, którego szczegóły zaprezentujemy dalej wywodzi się z konstrukcji opracowanej w

¹Zwracamy uwagę, że w ogólnym przypadku modele DSGE nie muszą być oparte na nowokeynsofskiej wizji gospodarki i nie muszą być estymowane technikami bayesowskimi.

²Dla kompletności obrazu dodajmy, że istnieją także argumenty przeciw angażowaniu się banków centralnych w konstrukcję modeli DSGE ze wszystkimi tego konsekwencjami, por. np. Orphanides (2007).

³Pomijamy tu kwestię poprawnego mierzenia dokładności prognoz, w których wkład wiedzy eksperckiej jest znaczący, ale niesformalizowany i niesystematyczny. W takiej sytuacji trudno ocenić, kiedy zawodzi model, a kiedy ekspert. Generalnie rzecz biorąc można jednak dyskutować, czy zastosowania prognostyczne modeli DSGE eksponują najsilniejsze strony tej klasy modeli.

Riksbanku — modelu DSGE strefy euro⁴, por. Adolfson, Laséen, Lindé i Villani (2005b). Model DSGE strefy euro, *know-how*, metodyka estymacji oraz zastosowań uzyskane w ramach pomocy technicznej z Riksbanku pozwoliły nam na rozpoczęcie szeregu eksperymentów, zbudowanie wariantów modeli DSGE (rodziny modeli SOE^{PL}), opracowanie własnych procedur aplikacji modelu. Część z tych eksperymentów opisaliśmy w osobnych opracowaniach, por. np. Grabek, Kłos i Utzig-Lenarczyk (2007), Grabek i Kłos (2009), Grabek i Utzig-Lenarczyk (2009). Wariant, który obecnie prezentujemy, podsumowuje część zebranych doświadczeń.

Model DSGE $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$ przekazujemy do eksploatacji z myślą, że istnieje potrzeba innego, niż to proponują modele tradycyjne, interpretowania i rozumienia procesów ekonomicznych. Dodatkowo systematyczna praca z modelem (przygotowywanie prognoz i analiza ich dokładności, eksperymenty symulacyjne, prace analityczne) może wskazać zagadnienia i problemy wymagające rozwiązania. Uzyskana w ten sposób wiedza pozwoli przygotować bardziej gruntowną, przyszłą modyfikację modelu uwzględniającą efekty prowadzonych równolegle badań oraz zebrane w trakcie eksploatacji wnioski.

Prezentowany materiał składa się z trzech zasadniczych części. W pierwszej, względnie autonomicznej w stosunku do pozostałych, próbujemy naszkicować kierunki ewolucji metodyki modelowania makroekonomicznego (makroekonometrycznego) oraz myśli ekonomicznej związanej z polityką monetarną, które doprowadziły do wykreowania klasy dynamicznych stochastycznych modeli równowagi ogólnej, marginalizując — przynajmniej w świecie akademickim — inne klasy modeli. Rozważania te ilustrowane są przykładowymi, prostymi modelami realnych cykli koniunkturalnych (RBC) oraz opartym na nowokeynesowskim schemacie modelu DSGE. Kolejny rozdział pierwszej części koncentruje się na technicznych aspektach budowy, estymacji i zastosowań modeli DSGE, zwracając uwagę na aparaturę matematyczną, statystyczną, numeryczną. Mimo że rozdział ten przedstawia jedynie główne wątki, szkice i idee, konieczna w tym wypadku formalizacja i precyzja prezentacji czynią ten fragment opracowania nieco hermetycznym — Czytelnik mniej zainteresowany technikami może w związku z tym pominąć ten rozdział.

Pozostałe części opracowania dotyczą już specyfikacji, wyników estymacji oraz właściwości modelu DSGE $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$. Prezentujemy zatem ogólny, nietechniczny, szkic podstawowych cech modelu, obrazując równocześnie związki z innymi modelami DSGE (rozdział 3). W dalszej kolejności (rozdział 4) definiowane są problemy decyzyjne podmiotów optymalizujących, ich warunki równowagi oraz charakterystyki zachowań instytucji, które nie mają w modelu *explicite* definiowanych funkcji celu. Opis specyfikacji modelu kończą warunki bilansowe w skali makro. Model $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$ został wyestymowany technikami bayesowskimi. Tak jak we wszystkich znanych nam estymowanych modelach DSGE estymacji bayesowskiej podlega jedynie część parametrów (pozostałe zostały skalibrowane). Mimo iż to dzięki stosowaniu technik bayesowskich liczba kalibrowanych parametrów została wyraźnie ograniczona, świadomość konsekwencji błędnej kalibracji nakłoniła nas do przeprowadzenia rodzaju analizy wrażliwości (badanie wpływu zmian kalibracji parametrów na cechy modelu). Prezentowany wariant $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$

⁴Model strefy euro Riksbanku rozwija z kolei idee zawarte między innymi w Christiano, Eichenbaum i Evans (2001, 2003, 2005), Altig, Christiano, Eichenbaum i Lindé (2004a) oraz Smets i Wouters (2004).

uwzględnia wnioski, jakie z tej analizy uzyskaliśmy. Na potrzeby niniejszego opracowania oraz pierwszych eksperymentów prognostycznych wykorzystujemy jedynie punktowe oceny parametrów odpowiadające dominancie rozkładu *a posteriori*, co oznacza, iż w naszym wnioskowaniu — mamy nadzieję, że chwilowo — pomijamy zagadnienie niepewności parametrów. Wyniki estymacji parametrów oraz założenia, jakie przyjmowano w kolejnych etapach prac (wartości kalibrowane, charakterystyki rozkładów *a priori*) zebraliśmy w rozdziale 6.

Syntetyczny obraz cech modelu prezentujemy w rozdziałach 7–8. Czytelnik znajdzie tam opis reakcji zmiennych obserwowalnych na zaburzenia strukturalne uwzględnione w modelu (tzw. funkcje reakcji), dekompozycje wariancji (formalnie błędów prognoz), dzięki której można ocenić strukturę (względna siłę) wpływu szoków na zmienne obserwowalne, oszacowanie (identyfikację) zaburzeń strukturalnych w próbie, przykłady dekompozycji historycznych (analiz kontrfaktycznych) oraz informacje o dokładności prognoz *ex post*, czyli typowy zestaw informacji pozwalających zrozumieć konsekwencje założeń przyjmowanych na etapie konstrukcji zadań decyzyjnych podmiotów (specyfikacji modelu) oraz doboru parametrów.

Aneks prezentuje równania postaci strukturalnej, równania służące do wyznaczenia wartości w stanie ustalonym oraz listę zmiennych modelu $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$.

Część I

Geneza i anatomia dynamicznych stochastycznych modeli równowagi ogólnej

Nowokeynesowski model DSGE – geneza

Rozwój modeli ekonomicznych na potrzeby analizy polityki pieniężnej był w ostatnich kilkunastu latach jednym z najbardziej eksploatowanych programów badawczych makroekonomii. Wiele wysiłku poświęcono próbom zrozumienia współzależności między polityką pieniężną, inflacją i cyklem koniunkturalnym. Za podstawowy efekt tych prac uważa się wypracowanie swoistego konsensu co do specyfikacji kluczowych elementów modelu gospodarki, w ramach którego prowadzona jest współczesna analiza makroekonomiczna, przede wszystkim w aspektach istotnych w polityce pieniężnej prowadzonej przez banki centralne. Specyfikacja ta nosi nazwę modelu nowokeynesowskiego (ang. *new-keynesian model*). Model nowokeynesowski jest dynamicznym stochastycznym modelem równowagi ogólnej, a więc modelem wywodzącym się z nurtu neoklasycznego. Podstawę jego architektury stanowi model realnego cyklu koniunkturalnego, na który nakłada się elementy keynesowskie w postaci frykcji realnych i/lub nominalnych¹. Powstały w ten sposób nurt analizy makroekonomicznej określa się mianem nowej syntezy neoklasycznej, por. Goodfriend i King (1997).

1.1 Metodyka Komisji Cowlesa

W latach 40-tych i 50-tych XX wieku instytucje rządowe najważniejszych gospodarek zaczęły w usystematyzowany sposób zbierać statystyki narodowe w zakresie aktywności gospodarczej. Ekonomści zyskali materiał, na podstawie którego mogli specyfikować ilościowe modele gospodarki narodowej i poddawać je próbom empirycznym. Wczesne prace nad modelami ekonometrycznymi gospodarek narodowych były zgodne z paradygmatami wypracowanymi

¹Np. konkurencja monopolistyczna, frykcje w procesie dostosowania cen, płac, frykcje na rynku finansowym.

1

podczas badań prowadzonych w Komisji Cowlesa. Empiryczna analiza makroekonomiczna prowadzona była w owych czasach za pomocą (często znacznych rozmiarów²) dynamicznych, najczęściej liniowych, wielorównaniowych modeli ekonometrycznych. Ich specyfikacja bazowała głównie na testach statystycznych³, a rola teorii ekonomii ograniczała się do przygotowania listy regresorów do uwzględnienia w poszczególnych równaniach. Dobór zmiennych opierał się przede wszystkim na keynesowskich schematach typu IS-LM, a więc teoriach, w których zarówno strona podaźowa gospodarki, jak i zmiany cen względnych nie były uwzględnione. Modele te nazywano strukturalnymi, ponieważ umożliwiały uwzględnienie między zmiennymi związków o charakterze sprzężeń zwrotnych. Związki tego rodzaju i wynikający z nich istotny dla technik estymacji modelu problem jednoczesności czy współzależności (ang. *simultaneity*) stanowiły centralny punkt zainteresowań makroekonomii i teorii estymacji w tych czasach. Z tego powodu uważa się, że ekonometria uprawiana w duchu Komisji Cowlesa kładła nacisk na aspekty strukturalne. W dzisiejszym jednak rozumieniu strukturalności w makroekonomii można stwierdzić, że była ona (a w zasadzie jej brak) podstawową przyczyną niepowodzenia tego nurtu modelowania. Pomimo że równania modelu miały reprezentować dynamikę, która jest wynikiem decyzji podmiotów gospodarczych, przyjmowane *ad hoc* postaci równań nie odpowiadały żadnemu mechanizmowi indywidualnego wyboru. Często praktyką było modelowanie dynamiki każdej ze zmiennych pojedynczym równaniem. Grupy zmiennych tworzyły bloki modelu, a każdy blok opracowywał osobny zespół ekspertów. Uzyskane w ten sposób równania zestawiano następnie w kompletny model gospodarki, uwzględniając dodatkowo interakcje zachodzące między zmiennymi wchodzącymi w skład różnych bloków. Konstruowane modele umożliwiały, jak się wydawało, poprawną kwantyfikację skutków sterowania zmiennymi pozostającymi pod kontrolą decydentów polityki gospodarczej. Modele te były jednak zbyt dużych rozmiarów, aby można było uzyskać ogólny obraz mechanizmu, za pomocą którego odbywała się propagacja szoków w układzie gospodarczym. Trudno było też badać mechanizm odpowiedzi układu na zmianę polityki gospodarczej w dłuższej perspektywie czasu. Zgodnie z filozofią nurtu keynesowskiego, nacisk kładziono na krótkookresową analizę dynamiki agregatów ekonomicznych. Gospodarka w krótkim okresie pozostawała poza równowagą (częstkową), a symulacje modelu odpowiadały na pytanie: jak efektywnie przywrócić stan równowagi w gospodarce, tj. jak ją stabilizować? Makroekonometria zajmowała się więc głównie analizą dynamiki zmiennych w krótkim okresie za pomocą modeli równowagi częstkowej (ang. *partial equilibrium*). Przykład modelu omawianej klasy opisują Klein i Goldberger (1955).

1.1.1 Problemy z identyfikacją statystyczną i strukturalną

W terminologii zaczerpniętej z pracy Spanosa (1990) przyczyny niepowodzenia twórców modeli utrzymanych w tradycji Komisji Cowlesa w zastosowaniu tychże do analizy polityki gospodarczej można podzielić na dwie grupy. Są nimi problemy z identyfikacją strukturalną i problemy z identyfikacją statystyczną.

Jak wskazuje Hendry (1976) lub Qin (1993) okres prac Komisji Cowlesa i późniejszy rozwój

²Liczących kilkaset, a niekiedy nawet kilka tysięcy równań

³Mówi się często o identyfikacji statystycznej modelu.

modeli wielorównaniowych utrzymanych w jej tradycji był czasem, w którym ekonometria skupiała się w większym stopniu na teorii estymacji⁴, w mniejszym natomiast na ocenie jakości modeli poprzez diagnozę błędów specyfikacji statystycznej. Identyfikacja strukturalna była więc priorytetem, wskutek czego często *ex post* okazywało się, że utrzymywane w tej konwencji modele nie są w stanie dostatecznie wiernie replikować własności statystycznych procesów, których dynamikę miały reprezentować. Choć Komisja Cowlesa kładła nacisk na identyfikację strukturalną modelu, wypracowana metodyka uważana jest z dzisiejszej perspektywy za niesatysfakcjonującą.

Problemy z identyfikacją strukturalną miały bardziej fundamentalny charakter; pisano je m.in. w dwóch pracach z przełomu lat 70-tych i 80-tych: Lucasa oraz Simsa. Lucas (1976) krytykuje status egzogeniczności zmiennych-sterowań (instrumentów) polityki gospodarczej. Wskazuje on, że schemat identyfikacji strukturalnej zaproponowany przez Komisję Cowlesa nie bierze *explicite* pod uwagę oczekiwań podmiotów gospodarczych. Zatem parametry modelu⁵, uważane za strukturalne⁶, są w rzeczywistości mieszaniną parametrów strukturalnych i parametrów związanych z oczekiwaniami podmiotów gospodarczych, przez co nie można ich uważać za stałe dla różnych reżimów polityki gospodarczej. Oszacowania parametrów modelu estymowanego na danych pochodzących z określonego reżimu polityki gospodarczej tracą aktualność, jeśli zmianie ulegnie reżim polityki. Modelu oszacowanego w ramach jednego reżimu nie można więc ekstrapolować poza ten reżim i, w konsekwencji, nie można go stosować do analizy skutków zmiany reżimu. Ta niestałość parametrów tradycyjnych strukturalnych makromodeli (wg Lucasa) sprawiła, że są one bezużyteczne przy symulacji efektów zmian w polityce gospodarczej, a przecież właśnie po to były tworzone. Sims (1980) wzmacnia tylko uwagi Lucasa, twierdząc, że żadna zmienna nie może uchodzić za egzogeniczną w świecie podmiotów gospodarczych, które antycypują przyszłe wydarzenia (ang. *forward looking agents*) i których zachowanie oparte jest na optymalizacji międzyokresowej. Endogeniczność polityki gospodarczej powoduje powstawanie korelacji między zmiennymi makroekonomicznymi i zmiennymi sterującymi polityką. Przy błędnym założeniu, że polityka jest egzogeniczna, endogeniczność ta może zostać mylnie zinterpretowana jako związek przyczynowo-skutkowy i spowodować powstanie wrażenia, że został zidentyfikowany kanał oddziaływania polityki na gospodarkę.

Ostatecznie stagflacja lat 70-tych i związane z nią niepowodzenia polityki gospodarczej prowadzonej na podstawie tradycyjnych modeli makroekonometrycznych zdyskwalifikowały w ocenie akademickiej podejście Komisji Cowlesa. Pesaran i Smith (1995) piszą, że modele te „(...) nie reprezentowały danych, (...) nie reprezentowały teorii, (...) [przez co] stanowiły nieskuteczne narzędzia prognozowania i oceny polityk makroekonomicznych”⁷.

⁴Istotne w pracach Komisji i późniejszych były przede wszystkim kwestie dotyczące jednoczesności, tj. współzależności modelowanych zjawisk.

⁵Dokładniej mowa to o tzw. postaci zredukowanej modelu.

⁶Parametry określa się mianem strukturalnych lub głębokich, jeśli ich wartości nie ulegają zmianie pod wpływem zmiany reżimu polityki gospodarczej.

⁷Przekład własny.

1.2 Modele LSE i VAR

Problemy z identyfikacją statystyczną i strukturalną tradycyjnych wielorównaniowych modeli ekonometrycznych zapoczątkowały rozwój kilku nurtów, z których największy wpływ na praktykę makroekonometrii zyskały dwa: tzw. metodyka LSE (od ang. *London School of Economics*), por. Hendry (1995), a następnie metodyka SCVAR (od ang. *Structural Cointegrated Vector Autoregression*), czyli strukturalna autokorelacja wektorowa dla zmiennych skointegrowanych, por. Lütkepohl (2008), która współcześnie stanowi, obok modelu DSGE, podstawowe narzędzie analizy makroekonomicznej.

1.2.1 Metodyka LSE

Możliwych źródeł błędów w statystycznej identyfikacji modelu jest wiele. Należą do nich m.in. nieuwzględnienie w modelu istotnych zmiennych, błędna struktura dynamiczna, czy nieuzasadnione restrykcje egzogeniczności nałożone na zmienne. Podejście LSE stanowi próbę przezwyciężenia problemów z identyfikacją statystyczną. Bazuje ono na tzw. zasadzie redukcji. Model ekonometryczny rozumiany jest jako uproszczona reprezentacja nieznanego i nieobserwowalnego procesu stochastycznego, który wygenerował badane obserwacje ekonomiczne. Punktem wyjścia jest model dynamiczny o możliwie ogólnej specyfikacji w danej klasie modeli, tak aby obejmował możliwie wiele różnych procesów. Następnie model redukowany jest sekwencyjnie do postaci wynikowej. Krok redukcyjny polega na wykluczeniu zmiennej bądź grupy zmiennych z modelu i wykonywany jest przy wykorzystaniu testów statystycznych. Aby wynikowa reprezentacja procesu generującego dane była kompletna, utrata informacji w drodze redukcji musi być nieistotna z punktu widzenia modelowanego procesu. O kompletności modelu świadczą własności statystyczne wektora reszt. Wszelkie odchylenia od gaussowskiego białego szumu świadczą o błędnej specyfikacji. Podejście LSE kładzie więc nacisk na poprawną identyfikację statystyczną modelu, jednak nie stanowi próby rozwiązania problemów związanych z identyfikacją strukturalną.

1.2.2 Metodyka VAR

Analogiczne problemy przedstawia podejście oparte na analizie szeregów czasowych za pomocą niestukturalnych modeli wektorowej autokorelacji, w skrócie VAR. Niestukturalne modele VAR, inaczej modele VAR w postaci zredukowanej, stanowią *de facto* uogólnienie podejścia LSE na wektorowe szeregi czasowe. Są to modele, które wyrażają zmienne endogeniczne przez ich opóźnione wartości. Model VAR rzędu $K \geq 1$ ma postać:

$$y_t = \sum_{k=1}^K A_k y_{t-k} + e_t, \quad \text{lub} \quad y_t = A y_{t-1} + e_t \quad (1.1)$$

gdzie y_t jest wektorem zmiennych endogenicznych w okresie t , macierze A_k , dla $k = 1, 2, \dots, K$, są macierzami autokorelacyjnymi. Druga reprezentacja nazywana jest reprezentacją skumulowaną, a macierz A macierzą autokorelacyjną postaci skumulowanej (ang. *companion matrix*).

Proces e_t zawiera szoki sterujące dynamiką zmiennych endogenicznych. Szoki e_t sterują dynamiką zmiennych endogenicznych w tym sensie, że zmienne te można przedstawić jako funkcję historii szoków. Jest to tzw. reprezentacja średniej ruchomej procesu (y_t) (ang. *moving average representation*):

$$y_t = A^t y_0 + \sum_{k=0}^{t-1} A^k e_{t-k} \quad (1.2)$$

gdzie y_0 jest wartością początkową procesu (y_t), lub, jeśli założyć nieskończoną historię procesu zmiennych endogenicznych:

$$y_t = \sum_{k=0}^{\infty} A^k e_{t-k} \quad (1.3)$$

Głównym celem analizy makroekonomicznej prowadzonej na podstawie koncepcji szoku uderzającego w układ zmiennych endogenicznych jako źródła ich dynamiki jest identyfikacja szoków o charakterze strukturalnym, tzn. niezależnych szoków mających jednoznaczną i spójną interpretację ekonomiczną. Szokom e_t nie można jednak nadać interpretacji strukturalnej, ponieważ szoki te nie muszą być i często nie są niezależne, czego należy wymagać od szoków o strukturalnym charakterze. Szoki e_t mają charakter błędów lub reszt regresji (ang. *forecast errors*) i mogą być kombinacją liniową faktycznych szoków strukturalnych leżących u podstaw dynamiki zmiennych endogenicznych. Może więc się zdarzyć tak, że: $e_t = B\epsilon_t$, gdzie szoki ϵ_t są szokami strukturalnymi, tj. niezależnymi. W szczególności przyjmuje się, że macierz kowariancji szoków ϵ_t jest jednostkowa, tj. $\mathbb{D}(\epsilon_t) = I$. Prowadzi to do podejścia, które umożliwia interpretację strukturalną modeli VAR. Podejście to nazywane jest strukturalną wektorową autoregresją w skrócie SVAR (od ang. *structural VAR*). Metodyka SVAR obok zalet podejścia LSE, czyli postaci reprezentacji procesu generującego dynamikę zmiennych endogenicznych za pomocą modelu o bogatej strukturze dynamicznej, jakim modelem jest VAR, prowadzi do interpretacji strukturalnej szoków.

Metodyka SVAR została opracowana nie tylko dla procesów stacjonarnych, na jakich musi bazować podejście wykorzystujące paradygmaty Komisji Cowlesa, ale uogólnia się łatwo na procesy niestacjonarne, skointegrowane. Podejście takie nazywa się metodyką strukturalnego skointegrowanego modelu autoregresji wektorowej, w skrócie SCVAR, lub częściej metodyką strukturalnego wektorowego modelu korekty błędem, w skrócie SVECM (od ang. *structural vector error correction*).

Modele SVAR i SVECM stanowią próbę rozwiązania problemów dotyczących identyfikacji statystycznej i części problemów z identyfikacją strukturalną, które zaobserwowano w klasycznych modelach wielorównaniowych. Powyższe zalety tłumaczą popularność modeli klasy VAR w makroekonomii empirycznej. W celu podkreślenia, że zaproponowano, przynajmniej częściowe, rozwiązania nie tylko problemów identyfikacji statystycznej, ale też identyfikacji strukturalnej, empiria makroekonomiczna jest obecnie często nazywana makroekonometrią strukturalną (ang. *structural macroeconometrics*). Obok wspomnianych zalet, metodyka VAR nie jest wolna od wad. Przede wszystkim specyfikacja modeli VAR nie ma żadnych podstaw teoretycznych.

Związki między zmiennymi mają czysto statystyczny charakter i, nawet w przypadku modeli strukturalnych, nie odnoszą się do żadnego mechanizmu ekonomicznego, który leży u podstaw modelowanego procesu. Model VAR nie jest więc spięty w ramy teoretyczne, co sprawia, że po oszacowaniu może dawać, i w praktyce często daje, nieintuicyjne implikacje w postaci trudno racjonalizowalnych odpowiedzi na szoki i niespójnych prognoz. Wady te sprawiły, że analiza makroekonomiczna, zwłaszcza w bankach centralnych, coraz częściej odwołuje się do modeli mających fundamenty teoretyczne, jakimi są modele DSGE.

Modele DSGE, dzięki teorii ekonomicznej, która leży u podstaw ich specyfikacji, stanowią następny krok w rozwiązaniu problemów z identyfikacją strukturalną. Odbywa się to kosztem jakości statystycznej modelu, jednak nie aż tak znacznej, bowiem modele DSGE, a ściślej ich przybliżone rozwiązania, są bezpośrednio związane z modelami klasy VAR. Dokładniej, tzw. postać zredukowana modelu DSGE, a więc postać charakteryzująca dynamikę zmiennych endogenicznych modelu DSGE w wokół stanu równowagi długookresowej, jest modelem VAR. Można o niej myśleć, jak o modelu VAR, na którego parametry (czyli na elementy macierzy A i B) nałożono restrykcje. Mają one źródło w teorii ekonomii leżącej u podstaw specyfikacji modelu DSGE. Restrykcje te ograniczają strukturę dynamiczną modelu, zapewniają jednak jego wewnętrzną spójność oraz gwarantują strukturalny charakter zidentyfikowanych szoków. Mająca podstawy w teorii ekonomii specyfikacja modelu DSGE sprawia, że restrykcje nałożone na strukturę dynamiczną jego postaci zredukowanej wywodzą się z optymalnych reguł decyzyjnych racjonalnych podmiotów gospodarczych żyjących w wewnętrznie spójnej rzeczywistości ekonomicznej. Metodyka modeli DSGE stanowi więc, przynajmniej teoretycznie, odpowiedź na problemy związane z identyfikacją strukturalną. Odpowiada też w znacznej mierze na problemy związane z identyfikacją statystyczną, gdyż rozwiązanie modelu DSGE jest modelem klasy VAR. W tym zakresie model DSGE dostarcza jednak rozwiązań częściowych, gdyż strukturalny charakter jego specyfikacji nakłada na strukturę dynamiczną postaci zredukowanej silne restrykcje. Model DSGE wyraża zatem *trade-off* między poprawną identyfikacją statystyczną i strukturalną procesów makroekonomicznych.

1.3 Metodyka współczesnej makroekonomii

Poglądy na właściwy sposób analizy dynamiki agregatów ekonomicznych uległy zasadniczym zmianom poprzez ostatnie 30 lat. Ewolucja przebiegała od modeli czerpiących z tradycji Komisji Cowlesa, poprzez modele klasy VAR, do opartych w teorii ekonomii dynamicznych stochastycznych modeli równowagi ogólnej.

Współczesna makroekonomia podejmuje próby wyjaśniania dynamiki agregatów ekonomicznych za pomocą modeli opartych na tzw. mikropodstawach. Oznacza to, że w przeciwieństwie do tradycyjnych modeli keynesowskich czy wielorównaniowych modeli makroekonometrycznych, gdzie *ad hoc* przyjmowano postaci zależności między zmiennymi gospodarczymi, mechanizmy kształtujące reguły decyzyjne podmiotów gospodarczych są modelowane *explicite*. Najczęściej wyróżnia się cztery typy podmiotów. Są nimi gospodarstwa domowe, przedsiębiorstwa oraz rząd i bank centralny. Reguły decyzyjne gospodarstw domowych są wynikiem procesu optymalizacji dobrobytu, tj. zdyskonotowanego strumienia oczekiwanej użyteczności. Reguły decyzyjne

przedsiębiorstw to z kolei wynik maksymalizacji oczekiwanego zysku. Optymalizacja odbywa się w stochastycznym środowisku gospodarczym, a w przypadku gospodarstw domowych jest także zadana struktura ich preferencji, tzw. funkcja użyteczności. Decyzje podmiotów są więc zawsze *a priori* optymalne, tzn. najlepsze z możliwych przy dostępnej informacji. Dotyczą one zazwyczaj trzech rodzajów kategorii ekonomicznych: dóbr i usług, pracy oraz aktywów, zarówno fizycznych jak kapitał, jak i finansowych jak obligacje i pieniądź. Gospodarstwa domowe decydują o konsumpcji, tj. popycie na produkt, podaży pracy oraz zmianie w strukturze portfela aktywów finansowych, poziomie inwestycji, stopniu wykorzystania dostępnego kapitału etc. Przedsiębiorstwa decydują o podaży produktu i popycie na pracę⁸. Rząd określa wielkość wydatków publicznych, zbiera podatki, wydatkuje transfery i zaciąga dług publiczny. Bank centralny steruje nominalną stopą procentową i/lub podażą pieniądza. Reguły decyzyjne rządu i banku centralnego zazwyczaj przyjmowane są *ad hoc*. Prócz kryterium optymalizacji proces podejmowania decyzji podmiotów gospodarczych bierze też pod uwagę kilka kategorii warunków ograniczających. Są nimi najczęściej ograniczenia budżetowe, warunki początkowe, warunki równowagi oraz ograniczenia dotyczące dostępnej technologii i struktury informacyjnej w gospodarce⁹.

Kwestią zasadniczą w teorii dynamicznej równowagi ogólnej jest międzyokresowy wymiar procesu decyzyjnego. Decyzje podmiotów sprowadzają się bowiem do międzyokresowej alokacji dostępnych zasobów. Dzisiejszy dochód może zostać przeznaczony na przyszłą konsumpcję, a przyszły dochód może finansować dzisiejsze wydatki konsumpcyjne. Międzyokresowa substytucja zasobów jest możliwa poprzez uczestnictwo w rynku aktywów finansowych, tj. zakup lub sprzedaż obligacji. Decyzje indywidualne koordynowane są przez rynek, co prowadzi do zdecentralizowanej alokacji zasobów.

Formalnie gospodarka jest opisana jako układ dynamiczny. Znajduje się ona w równowadze krótkookresowej w co najmniej dwóch znaczeniach. Po pierwsze, w każdym punkcie czasu gospodarka jest w równowadze ogólnej w sensie Walrasa. Zakłada się więc, że ceny zawsze czyszcza rynki. Po drugie, podmioty gospodarcze podejmują optymalne decyzje, a więc *ex post* nie mylą się co do podjętych działań w sposób systematyczny. W tym sensie ich decyzje określa się mianem racjonalnych. Jeśli *ex post* okazuje się, że decyzje podmiotów nie są najlepszymi z możliwych, jakie można było podjąć, to tylko skutek luki informacyjnej, tj. dlatego że po podjęciu decyzji zaistniało zdarzenie, którego podmiot nie mógł przewidzieć, np. zrealizował się nieoczekiwany egzogeniczny wzrost produktywności. Podmioty budują oczekiwania co do przyszłych wartości zmiennych gospodarczych za pomocą operatora warunkowej wartości oczekiwanej. W tym sensie mechanizm formowania oczekiwań podmiotów gospodarczych jest racjonalny. Zakłada się więc, że podmioty znają kompletny model gospodarki, a więc znają (prawdziwe) prawa rządzące światem w oraz wartości wszystkich jego parametrów. Potrafią także na podstawie modelu wyznaczyć optymalne reguły decyzyjne wszystkich podmiotów oraz je zastosować, co w praktyce wymagałoby możliwości dokonania doskonałej filtracji, czyli doskonałego pomiaru wartości wszystkich zmiennych i szoków uderzających gospodarke w

⁸Wskazany podział na decyzje gospodarstw i przedsiębiorstw jest umowny, jednak charakterystyczny dla literatury przedmiotu.

⁹*Ex post* są też nakładane tzw. warunki transwersalności typu *no-Ponzi game*.

każdym okresie. Ta wszechobecna przejrzystość i racjonalność jest przedmiotem krytyki ze strony alternatywnych nurtów modelowania procesów gospodarczych, jak np. modelowanie wieloagentowe (ang. *agent-based computational economics*), por. Fagiolo i Roventini (2008).

Pomimo założenia, że w powyższym sensie gospodarka zawsze znajduje się w równowadze krótkookresowej, w krótkim okresie może się ona znajdować poza równowagą długookresową. Równowaga długookresowa określana jest także mianem stanu stacjonarnego bądź stanu ustalonego (ang. *steady state*). Nazwy te mają uzasadnienie matematyczne.

Równowaga długookresowa jest konceptem matematycznym i dotyczy modelu gospodarki, a nie jej samej. Nie znajduje przy tym bezpośredniego odpowiednika w świecie rzeczywistym. Formalnie definiuje się ją jako punkt stały odwzorowania zadającego dynamikę postaci zredukowanej modelu. Oznacza to, że gospodarka znajduje się w równowadze długookresowej, jeśli wszystkie zmienne rosną z okresu na okres według stałych stóp wzrostu¹⁰. Gospodarka znajdująca się w stanie stacjonarnym może zostać z niego wytrącona. Dzieje się tak, gdyż w gospodarce występują zaburzenia stochastyczne, tzw. szoki strukturalne lub innowacje strukturalne. Przykładami szoków strukturalnych są szoki technologiczne (wzrost lub spadek produktywności czynników wytwórczych), szoki preferencji czy kontrakcja polityki pieniężnej. Gdy efekty szoków ustaną, gospodarka wraca do równowagi długookresowej, jednak niekoniecznie do tej samej, w której znajdowała się przed wystąpieniem szoku. Będzie tak, gdy efekt szoku jest permanentny. Jeśli gospodarka zostanie wytrącona z równowagi długookresowej przez szok o efektach przejściowych, powraca asymptotycznie do tej samej równowagi. Ponieważ w rzeczywistości szoki strukturalne realizują się w każdej chwili, rzeczywista gospodarka nigdy nie dojdzie do stanu stacjonarnego. Będzie natomiast fluktuowała w jego otoczeniu. Ścieżkę stanu stacjonarnego można interpretować jako ścieżkę, po której podążałaby gospodarka, gdyby szoki nie występowały. Model implikujący powrót gospodarki do stanu stacjonarnego po wystąpieniu szoku strukturalnego określa się mianem modelu stabilnego bądź stacjonarnego.

Współczesna analiza makroekonomiczna dekomponuje szeregi czasowe agregatów ekonomicznych na dwie podstawowe składowe. Są nimi trend długookresowy i krótkookresowe wahania cykliczne wokół trendu, czyli tzw. cykl koniunkturalny. Należy podkreślić, że zarówno trend, jak i cykl są fikcją statystyczną niemająca odpowiednika w świecie rzeczywistym. Obydwie kategorie są produktem filtracji danych i ich postać zależy od obranego sposobu filtracji. Modele DSGE — jako wywodzące się z rodziny modeli RBC — służą do analizy cyklu i, ze względu na swoją konstrukcję, nie są w stanie odpowiedzieć na żadne pytanie dotyczące kształtowania się trendu. Tym zajmuje się teoria wzrostu gospodarczego, który do modeli DSGE jest wprowadzany egzogenicznie.

1.3.1 Teoria realnego cyklu koniunkturalnego

Od początku lat 80-tych, kiedy ukazały się prace typu Kydland i Prescott (1982), teoria realnego cyklu koniunkturalnego (w skrócie RBC, od ang. *Real Business Cycle*) zyskała status wiodącej teorii makroekonomicznej w zakresie analizy fluktuacji gospodarczych, a model, który z dzisiejszej

¹⁰Definicja ta obejmuje przypadek, kiedy część zmiennych, (bądź wszystkie zmienne) jest stałych z okresu na okres.

perspektywy można nazwać standardowym modelem RBC, głównym narzędziem analizy cyklu koniunkturalnego. Wpływ rewolucji RBC na sposób rozumienia krótko- i średniookresowych fluktuacji gospodarczych ma wymiar dwojaki — zarówno metodyczny, jak i konceptualny.

Z metodycznego punktu widzenia teoria realnego cyklu koniunkturalnego uczyniła z dynamicznego stochastycznego modelu równowagi ogólnej podstawowe narzędzie analizy makroekonomicznej. Przyjmowane *ad hoc* równania behawioralne opisujące agregaty ekonomiczne zostały zastąpione przez równania ruchu wyprowadzane z rozwiązań międzyokresowych problemów optymalizacyjnych podmiotów gospodarczych działających na doskonale konkurencyjnych i bezfrakcyjnych rynkach. Przyjmowane *ad hoc* założenia co do mechanizmów formowania oczekiwań przez podmioty gospodarcze zastąpiono oczekiwaniami racjonalnymi. Twórcy nurtu RBC podkreślali też wagę ilościowych aspektów analizy makroekonomicznej, co znalazło wyraz w wykorzystaniu metod kalibracji, symulacji i walidacji modeli RBC.

Równie fundamentalne okazały się konceptualne implikacje teorii RBC. Po pierwsze, z teorii RBC wynika, że cykl koniunkturalny przedstawia efektywną, tj. optymalną ścieżkę agregatów gospodarczych. Oznacza to, że zarówno ekspansja, jak i kontrakcja są efektem optymalnej reakcji podmiotów gospodarczych na egzogeniczne szoki uderzające w realną sferę gospodarki, głównie szoki technologiczne. Wahania cykliczne, w tym recesje, nie pociągają więc nieefektywnej alokacji zasobów, są optymalne i nie wynikają z niedoskonałości rynków. Teoria RBC implikuje więc, że polityka stabilizacyjna rządu może zmienić alokacje zasobów, ale tylko na mniej efektywną. Stało to w oczywistej sprzeczności ze standardową keynesowską interpretacją recesji jako okresu, w którym zasoby gospodarcze są nieefektywnie nisko wykorzystywane i którego koniec można przybliżyć, stymulując zagregowany popyt.

Drugą implikacją teorii RBC jest stwierdzenie, że główną przyczyną wahań gospodarczych są szoki technologiczne, które czasowo podnoszą bądź obniżają produktywność czynników wytwórczych w gospodarce. Modele RBC starają się replikować fluktuacje produktu i innych agregatów ekonomicznych, nawet gdy jedynym szokiem uderzającym w gospodarkę jest szok produktywności. Taka interpretacja wahań gospodarczych stała w sprzeczności z tradycyjnym poglądem głoszącym, że zmiany produktywności są przyczyną wzrostu gospodarczego, który z cyklem koniunkturalnym nie ma nic wspólnego.

Trzecią fundamentalną implikacją konceptualną teorii RBC jest ograniczona, bądź wręcz nieistniejąca rola czynników pieniężnych w gospodarce. Standardowy model RBC implikuje neutralność pieniądza nawet w krótkim okresie. Oznacza to, że dynamika zmiennych realnych w gospodarce, takich jak produkcja, konsumpcja czy zatrudnienie, jest niezależna od sposobu prowadzenia polityki pieniężnej. Polityka pieniężna może mieć wpływ tylko na wielkości nominalne, takie jak nominalna stopa procentowa lub nominalna podaż pieniądza (czyli na inflację) a wielkości te nie wpływają na realną sferę gospodarki. Te wyniki stały w sprzeczności z powszechną opinią, że polityka pieniężna oddziałuje na realną gospodarkę w krótkim okresie, por. Friedman i Schwartz (1963) oraz Christiano i in. (1998). Wyniki o neutralności pieniądza były powodem, dla którego — mimo, iż teoria RBC wywarła znaczny wpływ na sposób rozumienia cyklu, zwłaszcza w środowisku akademickim — modele RBC nie były wykorzystywane w bankach centralnych, które ciągle bazowały na klasycznych modelach wielorównaniowych oraz

coraz częściej na podejściu typu LSE, a szczególnie na metodyce wektorowej autoregresji.

Narastające dowody sprzeczności teorii realnego cyklu koniunkturalnego z badaniami empirycznymi, jak również rozdzźwięk między jej implikacjami a praktyką polityki gospodarczej spowodowały, że metodyka RBC nie mogła zostać uznana za zadowalającą. Z drugiej strony metodyka RBC proponowała rozwiązania problemów, które dyskredytowały podejście tradycyjne bazujące na paradygmatach wypracowanych przez Komisję Cowlesa. Modele RBC są dynamicznymi stochastycznymi modelami równowagi ogólnej, nie cząstkowej. Mają wewnętrznie spójną strukturę teoretyczną. Zapewnia to, że mimo iż są one estymowane (wcześniej kalibrowane) technikami ekonometrycznymi podstawie danych, które mogą generować nieintuicyjne artefakty statystyczne, wyniki eksperymentów symulacyjnych (np. prognoz, analizy reakcji na szoki) są wewnętrznie spójne, czego nie można powiedzieć o (nawet strukturalnych) modelach klasy VAR. Reguły decyzyjne podmiotów gospodarczych w modelu RBC są strukturalne, tj. wyprowadzone z mikropodstaw, a nie przyjęte *ad hoc*. Oczekiwania podmiotów są racjonalne, a antycypacja przyszłych wydarzeń ma wpływ na ich zachowanie dzisiaj. Modele RBC odzwierciedlają więc dorobek rewolucji racjonalnych oczekiwań. Parametry modeli RBC miewają charakter parametrów głębokich, przez co modele te są, przynajmniej częściowo, odporne na krytykę Lucasa i Simsa. Oznacza to, że można za ich pomocą poprawnie analizować efekty zmian reżimu polityki gospodarczej. Wszystkie te cechy świadczą o tym, że metodyka RBC dobrze radzi sobie z problemami identyfikacji strukturalnej. Dodatkowo, postać zredukowana modelu RBC jest modelem typu VAR¹¹, a więc modelem obejmującym szeroką klasę procesów stochastycznych. Ta cecha wskazuje, że problemy związane z identyfikacją statystyczną nie są w metodyce RBC lekceważone.

Jasne jest, że metodyka RBC nie mogła być po prostu odrzucona. Podejmowane zatem były próby takiej modyfikacji teorii realnego cyklu koniunkturalnego, aby wewnętrznie spójna struktura modeli RBC została zachowana, ich dynamika wiązała się z modelami klasy VAR, natomiast rola pieniądza była wyraźnie zwiększona w krótkim okresie. Rozwiązaniem okazało się wprowadzenie do klasycznego modelu RBC elementów nowej ekonomii keynesowskiej, głównie w postaci sztywności realnych i nominalnych, a powstały w skutek tego model nazywa się modelem nowokeynesowskim.

1.3.2 Standardowy model bez sztywności

Poniżej przedstawiono standardowy model bez sztywności¹². Pomimo prostej struktury przedstawia on najważniejsze składowe modelu DSGE. W następnym paragrafie model ten zostanie rozszerzony o elementy keynesowskie, prowadząc do podstawowej postaci nowokeynesowskiego modelu DSGE. Standardowa gospodarka DSGE składa się z reprezentatywnego gospo-

¹¹Postać zredukowana modelu DSGE jest procesem klasy VARMA, być może nieskończonego rzędu, jednak w praktyce proces ten aproksymowany jest modelem VAR skończonego rzędu.

¹²Zarówno realnych, jak i nominalnych. Omawiana wersja modelu abstrahuje od inwestycji i sektora rządowego. Poza tymi uproszczeniami model odpowiada standardowej specyfikacji modelu RBC, uwzględniając dodatkowo kategorię nominalną, jaką są ceny. Zabieg taki ma na celu przedstawienie rezultatów dorobku teorii RBC, jednak za pomocą modelu, który będzie można bezpośrednio przedłużyć do standardowego modelu nowokeynesowskiego poprzez wprowadzenie do niego sztywności realnych i nominalnych. Przyjęte w kontekście inwestycji i sektora rządowego uproszczenia są nieistotne z punktu widzenia prezentowanych wniosków.

darstwa domowego, reprezentatywnego przedsiębiorstwa oraz banku centralnego. Prezentacja standardowego modelu DSGE w niniejszym paragrafie bazuje na monografii Gali (2008).

1.3.3 Reprezentatywne gospodarstwo domowe

Gospodarstwo domowe, w zamian za nominalną płacę W_t , świadczy reprezentatywnemu przedsiębiorstwu w każdym z okresów $t = 0, 1, 2, \dots$ usługi homogenicznej pracy¹³ H_t^s . Rynek pracy jest doskonale konkurencyjny. Gospodarstwo otrzymuje w zamian wynagrodzenie wielkości $H_t W_t$. Wynagrodzenie to, wraz z oszczędnościami B_{t-1} z okresu $t - 1$, stanowi dochód gospodarstwa $D_t = H_t W_t + B_{t-1}$, który jest dzielony między konsumpcję C_t i oszczędności B_t . Przedmiotem konsumpcji jest homogeniczne dobro (produkt) produkowane przez reprezentatywne przedsiębiorstwo, a jego jednostkowa cena wynosi P_t . Oszczędności są lokowane w obligacje nieobarczone żadną formą ryzyka. Jednostkowa cena obligacji w okresie t wynosi $Q_t = \frac{1}{1+i_t}$, gdzie i_t to nominalna stopa procentowa, którą ustala bank centralny. Jedna obligacja zakupiona w okresie t po cenie Q_t warta jest w okresie $t + 1$ jedną jednostkę pieniężną. Wydatki gospodarstwa w okresie t wynoszą więc $P_t C_t + Q_t B_t$. Dobrobyt gospodarstwa mierzy się funkcją użyteczności $U(C_t, H_t)$, przy czym konsumpcja ją zwiększa, a praca zmniejsza.

W okresie t reprezentatywne gospodarstwo domowe musi więc podjąć decyzję co do zmiennych $\{C_t, H_t^s, B_t\}$, tak aby zmaksymalizować użyteczności oraz, wydatkując $P_t C_t + Q_t B_t$, nie przekroczyć budżetu wielkości $W_t H_t^s + B_{t-1}$. Decyzje gospodarstwa nie mają jednak wymiaru jednookresowego, tzn. ich skutki nie są ważne tylko „tu i teraz”. Proces decyzyjny ma charakter dynamiczny, wielookresowy, gdyż dzisiejsze decyzje wpływają na wielkość dostępnych jutro zasobów. Gospodarstwo domowe musi więc zadecydować nie tylko o zmiennych $\{C_t, H_t^s, B_t\}$ dla ustalonego t , ale dla wszystkich $t = 0, 1, 2, \dots$ jednocześnie. Aby wiedzieć jak to zrobić, w okresie $t = 0$ gospodarstwo rozwiązuje problem maksymalizacji zdyskontowanego strumienia oczekiwanej użyteczności:

$$\max_{\{C_t, H_t^s, t=0,1,2,\dots\}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, H_t^s) \quad (1.4)$$

przy ograniczeniu budżetowym:

$$P_t C_t + Q_t B_t = W_t H_t^s + B_{t-1} \quad (1.5)$$

gdzie \mathbb{E}_t jest operatorem warunkowej wartości oczekiwanej. Problem (1.4–1.5) można rozwiązać korzystając z funkcjonału Lagrange’a postaci:

$$\mathcal{L} = \mathbb{E} \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [U(C_t, H_t^s) - \omega_t (P_t C_t + Q_t B_t - B_{t-1} - W_t H_t^s)] \right\} \quad (1.6)$$

¹³Subskrypt „s” oznacza, że chodzi o *podaż* pracy, którą oferuje gospodarstwo domowe. Subskrypt „d” będzie oznaczał, że chodzi o *popyt* na pracę zgłaszany przez przedsiębiorstwo. W równowadze ogólnej musi być $H_t^s = h_t^d$, więc subskrypt „s” lub „d” będzie pomijany, kiedy podkreślenia wymaga fakt, że chodzi o wielkość pracy w równowadze ogólnej.

Warunki pierwszego rzędu są następujące:

$$\omega_t = \frac{\partial U(C_t, H_t^s)}{\partial C_t} \frac{1}{P_t}, \quad \omega_t = -\frac{\partial U(C_t, H_t^s)}{\partial H_t^s} \frac{1}{W_t} \quad \text{oraz} \quad \omega_t = \frac{\beta}{Q_t} \mathbb{E}_t \omega_{t+1} \quad (1.7)$$

i dla funkcji użyteczności typu CRRA¹⁴ reguły decyzyjne gospodarstwa domowego są następujące:

$$C_t = \left[\frac{Q_t}{\beta} \mathbb{E}_t \{ (C_{t+1})^{\sigma_c} \Pi_{t+1} \} \right]^{\frac{1}{\sigma_c}}, \quad \frac{W_t}{P_t} = (H_t^s)^{\sigma_h} C_t^{\sigma_c} \quad (1.8)$$

Układ (1.8) jest układem rekurencyjnym. Pierwsze równanie, tzw. równanie ruchu konsumpcji, wyznacza wielkość konsumpcji C_t w zależności od oczekiwanej konsumpcji C_{t+1} i inflacji Π_{t+1} . Drugie równanie, równanie podaży pracy, dla zadanej wielkości płacy realnej wyznacza wielkość podaży pracy, jaką gospodarstwo musi świadczyć, aby wypracować dochód niezbędny do pokrycia kosztów konsumpcji. Wybór $\{C_t, H_t^s, t = 0, 1, 2, \dots\}$ maksymalizuje przy tym oczekiwany dobrobyt gospodarstwa.

1.3.4 Reprezentatywne przedsiębiorstwo

Reprezentatywne przedsiębiorstwo zatrudnia podaż pracy gospodarstwa domowego H_t^d w zamian za płacę nominalną W_t . Wytwarza ono homogeniczny realny produkt Y_t za pomocą funkcji produkcji $Y_t = A_t N_t$, gdzie A_t jest egzogenicznym procesem produktywności czynników wytwórczych. Rynek produktu jest doskonale konkurencyjny. Zmienną decyzyjną przedsiębiorstwa jest popyt na pracę H_t^d , który — dla zadanej poziomu technologii — determinuje wielkość produktu. Aby ustalić wielkość H_t^d , przedsiębiorstwo rozwiązuje w każdym okresie statyczny problem maksymalizacji zysku:

$$\max_{H_t^d} \{ P_t Y_t - W_t H_t^d \}$$

przy ograniczeniu technologicznym:

$$Y_t = A_t H_t^d$$

którego rozwiązanie implikuje zrównanie płacy realnej z krańcową produktywnością pracy:

$$A_t = \frac{W_t}{P_t}$$

która jest egzogeniczna.

¹⁴Od ang. *Constant Relative Risk Aversion*, czyli funkcja o stałej względnej awersji do ryzyka:

$$U(C_t, H_t) = \frac{(C_t)^{1-\sigma_c} - 1}{1-\sigma_c} - \frac{(H_t)^{1+\sigma_h} - 1}{1-\sigma_h}$$

1.3.5 Równowaga ogólna

Po ustaleniu optymalnych reguł decyzyjnych reprezentatywnego gospodarstwa domowego i reprezentatywnego przedsiębiorstwa, na wszystkie rynki nakładane są warunki czyszczenia się, co jest równoznaczne z założeniem, że w każdym okresie gospodarka znajduje się w stanie równowagi ogólnej.

Model w dotychczasowej postaci jest modelem nieliniowym. W ogólności nie istnieją zadowalające metody rozwiązywania nieliniowych modeli DSGE. Dlatego warunki równowagi nakłada się na uproszczoną, tzw. log-liniową postać modelu, która dla przedstawionego modelu RBC jest następująca¹⁵:

$$\begin{aligned}c_t &= \mathbb{E}_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma_c} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - \rho) \\w_t - p_t &= \sigma_c c_t + \sigma_h h_t^s \\w_t - p_t &= a_t \\y_t &= a_t + h_t^d\end{aligned}\tag{1.9}$$

gdzie $\rho = -\ln \beta$.

W przedstawianym modelu są trzy rynki: rynek produktu (równoważnie konsumpcji), rynek pracy oraz rynek oszczędności (obligacji). Warunek czyszczenia się rynku produktu stanowi, że cała podaż produktu y_t podlega konsumpcji:

$$y_t = c_t$$

rynek pracy czyści się gdy:

$$h_t^d = h_t^s = h_t$$

Ponieważ gospodarstwa domowe handlują obligacjami tylko między sobą, rynek oszczędności czyści się automatycznie:

$$b_t = 0$$

Warunek zrównujący płacę realną z krańcową produktywnością pracy, po loglinearyzacji ($w_t - p_t = a_t$), można odczytać jako ustalenie realnego kosztu krańcowego (oznaczanego przez mc_t) bądź, równoważnie, marży monopolistycznej $\lambda_t = -mc_t$, na poziomie jedności¹⁶:

$$mc_t = -\lambda_t = w_t - p_t - mpn_t = 0,$$

gdzie $mpn_t = a_t$ oznacza krańcową produktywność pracy.

¹⁵Małe litery oznaczają w tym rozdziale procentowe (tj. logarytmiczne) odchylenia zmiennych od stanu ustalonego. Wyjątkami są stopy procentowe: realna i nominalna, które są wyrażone w kategoriach bezwzględnych, oraz realny koszt krańcowy i marża monopolistyczna, które są wyrażone w logarytmach wartości bezwzględnych. Zmienne bez indeksów czasowych oznaczają wartości w stanie ustalonym.

¹⁶Czyli na poziomie zera dla logarytmu zmiennej.

1.3.6 Konsekwencje dla polityki pieniężnej

Na podstawie warunków (1.9) oraz warunków czyszczenia się rynków można wyznaczyć dynamikę kategorii realnych: produktu y_t , zatrudnienia h_t , płacy realnej $w_t - p_t$ oraz realnej stopy procentowej $r_t = i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}$:

$$\begin{aligned} c_t = y_t &= \frac{\sigma_h + 1}{\sigma_h + \sigma_c} a_t \\ h_t &= \frac{\sigma_h}{\sigma_c} \frac{1 - \sigma_c}{\sigma_h + \sigma_c} a_t \\ w_t - p_t &= a_t \\ r_t &= \rho + \frac{\sigma_c(\sigma_h + 1)}{\sigma_h + \sigma_c} (\rho - 1) a_t \end{aligned} \quad (1.10)$$

gdzie technologia¹⁷ jest sterowana egzogenicznym procesem stacjonarnym postaci:

$$a_t = \rho a_{t-1} + \epsilon_t$$

gdzie $\epsilon_t \sim N(0, \sigma)$ jest szokiem strukturalnym produktywności pracy. Jest to jedyny szok strukturalny w tym modelu. Szok produktywności jest, w teorii RBC, najważniejszym komponentem cyklicznej dynamiki gospodarki. Ostatnie z powyższych równań, tj. równanie na realną stopę procentową $r_t = i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}$, wynika z równania Eulera gospodarstwa domowego.

Okazuje się więc, że dynamika zmiennych realnych w standardowym modelu bez sztywności zależy tylko od poziomu technologii a_t ¹⁸. Z równania Fishera: $r_t = i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}$, wynika zatem, że zmiana nominalnej stopy procentowej przekłada się jak jeden do jednego na zmianę oczekiwań inflacyjnych. Równowagowa dynamika kategorii realnych nie zależy od nominalnej stopy procentowej i_t , bo ta przekłada się tylko na kategorię nominalną — oczekiwaną inflację. Polityka pieniężna nie wpływa na reguły decyzyjne podmiotów gospodarczych i jest neutralna dla dobrobytu gospodarstw domowych. Oznacza to, że standardowy model bez sztywności implikuje, zgodnie z teorią RBC, że wymagająca dużych nakładów pieniężno-instytucjonalnych implementacja polityki monetarnej państwa jest bezproduktywna.

1.4 Nowa synteza neoklasyczna

Zaprezentowany w ramach standardowego modelu bez sztywności wniosek o neutralności pieniądza przesądził o tym, że modele tej klasy nie mogły wzbudzić znacznego zainteresowania w instytucjach takich jak banki centralne, których praktyka i rozumienie wahliwości kategorii ekonomicznych stały w sprzeczności z implikacjami teorii realnego cyklu koniunkturalnego. Z drugiej strony dorobek teorii RBC zyskał zainteresowanie środowiska akademickiego, bowiem w stosunku do wcześniejszych modeli makroekonometrycznych modele RBC były — z punktu

¹⁷Dokładniej, proces produktywności czynników wytwórczych (ang. TFP od *total factor productivity*), tutaj — produktywności pracy.

¹⁸A w przypadku realnej stopy procentowej od jej oczekiwanego przyrostu $\mathbb{E}_t \Delta a_{t+1} = (1 - \rho) a_t$, *de facto*.

widzenia metodyki modelowania procesów gospodarczych — krokiem naprzód. Szczególnie atrakcyjne wydawało się modelowanie *explicite* procesu decyzyjnego podmiotów gospodarczych i specyfikacja modeli w oparciu o parametry strukturalne — niezmiennie przy analizie alternatywnych scenariuszy polityki gospodarczej, w tym polityki pieniężnej. Naturalną kolejną rzeczą wydaje się zatem rozpoczęcie budowy nowego nurtu teoretycznego — od przypadku możliwie prostego, a jednak zawierającego jego centralne elementy. W przypadku nurtu, który wyłonił się jako efekt połączenia teorii RBC z elementami nowej ekonomii keynesowskiej, nurtu, który obecnie określa się mianem nowej syntezy neoklasycznej, punktem wyjścia był model równowagi ogólnej gospodarki pozbawionej sztywności (ang. *frictionless* lub *distortion-free economy*). Neutralność pieniądza i prymat szoków technologicznych w przebiegu cyklu stały w sprzeczności z praktyką gospodarczą i przekonaniem, że czynniki popytowe i szoki monetarne powinny odgrywać większą niż marginalną rolę w kształtowaniu cyklu. Doprowadziło to do licznych prób rozwinięcia teorii RBC i stworzenia specyfikacji zachowujących dorobek metodyczny tego nurtu, ale implikujących nieneutralność pieniądza w krótkim okresie.

W latach 80-tych i 90-tych XX wieku analizowano różne mechanizmy mikroekonomiczne, przede wszystkim tzw. dystorsje czy nieefektywności, których zadaniem było przybliżenie modeli równowagi ogólnej do rzeczywistości ekonomicznej. Kilka prac proponowało sposoby uwzględnienia w dynamicznym modelu równowagi ogólnej sztywności nominalnych. Początkowo, analogicznie do literatury nowokeynesowskiej, nacisk był kładziony na sztywności w procesie dostosowywania cen. Proponowane modele były w istocie rozszerzeniem standardowego modelu RBC na przypadek przedsiębiorstw, które działają na rynku konkurencji monopolistycznej i nie zawsze mogą ustalać marże lub, równoważnie, ceny na optymalnym poziomie. Wybór zakłóceń w procesie ustalania cen lub marż stanowił najprostsze rozwiązanie, które gwarantowało, że szoki monetarne będą miały efekty realne i będą się cechować odpowiednią persystencją. W kolejnym paragrafie, na bazie standardowego modelu bez sztywności, przedstawiamy standardowy model nowokeynesowski, akcentując przyczyny braku neutralności pieniądza.

1.4.1 Standardowy model nowokeynesowski

Gospodarka składa się z reprezentatywnego gospodarstwa domowego, przedsiębiorstw — już nie reprezentatywnego przedsiębiorstwa — oraz banku centralnego. Środowisko gospodarcze, w którym żyje reprezentatywne gospodarstwo domowe, jest identyczne jak w modelu bez sztywności. Oznacza to, że problem decyzyjny reprezentatywnego gospodarstwa, jak również jego funkcje decyzyjne są takie same jak w standardowym modelu bez sztywności. Bank centralny implementuje politykę pieniężną, stosując regułę polityki pieniężnej, np. typu Taylora. Główna różnica pojawia się w sektorze przedsiębiorstw, które mają siłę monopolistyczną, nie są już więc cenobiorcami. Przedsiębiorstwa — a zakłada się, że jest ich continuum, każde z nich reprezentowane przez punkt na odcinku $[0, 1]$ ¹⁹ — działają na rynku konkurencji niedoskonałej, najczęściej konkurencji monopolistycznej. Przedsiębiorstwa mają więc siłę monopolistyczną i mogą kształtować ceny swojego produktu. Aby miało to sens, każde przedsiębiorstwo produkuje

¹⁹Nic nie stoi na przeszkodzie, aby liczba dóbr była skończona. Agregatory całkowite są wtedy zastępowane agregatorami sumującymi. W literaturze przyjęło się jednak stosować agregatory całkowite.

dobro zróżnicowane w stosunku do dóbr produkowanych przez pozostałe przedsiębiorstwa (ang. *variety*) a elastyczność substytucji między dobrami produkowanymi przez różne przedsiębiorstwa jest skończona. Dobra poszczególnych przedsiębiorstw są rozróżnialne np. na podstawie nadawanych im etykiet (ang. *brand naming*). Wprowadza się więc sztywność realną — siłę monopolistyczną przedsiębiorstw. Można pokazać, że nie zmienia to wniosków z modelu bez sztywności dotyczących neutralności pieniądza. Wprowadza się zatem sztywności nominalne — tzw. lepkie lub sztywne ceny — co przesądza o nieneutralności pieniądza w krótkim okresie.

1.4.2 Reprezentatywne gospodarstwo domowe

Zauważywszy, że konsumpcja reprezentatywnego gospodarstwa domowego składa się z kontinuum dóbr, jego problem decyzyjny jest taki sam jak w standardowym modelu bez sztywności. Oznacza to, że reguły decyzyjne gospodarstw domowych są takie same jak w modelu bez sztywności, czyli, po loglinearyzacji, mają postać:

$$\begin{aligned} c_t &= \mathbb{E}_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma_c} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - \rho) \\ w_t - p_t &= \sigma_c c_t + \sigma_h h_t^s \end{aligned} \quad (1.11)$$

W okresie t reprezentatywne gospodarstwo domowe konsumuje $C_t(i)$ i -tego dobra, a całkowita konsumpcja w gospodarce powstaje w wyniku uśrednienia konsumpcji poszczególnych dóbr z pomocą całkowitego agregatora CES:

$$C_t = \left(\int_{[0,1]} C_t(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (1.12)$$

gdzie η jest elastycznością substytucji między dowolnymi dwoma dobrami w gospodarce. Ograniczenie budżetowe przyjmuje wtedy postać:

$$\int_{[0,1]} P_t(i) C_t(i) di + Q_t B_t = B_{t-1} + W_t H_t \quad (1.13)$$

gdzie $P_t(i)$ oznacza ustaloną przez i -te przedsiębiorstwo cenę i -tego dobra w okresie t . Jeśli przyjąć regułę agregacji cen $P_t(i)$ do średniej ceny w okresie t w gospodarce P_t postaci:

$$P_t = \left(\int_{[0,1]} P_t(i)^{1-\eta} di \right)^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (1.14)$$

ograniczenie budżetowe agreguje się do:

$$P_t C_t + Q_t B_t = B_{t-1} + W_t H_t \quad (1.15)$$

czyli do ograniczenia identycznego jak w standardowym modelu bez sztywności. Gospodarstwo domowe decyduje, jaki udział w całkowitej konsumpcji C_t powinny mieć poszczególne dobra, maksymalizując konsumpcję $C_t = \left(\int_{[0,1]} C_t(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}}$ dla zadanej wartości wydatków

konsumpcyjnych $\int_{[0,1]} P_t(i)C_t(i)di$, tj. dla każdego $i \in [0, 1]$ rozwiązując problem:

$$\begin{aligned} \max_{C_t(i)} C_t &= \left(\int_{[0,1]} C_t(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \\ \text{przy warunku: } \int_{[0,1]} P_t(i)C_t(i)di &= Z_t \end{aligned} \quad (1.16)$$

gdzie Z_t jest zmienną pomocniczą ustalającą wartość wydatków konsumpcyjnych. Rozwiązanie tego problemu prowadzi do funkcji popytu postaci:

$$C_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (1.17)$$

1.4.3 Przedsiębiorstwa

Zakłada się, że i -te przedsiębiorstwo w okresie t produkuje $Y_t(i)$ i -tego dobra za pomocą funkcji produkcji takiej, jaką operowało reprezentatywne przedsiębiorstwo w standardowym modelu bez sztywności:

$$Y_t(i) = A_t H_t^d(i) \quad (1.18)$$

Poziom dostępnej stacjonarnej technologii A_t jest wspólny dla wszystkich przedsiębiorstw.

To, że przedsiębiorstwa mają siłę monopolistyczną, pozwala im na kształtowanie ceny swojego produktu. W okresie t i -te przedsiębiorstwo ustala cenę i -tego dobra na poziomie $P_t^*(i)$, który maksymalizuje zdyskontowany oczekiwany strumień jego zysków. Proces ustalania cen podlega przy tym frykcjom. Najczęściej stosowane są sztywności cenowe typu Calvo (1983). Polegają one na tym, że i -te przedsiębiorstwo w okresie t ma możliwość ustalenia optymalnej ceny swojego produktu $P_t^*(i)$ z prawdopodobieństwem równym $1 - \xi$. Z prawdopodobieństwem równym ξ jest natomiast zmuszone pozostawić cenę swojego produktu na ostatnio ustalonym poziomie. Prawdopodobieństwo ξ nie zależy od czasu, jaki upłynął od ostatniego okresu, w którym przedsiębiorstwo miało możliwość reoptymalizować cenę swojego produktu. Oznacza to, że wszystkie przedsiębiorstwa, które w okresie t mogą reoptymalizować ceny, rozwiązują ten sam problem optymalizacyjny, a więc ustalą tę samą cenę P_t^* . Cena P_t^* rozwiązuje problem:

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} (\beta \xi)^k \mathbb{E}_t \{ Z_{t,t+k} (P_t^* Y_{t+k|t} - \Psi_{t+k}(Y_{t+k|t})) \} \quad (1.19)$$

gdzie $Z_{t,t+k}$ oznacza stochastyczny czynnik dyskontujący, $Y_{t+k|t} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} C_{t+k}$ oznacza zgłaszany przez gospodarstwa domowe w okresie $t+k$ popyt na produkcję przedsiębiorstwa, które ostatni raz miało możliwość reoptymalizowania ceny w okresie t , a $\Psi_{t+k}(Y_{t+k|t}) = W_{t+k} H_{t+k}(Y_{t+k|t})$ oznacza nominalny koszt takiego przedsiębiorstwa. W odróżnieniu od standardowego modelu RBC w modelu nowokeynesowskim mechanizm powstawania inflacji, jest więc modelowany *explicite*. Przedsiębiorstwa generują inflację ustalając cenę optymalną na poziomie różnym od średniego poziomu cen w okresie poprzednim.

1.4.4 Równowaga ogólna

Warunek czyszczenia się rynków produktów zrównuje popyt z podażą na każdym rynku:

$$C_t(i) = Y_t(i)$$

dla każdego $i \in [0, 1]$ i pociąga czyszczenie się rynku produktu zagregowanego:

$$Y_t = C_t$$

o ile agregacja produktu zostanie przeprowadzona za pomocą agregatora postaci:

$$Y_t = \left(\int_{[0,1]} Y_t(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

Po loglinearyzacji warunek ten przyjmuje postać:

$$y_t = c_t$$

Popyt na pracę jest agregowany za pomocą agregatora $H_t^d = \int_{[0,1]} H^d(i) di$. Można pokazać, że agregacja taka prowadzi do zależności między produktem a produktywnością i zatrudnieniem postaci²⁰:

$$y_t = a_t + h_t^d$$

Warunek czyszczenia się rynku pracy wymaga, aby zagregowany popyt na pracę był równy podaży pracy reprezentatywnego gospodarstwa domowego:

$$h_t^d = h_t^s = h_t$$

Rynek obligacji czyści się automatycznie:

$$b_t = 0$$

1.4.5 Konsekwencje dla polityki pieniężnej

Reguły decyzyjne gospodarstw domowych i zagregowana funkcja produkcji standardowego modelu nowokeynesowskiego jest taka sama jak w zaprezentowanym standardowym modelu bez sztywności:

$$\begin{aligned} c_t &= \mathbb{E}_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma_c} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - \rho) \\ w_t - p_t &= \sigma_c c_t + \sigma_h h_t^s \\ y_t &= a_t + h_t^d \end{aligned} \tag{1.20}$$

²⁰Zależność ta wymaga pominięcia efektów dyspersji płac w gospodarce.

gdzie $\rho = -\ln \beta$.

W modelu bez sztywności reguła decyzyjna przedsiębiorstw, która zrównywała płacę realną z krańcową produktywnością pracy, bądź — równoważnie — nominalny koszt krańcowy przedsiębiorstwa z ceną rynkową, uzależniała płacę realną od zatrudnienia i produktywności, wymuszając, aby realny koszt krańcowy przedsiębiorstwa był równy jedności²¹:

$$mc_t = w_t - p_t - mph_t = w_t - p_t - a_t = 0 \quad (1.21)$$

Równanie uzależniające płacę realną od zatrudnienia i produktywności, wraz z warunkami czyszczenia się rynków, domykało model bez sztywności w tym sensie, że można było wyznaczyć dynamikę zmiennych realnych bez konieczności odwoływania się do reguły polityki pieniężnej. Równanie Eulera gospodarstwa domowego wyznaczało tylko dynamikę *realnej* stopy procentowej $r_t = i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}$. Gdy przedsiębiorstwa działają w warunkach konkurencji monopolistycznej, przeciętny realny koszt krańcowy w gospodarce mc_t nie musi być równy jedności, ale równy jest odwrotności przeciętnej marży monopolistycznej w gospodarce λ_t :

$$mc_t = w_t - p_t - mph_t = w_t - p_t - a_t = -\lambda_t \neq 0 \quad (1.22)$$

gdyż firmy mogące reoptymalizować cenę produkcji ustalają ją powyżej krańcowego kosztu nominalnego. Równanie (1.22) w modelu nowokeynesowskim jest odpowiednikiem równania (1.21), które, uzależniając płacę realną *tylko* od produktywności pracy, domykało model bez sztywności i pozwalało wyznaczyć dynamikę kategorii realnych bez potrzeby definiowania sposobu ustalania nominalnej stopy procentowej i_t ²². Równanie (1.22) wyraża jednak płacę realną przez produktywność *oraz* przeciętną marżę monopolistyczną. Zakładając egzogeniczność procesu generującego przeciętne marże λ_t , zmienne realne modelu nowokeynesowskiego można wyrazić przez zmienne modelu bez sztywności oraz przeciętne marże:

$$\begin{aligned} y_t &= y_t^* - \frac{1}{\sigma_c + \sigma_h} \lambda_t \\ h_t &= h_t^* - \frac{1}{\sigma_c + \sigma_h} \lambda_t \\ w_t - p_t &= (w_t - p_t)^* - \frac{\sigma_h}{\sigma_c + \sigma_h} \lambda_t \\ r_t &= r_t^* - \frac{1}{\sigma_c + \sigma_h} \mathbb{E}_t (\lambda_{t+1} - \lambda_t) \end{aligned} \quad (1.23)$$

gdzie wartości zmiennych y_t^* , h_t^* , $w_t^* - p_t^*$ oraz r_t^* są takie, jakie wynikają ze standardowego modelu bez sztywności, a więc przy braku sztywności cenowych oraz przy doskonałej konkurencji. Widać więc, że brak neutralności polityki pieniężnej w przedstawianym standardowym modelu realizuje się przez proces ustalania optymalnych marż, czyli (równoważnie) proces ustalania optymalnych cen. Dokładniej, proces ustalania optymalnych cen musi zostać zakłócony, gdyż —

²¹ Czyli żeby logarytm kosztu realnego mc_t był zerowy.

²² W standardowym modelu bez sztywności nominalna stopa procentowa *de facto* nie występowała. Relacja łącząca realną stopę procentową i oczekiwaną inflację została włączona za pomocą reguły Fishera.

jeśli założyć doskonałą elastyczność cen, tzn. wykluczyć sztywności cenowe — to sektor przedsiębiorstw zostanie zredukowany do reprezentatywnego monopolisty ustalającego optymalną cenę w każdym okresie na poziomie:

$$P_t^* = \frac{\eta}{\eta - 1} \psi_t$$

gdzie ψ_t oznacza nominalny koszt krańcowy reprezentatywnego monopolisty. Marża będzie więc stała i równa $\lambda_t = \ln \frac{\eta}{\eta - 1}$, co domknęłoby rozważany model w tym sensie, że dynamika kategorii realnych byłaby niezależna od polityki pieniężnej. Przy sztywnościach cenowych typu Calvo, rozwiązanie problemu decyzyjnego przedsiębiorstw prowadzi do równania różnicowego na optymalną cenę, które po linearyzacji ma postać:

$$p_t^* = p_{t-1} + \beta \xi \mathbb{E}_t \{ p_{t+1}^* - p_t^* \} + (1 - \beta \xi) \hat{m}c_t + \pi_t \quad (1.24)$$

gdzie $\hat{m}c_t = mc_t - mc = -(\lambda_t - \lambda)$ oznacza odchylenie przeciętnego realnego kosztu krańcowego mc_t w gospodarce od jego wartości w stanie stacjonarnym mc lub, równoważnie, minus odchylenie przeciętnej marży λ_t w gospodarce od jego wartości w stanie stacjonarnym $\lambda = -mc$. Na podstawie tego równania przeciętną marżę można wyznaczyć jako funkcję oczekiwanej optymalnej ceny w okresie następnym:

$$\lambda_t = \lambda + \frac{\beta \xi}{(1 - \beta \xi)} \mathbb{E}_t (p_{t+1}^* - p_t^*)$$

Widać więc, że model ze sztywnościami cenowymi nie domknie się w takim sensie, jak domykał się model bez sztywności lub model z reprezentatywnym monopolistą. Przeciętne marże zależą od oczekiwanej przyrostu optymalnego poziomu cen, które są w ramach modelu wyznaczone endogenicznie. Zakłócenia sposobu ustalania cen — równoważnie marż — sprawiają, że zmiany nominalnej stopy procentowej nie przekładają się jak jeden do jednego na oczekiwaną inflację, ale wpływają na realną stopę procentową. W odpowiedzi na szok monetarny nie wszyscy przedsiębiorcy będą mogli ustalić marżę na poziomie odpowiedzi optymalnej, stąd — tak długo jak szok monetarny nie wygaśnie — polityka pieniężna ma wpływ na kategorie realne.

Optymalna polityka cenowa przedsiębiorstw implikuje równanie inflacji postaci:

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \{ \pi_{t+1} \} + \kappa \tilde{y}_t$$

gdzie $\kappa = \frac{(1-\xi)(1-\beta\xi)(\sigma_c + \sigma_n)}{\xi}$, natomiast przez $\tilde{y}_t = y_t - y_t^n$ oznaczono lukę popytową (ang. *output gap*), czyli różnicę między produktem y_t oraz tzw. produktem naturalnym y_t^n , czyli produktem, który zrealizowałby się przy doskonale elastycznych cenach, a więc który można wyrazić przez poziom technologii a_t . Równanie to nosi nazwę nowokeynesowskiej krzywej Phillipsa (ang. *new-keynesian Phillips curve*). Równanie Eulera gospodarstw domowych prowadzi natomiast do uzależnienia luki popytowej od ścieżki różnic między realną stopą procentową a jej naturalnym poziomem, czyli do tzw. dynamicznej krzywej IS (ang. *dynamic IS equation*):

$$\tilde{y}_t = \mathbb{E}_t \{ \tilde{y}_{t+1} \} - \frac{1}{\sigma_c} (i_t - \mathbb{E}_t \{ \pi_{t+1} \} - r_t^n)$$

gdzie:

$$r_t^n = \rho + \sigma_c \mathbb{E}_t \frac{1 + \sigma_h}{\sigma_c(1 - \alpha) + \sigma_c + \alpha} (1 - \rho) a_t$$

jest realną naturalną stopą procentową. Ostatnie trzy równania wraz z procesem definiującym technologię $a_t = \rho_a a_{t-1} + \eta_t$ definiują postać modelu nowokeynesowskiego w zmiennych π_t , \tilde{y}_t , r_t^n oraz a_t . Postać ta jednak, czego należy się w świetle przedstawionej motywacji spodziewać, zawiera zmienną i_t — nominalną stopę procentową, której poziom ustala bank centralny. Aby móc rozwiązać model należy zatem wprowadzić równanie na i_t , tj. zdecydować, w jaki sposób bank centralny ma sterować nominalną stopą procentową. Najczęściej zakłada się równanie na i_t w postaci tzw. reguł polityki pieniężnej. Są to *ad hoc* przyjęte równania definiujące odpowiedź stopy procentowej na zmiany w agregatach makroekonomicznych. Jeśli stopa procentowa reaguje na zmiany inflacji i luki popytowej, to reguła jest postaci:

$$i_t = \rho + \phi_y \tilde{y}_t + \phi_\pi \pi_t$$

Regułę tego typu nazywa się regułą Taylora.

2 Model DSGE – anatomia

Formalnie rzecz biorąc, model DSGE jest układem warunków pierwszego rzędu podmiotów gospodarczych, warunków ograniczających ich decyzje oraz warunków równowagi. Jeśli wszystkie zmienne modelu — prócz szoków strukturalnych — zebrać w wektor y_t , a szoki strukturalne w wektor ϵ_t , to model DSGE jest stochastycznym równaniem różnicowym postaci¹:

$$\mathbb{E}_t \{f(y_{t+1}, y_t, y_{t-1}, \epsilon_t)\} = 0 \quad (2.1)$$

przy czym zachodzi $\mathbb{E}\{\epsilon_t | I_{t-k}\} = 0$ dla $k \geq 1$, gdzie I_t reprezentuje informacje o stanie świata, jaką podmioty gospodarcze mają w okresie t , czyli tzw. zbiór informacyjny. Postać (2.1) określa się mianem postaci strukturalnej modelu DSGE, co oznacza, że reprezentuje ona mechanizm ekonomiczny determinujący własności dynamiczne gospodarki. Wektor y_t określa się mianem wektora zmiennych endogenicznych modelu, wektora stanu lub po prostu stanem. Mechanizm reprezentowany przez postać strukturalną modelu zawiera zakodowane reguły decyzyjne podmiotów gospodarczych. Rozwiązanie modelu polega na odkodowaniu tych reguł i zapisaniu ich w postaci operacyjnej, tzn. umożliwiającej ich bezpośrednią implementację. Operacyjność rozwiązania modelu z perspektywy okresu t jest przy tym rozumiana poprzez własność, że dzisiejszy stan y_t jest możliwy do wyznaczenia na podstawie znajomości jego przeszłej wartości y_{t-1} oraz wartości szoków ϵ_t , które dziś się zrealizowały. Zarówno przeszłe stany, jak i dzisiejsze szoki należą do zbioru informacyjnego I_t , którym podmioty gospodarcze dysponują w okresie t . Znając rozwiązanie modelu, podmioty gospodarcze potrafią więc implementować swoje reguły decyzyjne. Formalnie, rozwiązaniem modelu (2.1) jest każda funkcja g postaci:

$$y_t = g(y_{t-1}, \epsilon_t) \quad (2.2)$$

¹Wektor y_t zawiera wszystkie zmienne modelu prócz szoków strukturalnych. W szczególności może zawierać zmienne autoregresyjne postaci: $\theta_t = \rho \theta_{t-1} + \epsilon_t$, gdzie ϵ_t jest szokiem strukturalnym. Zmienne postaci $\theta_t = \rho \theta_{t-1} + \epsilon_t$ nazywa się zaburzeniami modelu. Z punktu widzenia reprezentacji modelu w tzw. przestrzeni stanów, zaburzenia są zmiennymi endogenicznymi, tj. stanami (zmiennymi stanu).

która rozwiązuje model strukturalny, tj. spełnia równanie (2.1):

$$\mathbb{E}_t \left\{ f \left(g \left(y_{t-1}, \epsilon_t \right), \epsilon_{t+1}, g \left(y_{t-1}, \epsilon_t \right), y_{t-1}, \epsilon_t \right) \right\} = 0 \quad (2.3)$$

Warunek ten implikuje, że reprezentowane przez funkcję g reguły decyzyjne są rzeczywiście dopuszczalne i optymalne. Funkcję g określa się mianem postaci zredukowanej modelu DSGE, jego rozwiązaniem, regułą decyzyjną, prawem ruchu stanu lub funkcją polityki. Ostatnia nazwa została zaczerpnięta z teorii sterowania optymalnego. Funkcja g reprezentuje reguły decyzyjne podmiotów gospodarczych odcodowane z postaci strukturalnej modelu, opisuje równania ruchu wszystkich zmiennych modelu, a więc wyznacza jego dynamikę. Równania ruchu determinują wartości wszystkich zmiennych modelu w okresie t , tj. wektor stanu y_t , na podstawie przeszłego stanu gospodarki y_{t-1} oraz szoków strukturalnych ϵ_t , które zrealizowały się w bieżącym okresie. Wyznaczenie funkcji g o podanych własnościach jest równoznaczne z rozwiązaniem modelu DSGE.

Rozwiązanie modelu DSGE jest w ogólności zadaniem trudnym, co wynika z nieliniowej postaci funkcji f i braku odpowiednio ogólnych metod analitycznych lub numerycznych. Dlatego zamiast rozważać nieliniowy model (2.1), rozważa się jego przybliżenie liniowe. Jest nim tzw. rozwinięcie w szereg Taylora pierwszego rzędu (por. np. Birkholc, 2002). Upraszcza to istotnie procedurę rozwiązania modelu, jednak nie prowadzi do wyznaczenia funkcji g , ale jej liniowej aproksymacji. Ponadto model najczęściej wyraża się w logarytmach zmiennych, tak aby po linearyzacji wartości ich przyrostów² dy_t miały interpretację procentowych odchyień od punktu, w otoczeniu którego model jest aproksymowany. Przybliżenie takie nazywa się przybliżeniem logarytmiczno-liniowym, a proces jego uzyskania loglinearyzacją modelu. Jeśli model jest loglinearyzowany w otoczeniu stanu stacjonarnego, to wartości przyrostów zmiennych dy_t interpretuje się jako procentowe odchylenia od wartości w stanie ustalonym, czyli od wartości spójnych z równowagą długookresową.

Rozwinięcie w szereg Taylora modelu (2.1) odbywa się w otoczeniu wybranego punktu. Przyjęło się, że punktem tym jest punkt stanowiący równowagę długookresową gospodarki, co oznacza, że model (2.1) rozwija się w szereg Taylora pierwszego rzędu w otoczeniu deterministycznego stanu stacjonarnego, w tym rozdziale oznaczanego jako \bar{y} . Deterministyczny stan stacjonarny definiuje się jako każdy punkt \bar{y} spełniający:

$$f(\bar{y}, \bar{y}, \bar{y}, 0) = 0 \quad (2.4)$$

Oznacza to, że stan stacjonarny jest stanem, dla którego, jeśli nie zrealizują się żadne szoki strukturalne, optymalne będzie samopowtarzanie się — podmioty gospodarcze nie mają w stanie stacjonarnym motywu do zmiany swoich decyzji. Wynika z tego, że stan stacjonarny jest też punktem stałym odwzorowania g przy zerowych wartościach szoków strukturalnych $\epsilon_t = 0$:

$$\bar{y} = g(\bar{y}, 0) \quad (2.5)$$

²Formalnie, wartości ich różniczek.

Zważywszy na fakt, że $y_{t+1} = g(g(y_{t-1}, \epsilon_t), \epsilon_{t+1})$ oraz $f(\bar{y}, \bar{y}, \bar{y}, 0) = 0$, rozwinięcie modelu (2.1) w szereg Taylora pierwszego rzędu w otoczeniu stanu stacjonarnego \bar{y} ma postać:

$$\mathbb{E}_t \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial y_{t+1}}(\bar{y}) \left[\frac{\partial g}{\partial y}(\bar{y}) \right]^2 + \frac{\partial f}{\partial y_t}(\bar{y}) \frac{\partial g}{\partial y}(\bar{y}) + \frac{\partial f}{\partial y_{t-1}}(\bar{y}) \right) dy_{t-1} + \left(\frac{\partial f}{\partial y_{t+1}}(\bar{y}) \frac{\partial g}{\partial y}(\bar{y}) \frac{\partial g}{\partial \epsilon}(\bar{y}) + \frac{\partial f}{\partial y_t}(\bar{y}) \frac{\partial g}{\partial \epsilon}(\bar{y}) + \frac{\partial f}{\partial \epsilon}(\bar{y}) \right) d\epsilon_t \right\} = 0 \quad (2.6)$$

Przyjmując dla macierzy $\frac{\partial f}{\partial y_{t+1}}(\bar{y})$, $\frac{\partial g}{\partial y}(\bar{y})$, $\frac{\partial f}{\partial y_t}(\bar{y})$, $\frac{\partial f}{\partial y_{t-1}}(\bar{y})$, $\frac{\partial g}{\partial \epsilon}(\bar{y})$ oraz $\frac{\partial f}{\partial \epsilon}(\bar{y})$ oznaczenia, odpowiednio, A_0 , A , A_1 , A_2 , B oraz S , przybliżenie liniowe modelu przyjmuje postać:

$$\mathbb{E}_t \left\{ (A_0 A^2 + A_1 A + A_2) dy_{t-1} + (A_0 A B + A_1 B + S) d\epsilon_t \right\} = 0 \quad (2.7)$$

Układ (2.7) jest stochastycznym różnicowym równaniem macierzowym z niewiadomymi macierzami A i B . Wyznaczenie macierzy A i B spełniających równanie (2.7), tj. rozwiązanie równania (2.7), pozwala wyznaczyć przybliżenie liniowe funkcji polityki g , ponieważ z dokładnością do rozwinięcia w szereg Taylora pierwszego rzędu wokół deterministycznego stanu stacjonarnego \bar{y} zachodzi: $y_t = g(y_{t-1}, \epsilon_t) \approx \bar{y} + A dy_{t-1} + B d\epsilon_t$ lub, równoważnie:

$$dy_t \approx A dy_{t-1} + B d\epsilon_t$$

Różniczka dy_t reprezentuje odchylenie stanu y_t od stanu ustalonego, a — jeśli zmienne modelu są wyrażone w logarytmach — odchylenie to ma interpretację odchylenia procentowego. Ostatnie równanie wskazuje, że postać zredukowana modelu DSGE ma, z dokładnością do przybliżenia liniowego, reprezentację modelu VAR.

Ponieważ równanie (2.7) musi być spełnione dla każdego dy_t oraz $d\epsilon_t$, oba składniki sumy pod znakiem wartości oczekiwanej muszą być równe zero, tj. wymaga się, aby:

$$\mathbb{E}_t \left\{ (A_0 A^2 + A_1 A + A_2) dy_{t-1} \right\} = 0 \quad (2.8)$$

dla każdego t , oraz:

$$\mathbb{E}_t \left\{ (A_0 A B + A_1 B + S) d\epsilon_t \right\} = 0 \quad (2.9)$$

dla każdego t . Pierwsze równanie jest stochastycznym macierzowym równaniem kwadratowym ze względu na A , drugie natomiast, jeśli tylko A zostanie ustalone, pozwoli wyliczyć B z warunku:

$$B = -(A_0 A + A_0)^{-1} S \quad (2.10)$$

Rozwiązanie modelu sprowadza się więc do wyznaczenia macierzy A z równania (2.9). Stosuje się do tego odpowiednie algorytmy numeryczne, najczęściej metodę Blancharda-Kahna i algorytm Andersona-Moora.

Rozwiązanie aproksymacji liniowej modelu DSGE, czyli (równoważnie) aproksymację liniową

jego postaci zredukowanej³:

$$y_t = Ay_{t-1} + B\epsilon_t$$

reprezentuje się w tzw. przestrzeni stanów (ang. *state-space*):

$$\begin{aligned} Y_t &= Hy_t + u_t \\ y_t &= Ay_{t-1} + B\epsilon_t \end{aligned} \quad (2.11)$$

przy czym:

$$u_t \sim N(0, R) \quad \text{oraz} \quad \epsilon_t \sim N(0, I)$$

Pierwsze równanie jest nazywane równaniem pomiaru (ang. *measurement equation*) i przedstawia zależność między obserwacjami, czyli zmiennymi obserwowalnymi — danymi, które są oznaczone przez Y_t , a zmiennymi endogenicznymi modelu, które w kontekście reprezentacji modelu w przestrzeni stanów nazywa się zmiennymi stanu (ang. *state variables*) lub po prostu stanami, a które oznaczone są przez y_t . Obserwacje mogą być funkcjami zmiennych endogenicznych y_t , funkcjami zmiennych egzogenicznych, w szczególnych przypadkach wykazują trendy, mogą też zależeć od wartości stanów w stanie ustalonym⁴. Zmienna losowa u_t nazywana jest błędem lub zakłóceniem pomiaru. Drugie równanie nazywano równaniem przejścia (ang. *transition equation*) i opisuje dynamikę zmiennych stanu y_t , czyli znane już liniowe przybliżenie rozwiązania modelu. Równanie to jest liniowym przybliżeniem postaci zredukowanej, tj. rozwiązania, modelu. Dalej będziemy go określać mianem rozwiązania bądź postaci zredukowanej. Elementy macierzy A , B i H są nieliniowymi funkcjami parametrów modelu, które oznaczymy symbolem θ . Formalnie, $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^n$ dla pewnego n . Reprezentacja postaci zredukowanej modelu DSGE w przestrzeni stanów (2.11) wraz z założeniami o rozkładach szoków ϵ_t i błędów obserwacji u_t będzie skrótowo oznaczana symbolem \mathcal{M} i nazywana modelem \mathcal{M} .

Ze statystycznego — klasycznego — punktu widzenia, na model \mathcal{M} można patrzeć jak na rodzinę warunkowych rozkładów obserwacji względem zmiennych nieobserwowalnych, tj. względem stanów, szoków, błędów pomiaru i parametrów:

$$\{p(Y|y, \epsilon, u, \theta), y \in \mathcal{Y}, \epsilon \in \Xi, u \in \Omega, \theta \in \Theta\} \quad (2.12)$$

gdzie Ξ jest przestrzenią szoków ϵ , \mathcal{Y} — przestrzenią stanów y , Ω — przestrzenią błędów pomiaru u , a Θ — przestrzenią parametrów. Alternatywnie, ale też z klasycznego punktu widzenia, model \mathcal{M} reprezentuje rodzinę warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa jego zmiennych parametryzowaną parametrami θ :

$$\{p(Y, y, \epsilon, u|\theta), \theta \in \Theta\} \quad (2.13)$$

Postać ta, po wycałkowaniu z rozkładu $p(Y, y, \epsilon, u|\theta)$ stanów, szoków i zakłóceń, prowadzi do

³Odtąd do końca tego rozdziału zakładamy, że zmienne modelu są wyrażone w postaci procentowych odchyień od stanu ustalonego.

⁴Dla prostoty zapisu reprezentacja modelu (2.11) uzależnia obserwacje tylko od stanów.

funkcji wiarygodności $L(\theta|Y)$:

$$L(\theta|Y) = p(Y|\theta) = \int_{\Omega} \int_{\Xi} \int_{\mathcal{R}} p(Y, y, \epsilon, u|\theta) dy d\epsilon du \quad (2.14)$$

która jest centralnym obiektem dla zagadnienia estymacji parametrów modelu.

Ze statystycznego — bayesowskiego — punktu widzenia na model \mathcal{M} można patrzeć jak na łączny rozkład obserwacji, stanów, szoków, zakłóceń i parametrów, który powstaje w wyniku faktoryzacji na rozkład warunkowy obserwacji, stanów, szoków i zakłóceń ze względu na parametry oraz rozkład bezwarunkowy, tzw. rozkład *a priori*, parametrów:

$$p(Y, y, \epsilon, u, \theta) = p(Y, y, \epsilon, u|\theta)p(\theta) \quad (2.15)$$

Po wycałkowaniu z rozkładu łącznego stanów, szoków i zakłóceń otrzymujemy tzw. jądro rozkładu *a posteriori* $\mathcal{K}(\theta|Y)$:

$$\mathcal{K}(\theta|Y) = \int_{\Omega} \int_{\Xi} \int_{\mathcal{R}} p(Y, y, \epsilon, u|\theta)p(\theta) dy d\epsilon du = p(Y|\theta)p(\theta) \quad (2.16)$$

będące iloczynem funkcji wiarygodności parametrów i gęstości prawdopodobieństwa ich rozkładu *a priori*. Jądro rozkładu *a posteriori* parametrów jest centralnym obiektem dla zagadnienia ich bayesowskiej estymacji.

Proces rozwiązania modelu DSGE wymaga dokonywania obliczeń na macierzach A_0, A_1, A_2 i S , które wyznaczają liniową aproksymację jego postaci strukturalnej. Aby móc rozwiązać model, należy zatem elementom tych macierzy — parametrom modelu — nadać wartości liczbowe. Rozwiązany model DSGE, tzn. jego postać zredukowaną, można następnie wykorzystać do różnego rodzaju eksperymentów symulacyjnych, zarówno pozytywnych, jak i kontrfaktycznych. Można kwantyfikować odpowiedź gospodarki na szoki strukturalne, estymować wartości szoków w próbie, prognozować zmienne endogeniczne i ich funkcje — tzw. zmienne obserwowalne. Wszystkie te eksperymenty wymagają jednak rozwiązania modelu, a więc uprzedniego nadania jego parametrom wartości liczbowych. Można to zrobić na różne sposoby.

2.1 Wartości parametrów

Aby móc rozwiązać model i następnie prowadzić na jego podstawie analizy, parametrom modelu należy nadać wartości liczbowe. Można to zrobić co najmniej na dwa sposoby — wartości parametrów można kalibrować lub estymować. W praktyce kalibrację i estymację stosuje się komplementarnie, tj. część parametrów modelu jest kalibrowana, a część estymowana. Wśród metod estymacji najczęściej używa się metody największej wiarygodności i estymacji bayesowskiej. Możliwe jest też wykorzystanie metody momentów, która w omawianym kontekście była popularna przed okresem dominacji metody największej wiarygodności. Obecnie coraz bardziej popularne staje się podejście bayesowskie. Pierwotnie wynikało to z tego, że estymacja modeli DSGE metodą największej wiarygodności przy wykorzystaniu deterministycznych algorytmów optymalizacyjnych rodzi problemy numeryczne, które uniemożliwiają satysfakcjonujące jej

wykorzystanie. Obecnie bayesowskie podejście do estymacji modeli DSGE przybiera wymiar szerszy niż tylko metody rozwiązywania kwestii technicznych. Podejście to umożliwia bowiem uwzględnienie wiedzy *a priori* w sposób jawny i formalny.

2.1.1 Kalibracja

Kalibracja może polegać na nadaniu parametrom modelu wartości arbitralnie lub na podstawie innych badań. Dla przykładu, istnieją badania empiryczne poświęcone estymacji elastyczności popytu na dobra krajowe i zagraniczne w różnych sektorach wielu gospodarek. Podane tam wartości elastyczności można przyjąć za wartości elastyczności w modelu DSGE. Z drugiej strony w procesie kalibracji można przyjąć takie wartości parametrów modelu DSGE, żeby jego dynamika (odpowiedzi gospodarki na szoki strukturalne) oraz równowaga długookresowa były w zgodzie z intuicją ekonomiczną, wynikami innych badań lub wskazaniem modeli o bardziej empirycznym przeznaczeniu, jak np. modele klasy VAR. W praktyce kalibracja łączy w sobie obie techniki. Z punktu widzenia estymacji bayesowskiej kalibracja sprowadza się do nadania kalibrowanym parametrom skrajnie informacyjnego rozkładu *a priori*. Ten sposób wnioskowania umożliwia więc formalne ujęcie tego, co w podejściu klasycznym jest powszechne, ale odbywa się *ad hoc* i w sposób ukryty.

2.1.2 Metoda największej wiarygodności

Wśród klasycznych metod estymacji najczęściej wykorzystuje się metodę największej wiarygodności. Polega ona na wyznaczeniu wartości parametrów θ , dla których funkcja wiarygodności parametrów $\mathcal{L}(\theta|Y)$ przyjmuje największą wartość. Metoda ta wymaga wyznaczenia postaci analitycznej funkcji $\mathcal{L}(\theta|Y)$ lub opracowania metody numerycznej jej aproksymacji. Formalnie rzecz biorąc, funkcja wiarygodności $\mathcal{L}(\theta|Y)$ jest funkcją gęstości warunkowego rozkładu prawdopodobieństwa obserwacji Y pod warunkiem parametrów θ :

$$\mathcal{L}(\theta|Y) = p(Y|\theta)$$

O funkcji wiarygodności można myśleć jak o funkcji mierzącej wiarygodność parametrów θ w tym sensie, że przyjmuje ona większą wartość dla takich ich konfiguracji, przy których gęstość prawdopodobieństwa, określona przez $p(Y|\theta)$, wygenerowania danych Y przez model \mathcal{M} , którego parametry mają wartość θ , jest większa. Funkcja wiarygodności $\mathcal{L}(\theta, Y) = p(Y|\theta)$ powstaje w wyniku wyciągnięcia z warunkowej gęstości $p(Y, y, \epsilon, u|\theta)$ stanów y , szoków ϵ i zakłóceń u . Marginalizacja stanów, szoków i zakłóceń odbywa się w procesie ich filtracji. Filtracja jest warunkowa ze względu na model \mathcal{M} . W celu podkreślenia tego, funkcję wiarygodności oznaczamy przez $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$, gdzie $\mathcal{F}(\mathcal{M})$ oznacza filtrację przeprowadzoną za pomocą modelu \mathcal{M} .

Operacyjnie, wiarygodność $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ jest liczona na podstawie iteracyjnej formuły:

$$\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M})) = p(Y|\theta, \mathcal{F}(\mathcal{M})) = p(Y_0) \prod_{t=1}^T p(Y_t|I_{t-1})$$

gdzie przyjęto oznaczenie $I_t = \{Y_0, Y_1, \dots, Y_t\}$ dla zbioru informacyjnego z okresu t . Wykorzystanie takiej formuły wymaga wyznaczenia gęstości prawdopodobieństwa $p(Y_t|I_{t-1})$ dla $t = 1, 2, \dots, T$. Zakładając normalność szoków i zakłóceń, gęstość ta jest gęstością rozkładu normalnego:

$$p(Y_t|I_{t-1}) = (2\pi)^{-\frac{Tk}{2}} |\mathbb{D}(Y_t|I_{t-1})|^{-\frac{1}{2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (Y_t - \mathbb{E}(Y_t|I_{t-1}))' (\mathbb{D}(Y_t|I_{t-1}))^{-1} (Y_t - \mathbb{E}(Y_t|I_{t-1})) \right\} \quad (2.17)$$

Do wyliczenia wiarygodności parametrów potrzebna jest więc znajomość wartości oczekiwanych $\mathbb{E}(Y_t|I_{t-1})$ oraz wariancji $\mathbb{D}(Y_t|I_{t-1})$ dla $t = 1, 2, \dots, T$. Wykorzystuje się w tym celu filtr Kalmana, którego równania są, w przypadku rozkładu normalnego, tożsame z wyprowadzonymi analitycznie wzorami na te wartości.

Do wyznaczenia wartości parametrów θ maksymalizujących funkcję wiarygodności $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ najczęściej wykorzystuje się metody iteracyjne bazujące na metodzie Raphsona-Newtona (por. np. Żak i Chong, 2008). Ogólny schemat estymacji parametrów modelu DSGE metodą największej wiarygodności jest następujący:

1. Parametry przyjmują wartość θ_k , $k = 0, 1, 2, \dots, K$. Dla $k = 0$ musi zostać wskazana początkowa wartość parametrów.
2. Rozwiązanie modelu \mathcal{M} dla $\theta = \theta_k$, tj. wyznaczenie macierzy $A = \frac{\partial g}{\partial y}|_{\theta=\theta_k}(\bar{y})$ oraz $B = \frac{\partial g}{\partial \epsilon}|_{\theta=\theta_k}(\bar{y})$.
3. Wyznaczenie wartości funkcji wiarygodności dla $\theta = \theta_k$, tj. wyznaczenie $\mathcal{L}(\theta_k|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ w jednym przebiegu filtru Kalmana.
4. Numeryczne wyznaczenie pierwszych dwóch różniczek funkcji $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ w punkcie $\theta = \theta_k$, tj. gradientu $\nabla_{\mathcal{L}(\theta_k|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))}$ oraz hessianu $H_{\mathcal{L}(\theta_k|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))}$.
5. Wykonanie kroku iteracyjnego metody Raphsona-Newtona, tj. przyjęcie

$$\theta_{k+1} = \theta_k - \nabla_{\mathcal{L}(\theta_k|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))} (H_{\mathcal{L}(\theta_k|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))})^{-1}.$$

6. Weryfikacja kryteriów zbieżności algorytmu.

Estymacja modelu DSGE metodą największej wiarygodności przy wykorzystaniu metody Raphsona-Newtona jest czasochłonna. Wynika to z faktu, że metoda Raphsona-Newtona jest iteracyjna, a każda iteracja wymaga rozwiązania modelu (punkt 2) i wykonanie przebiegu filtru Kalmana w celu wyznaczenia wartości funkcji wiarygodności $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ (punkt 3). Dodatkowo wymaga ona numerycznego wyznaczenia gradientu i hessianu funkcji wiarygodności, co jest zadaniem niestabilnym numerycznie. W końcu metoda Raphsona-Newtona wymaga podania początkowych wartości parametrów θ_0 i jest metodą lokalną, co znaczy, że nie gwarantuje, że otrzymane oszacowanie θ_k maksymalizuje globalnie funkcję wiarygodności. Z tego powodu ostatnimi czasy na popularności zyskują metody optymalizacji stochastycznej, szczególnie wyzarzanie symulowane. Największym jednak problemem związanym z zastosowaniem metody

największej wiarygodności do estymacji parametrów modeli DSGE jest niedostateczna krzywizna funkcji wiarygodności, czyli występowanie tzw. *plateau*. Deterministyczne iteracyjne metody optymalizacji są wtedy nieefektywne, a otrzymane oszacowanie θ_K najczęściej niewiele się różni od podanych wartości początkowych θ_0 . Z tego głównie względu modele DSGE są często estymowane metodami bayesowskimi, które pozwalają zwiększyć krzywiznę funkcji wiarygodności poprzez zmianę jej kształtu tzw. rozkładem *a priori*. Stosowanie metody największej wiarygodności wymaga też rozwiązania innych problemów. Przykładem jest osobliwość macierzy wariancji-kowariancji modelu, która ma miejsce, jeśli liczba zmiennych obserwowalnych przewyższa liczbę szoków strukturalnych modelu, co często ma miejsce w małych modelach DSGE. Kwestię tę rozwiązuje się przez wprowadzenie w przestrzeni stanów błędów pomiaru dla zmiennych obserwowalnych w takiej liczbie, aby suma liczby szoków strukturalnych i błędów pomiaru zrównywała się z liczbą zmiennych obserwowalnych. Inny problem dotyczy odporności metody największej wiarygodności na błędy specyfikacji. Metoda największej wiarygodności wymaga założenia poprawności modelu w celu wiarygodnej estymacji i w stosunku np. do metody momentów jest mało odporna na błędy specyfikacji modelu por. Canova (2007, s. 216-217). W tym kontekście coraz częściej stosuje się techniki bayesowskie do tzw. uśredniania modeli.

2.1.3 Estymacja bayesowska

Pomimo że pierwotne przyczyny stosowania bayesowskiej estymacji modeli DSGE mają charakter *stricte* techniczny, podejście bayesowskie nadaje analizie statystycznej modeli DSGE inny od klasycznego charakter. Wnioskowanie bayesowskie różni się bowiem fundamentalnie od wnioskowania klasycznego. Różnica polega na tym, że prawdopodobieństwo stawianych hipotez — a stwierdzenie, że parametry θ modelu DSGE \mathcal{M} przyjmują określoną wartość jest przykładem takiej hipotezy⁵ — ocenia się nie tylko na podstawie tego jak silnie dane Y świadczą na korzyść tej hipotezy, jak ma to miejsce w przypadku klasycznym, ale też na podstawie subiektywnej i niezwiązanej z danymi Y ocenie tego prawdopodobieństwa. Tę subiektywną ocenę nazywa się oceną *a priori*. Połączenie oceny *a priori* z klasyczną wiarygodnością parametrów, tj. z funkcją wiarygodności $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$, daje ocenę *a posteriori* prawdopodobieństwa prawdziwości postulowanej hipotezy. Wykorzystanie podejścia bayesowskiego do estymacji parametrów jest równoważne, od strony obliczeniowej i numerycznej, z wykorzystaniem metody największej wiarygodności z pełną informacją. Umożliwia ono także formalne włączenie wiedzy *a priori*, uwzględnienie niepewności o parametrach w postaci rozkładów *a posteriori* oraz formalne małopróbkowe wnioskowanie nieodnoszące się do własności asymptotycznych.

Formalnie zadanie estymacji bayesowskiej polega na wyznaczeniu rozkładu *a posteriori*

$$p(\theta|Y) = \frac{p(\theta)p(Y|\theta)}{p(Y)}$$

parametrów θ . Wyznaczenie rozkładu *a posteriori* analitycznie jest najczęściej niemożliwe,

⁵Hipoteza ta głosi, że model \mathcal{M} , którego parametry mają wartość θ , wygenerował dane Y .

stosuje się więc podejście symulacyjne, np. algorytm Metropolisa-Hastingsa. Dla estymacji punktowej parametrów θ wyznacza się np. maksimum funkcji gęstości *a posteriori* w celu przybliżenia jego dominanty. Gęstość $p(Y|\theta)$ otrzymuje się na podstawie wiarygodności $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ wyznaczonej z filtracji warunkowej ze względu na model \mathcal{M} . Procedura taka prowadzi do rozkładu *a posteriori*:

$$p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M})) = \frac{p(\theta)p(Y|\theta, \mathcal{F}(\mathcal{M}))}{p(Y|\mathcal{F}(\mathcal{M}))} \quad (2.18)$$

gdzie $p(Y|\mathcal{F}(\mathcal{M}))$ jest czynnikiem normalizującym — funkcją gęstości danych pod warunkiem filtracji $\mathcal{F}(\mathcal{M})$. Wyznaczenie rozkładu brzegowego $p(Y|\mathcal{F}(\mathcal{M}))$ jest zazwyczaj trudne obliczeniowo. Dlatego w zagadnieniu wyznaczenia maksimum rozkładu *a posteriori* ignoruje się stałą normalizującą, i maksymalizacji podlega jedynie iloczyn rozkładu *a priori* i funkcji wiarygodności:

$$\mathcal{K}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M})) = p(\theta)p(Y|\theta, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$$

czyli tzw. jądro rozkładu *a posteriori* (ang. *posterior kernel*). Racjonalizacja takiego postępowania jest wynikiem tego, że rozkład *a posteriori* jest proporcjonalny do swojego jądra:

$$p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M})) \propto \mathcal{K}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$$

Rozkład *a priori* przyjmowany jest arbitralnie. Może to być zarówno rozkład informacyjny, jak i nieinformacyjny. Rozkład *a priori* jest tym bardziej informacyjny, im mniejsza jest jego wariancja, co oznacza, że subiektywnej ocenie nadaje się, wraz ze spadkiem wariancji, relatywnie coraz większą wagę. Jeśli rozkład *a priori* jest wysoce informacyjny, mówi się wtedy, że model ma silne „priors”, i przeciwnie w przypadku rozkładu nieinformacyjnego.

Wyznaczenie jądra rozkładu *a posteriori* wymaga, tak jak w przypadku metody największej wiarygodności, wyznaczenia funkcji wiarygodności $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$, a dokładnie, jej logarytmu, gdyż zamiast maksymalizować jądro $\mathcal{K}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$, można — równoważnie — maksymalizować jego logarytm:

$$\ln \mathcal{K}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M})) = \ln p(\theta) + \ln p(Y|\theta, \mathcal{F}(\mathcal{M})),$$

który jest sumą logarytmów rozkładu *a priori* $\ln p(\theta)$ i funkcji wiarygodności $\ln p(Y|\theta, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$. Wartość funkcji wiarygodności można wyznaczyć za pomocą równań filtru Kalmana.

2.2 Filtr Kalmana

Na model DSGE można patrzeć z wielu perspektyw. Można postrzegać go jako układ warunków definiujących optymalne zachowanie podmiotów gospodarczych, jako stochastyczne macierzowe równanie różnicowe, można też patrzeć na model DSGE jak na tzw. filtr. Załóżmy, że dysponujemy zmiennymi obserwowalnymi, $Y = \{Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_0\}$, czyli obserwacjami z okresów $t = 0, 1, 2, \dots, T$. Filtr jest mechanizmem, który przetwarza dane Y w celu wyznaczenia wartości oczekiwanych i wariancji zmiennych endogenicznych y_t modelu, obserwacji Y_t , szoków ϵ_t

i zakłóceń u_t w okresie t pod warunkiem zbioru informacyjnego I_t , mowa wtedy o filtrze jednostronnym, lub pod warunkiem zbioru informacyjnego I_T , mowa wtedy o filtrze wygładzającym (ang. *smoother*). Zadanie wyznaczenia wartości oczekiwanych i wariancji pod warunkiem zbioru I_{t+k} dla $k = 0, 1, 2, \dots, T - t$ określa się mianem filtracji, natomiast zadanie wyznaczenia wartości oczekiwanych i wariancji pod warunkiem zbioru I_{t-k} dla $k = 1, 2, \dots, t$ określa się mianem predykcji. Ponieważ pracujemy z przybliżeniem liniowym modelu DSGE, przybliżenie to jest filtrem liniowym. Istnieje wiele sposobów filtracji i predykcji. W kontekście modeli DSGE najczęściej stosuje się tzw. filtr Kalmana. Równania filtru Kalmana można wyprowadzić z rachunku optymalizacyjnego, minimalizując normę wektora błędów jednoczesnej predykcji zmiennych obserwowalnych modelu. Zakładając normalność szoków i zakłóceń modelu, można też wyprowadzić analitycznie równania filtracji i predykcji dla jego zmiennych. Pokrywają się one z równaniami filtru Kalmana, co sprawia, że filtr ma interpretację statystyczną, oraz że uzyskana za jego pomocą funkcja wiarygodności nie jest tylko jej aproksymacją, co miałyby miejsce przy ogólniejszych założeniach na temat rozkładu szoków i zakłóceń.

Efekt zastosowania filtru ma kilka wymiarów. Po pierwsze, wyznaczenie wartości oczekiwanych i wariancji:

$$\mathbb{E}(y_t|I_t) \quad \text{oraz} \quad \mathbb{D}(y_t|I_t) \quad (2.19)$$

lub:

$$\mathbb{E}(y_t|I_T) \quad \text{oraz} \quad \mathbb{D}(y_t|I_T) \quad (2.20)$$

zmiennych endogenicznych pozwala poznać oszacowania wartości tych, które nie są doskonale obserwowalne, tzn. nie należą do zbioru Y . Po drugie, wyznaczenie wartości oczekiwanych i wariancji szoków strukturalnych:

$$\mathbb{E}(\epsilon_t|I_t) \quad \text{oraz} \quad \mathbb{D}(\epsilon_t|I_t) \quad (2.21)$$

lub:

$$\mathbb{E}(\epsilon_t|I_T) \quad \text{oraz} \quad \mathbb{D}(\epsilon_t|I_T) \quad (2.22)$$

jest jednoznaczne z ich identyfikacją. Po trzecie, wyznaczenie wartości oczekiwanych i wariancji zmiennych obserwowalnych:

$$\mathbb{E}(Y_t|I_{t-1}) \quad \text{oraz} \quad \mathbb{D}(Y_t|I_{t-1}) \quad (2.23)$$

pozwała wyznaczyć wartość funkcji wiarygodności $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{M})$ dla parametrów θ . Wyznaczenie wartości $\mathcal{L}(\theta|Y, \mathcal{M})$ jest elementem estymacji zarówno metodą największej wiarygodności, jak i estymacji bayesowskiej.

Wyprowadzenie filtru Kalmana mającego interpretację statystyczną wymaga założenia, że szoki strukturalne modelu mają rozkład normalny. Założenie to, o ile jest faktycznie spełnione, ma pewne zalety. Okazuje się bowiem, że filtr Kalmana, jeśli szoki mają rozkład normalny, jest

filtrem optymalnym w sensie minimalizacji wariancji oszacowań stanów, szoków i obserwacji. Jeśli założenie o normalności nie jest spełnione, filtr Kalmana pozostaje filtrem optymalnym w klasie filtrów liniowych, jednak istnieją filtry nieliniowe bardziej efektywne we wskazanym sensie. W konsekwencji założenia o normalności szoków strukturalnych funkcja gęstości obserwacji Y_t , warunkowa ze względu na I_{t-1} , jest funkcją gęstości wielowymiarowego rozkładu normalnego, jej postać analityczna jest więc znana. Filtr Kalmana umożliwia zatem wyznaczenie rozkładu obserwacji Y_t w każdym okresie t warunkowego względem zbioru informacyjnego z okresu $t - 1$. Ponieważ jest to wielowymiarowy rozkład normalny, znana jest postać analityczna odpowiadającej obserwacjom Y iteracyjnej funkcji wiarygodności.

Dla wartości początkowych $\mathbb{E}(y_0)$ i $\mathbb{D}(y_0)$, filtr Kalmana jest dany następującymi równaniami. Wartości oczekiwane $\mathbb{E}(y_t|I_t)$ i wariancje $\mathbb{D}(y_t|I_t)$ stanów dla $t = 1, 2, \dots, T$ wyznaczone są rekurencyjnie na podstawie następujących zależności:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(y_t|I_t) &= A\mathbb{E}(y_{t-1}|I_t) + B\mathbb{E}(\epsilon_t|I_t) \\ \mathbb{D}(y_t|I_t) &= A\mathbb{D}(y_{t-1}|I_t)A' + B\mathbb{D}(\epsilon_t|I_t)B'\end{aligned}\quad (2.24)$$

przy czym, zakładając normalność szoków strukturalnych, zachodzi:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(y_{t-1}|I_t) &= \mathbb{E}(y_{t-1}|I_{t-1}) + \text{cov}(y_{t-1}, Y_t|I_{t-1})\mathbb{D}(Y_t|I_{t-1})^{-1}(Y_t - \mathbb{E}(Y_t|I_{t-1})) \\ \mathbb{D}(y_{t-1}|I_t) &= \mathbb{D}(y_{t-1}|I_{t-1}) - \text{cov}(y_{t-1}, Y_t|I_{t-1})\mathbb{D}(Y_t|I_{t-1})^{-1}\text{cov}(y_{t-1}, Y_t|I_{t-1})\end{aligned}\quad (2.25)$$

Wartości oczekiwane $\mathbb{E}(\epsilon_t|I_t)$ i wariancje $\mathbb{D}(\epsilon_t|I_t)$ szoków strukturalnych dla $t = 1, 2, \dots, T$ są wyznaczone, zakładając normalność szoków strukturalnych, rekurencyjnie na podstawie zależności:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(\epsilon_t|I_t) &= \text{cov}(\epsilon_{t-1}, Y_t|I_{t-1})\mathbb{D}(Y_t|I_{t-1})^{-1}(Y_t - \mathbb{E}(Y_t|I_{t-1})) \\ \mathbb{D}(\epsilon_t|I_t) &= \Psi - \text{cov}(\epsilon_t, Y_t|I_{t-1})\mathbb{D}(Y_t|I_{t-1})^{-1}\text{cov}(\epsilon_t, Y_t|I_{t-1})\end{aligned}\quad (2.26)$$

Wartości oczekiwane $\mathbb{E}(Y_t|I_{t-1})$ i wariancje $\mathbb{D}(Y_t|I_{t-1})$ obserwacji dla $t = 1, 2, \dots, T$ wyznaczone są na podstawie zależności:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Y_t|I_{t-1}) &= HA\mathbb{E}(y_{t-1}|I_{t-1}) + A_x x_t \\ \mathbb{D}(Y_t|I_{t-1}) &= HA\mathbb{D}(y_{t-1}|I_{t-1})A'H' + R\end{aligned}\quad (2.27)$$

2.3 Algorytm Metropolisa-Hastingsa

Estymacja bayesowska polega na wyznaczeniu rozkładu *a posteriori* parametrów $p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$. Rozkład ten nie jest normalny względem parametrów θ (jest normalny względem nieliniowych funkcji parametrów θ). Jego postać analityczna nie jest więc w ogólnym przypadku znana. Kształt funkcji gęstości $p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$, lub, równoważnie, funkcji $\mathcal{K}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ przybliża się metodami symulacyjnymi. Stosuje się do tego metody próbkowania (ang. *sampling methods*), najczęściej algorytm Metropolisa-Hastingsa. Wynikiem działania tego algorytmu jest ciąg parametrów $\Theta = \{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_M\}$, którego podciąg $\theta_m, \theta_{m+1}, \dots, \theta_M$ pochodzi, dla stosownie dużego m , z nieznanego rozkładu *a posteriori* $p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$. Formalnie ciąg Θ jest łańcuchem

Markowa, którego rozkładem stacjonarnym jest rozkład $p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$. Przybliżenie rozkładu *a posteriori* $p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ polega na wyznaczeniu histogramu elementów zbioru Θ . Na podstawie elementów zbioru Θ wyznaczyć można też momenty oszacowań parametrów.

Niech θ_0 będzie startową oceną parametrów, np. dominantą jądra $\mathcal{K}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ rozkładu *a posteriori* $p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$, niech Σ będzie wyznaczoną numerycznie drugą różniczką funkcji $\mathcal{K}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ w punkcie θ_0 , niech γ będzie stałą dodatnią oraz przyjmijmy $\Theta = \emptyset$. Krok k -ty, $k = 1, 2, \dots, M$ algorytmu Metropolisa-Hastingsa przebiega w następujący sposób:

1. Wylosuj θ z rozkładu normalnego $N(\theta_{k-1}, \gamma\Sigma)$ o wartości oczekiwanej θ_{k-1} i wariancji $\gamma\Sigma$.
2. Przyjmij $\theta_k = \begin{cases} \theta, & \text{z prawdopodobieństwem } \min(1, r); \\ \theta_{k-1}, & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$
gdzie próg akceptacji r dany jest przez: $r = \frac{\mathcal{K}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))}{\mathcal{K}(\theta_{k-1}|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))} = \frac{p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))}{p(\theta_{k-1}|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))}$.
3. Przyjmij: $\Theta = \Theta \cup \{\theta_k\}$.

Wyliczenie wartości $\mathcal{K}(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ (punkt 2) wymaga wykonania jednego przebiegu filtru Kalmana, filtr jest więc wykonywany w każdej iteracji algorytmu Metropolisa-Hastingsa. Metoda Metropolisa-Hastingsa jest bardzo czasochłonna, gdyż wymaga, aby łańcuch Θ był zbieżny do rozkładu stacjonarnego, co dzieje się dla bardzo dużych z praktycznego punktu widzenia wartości M . Istnieją narzędzia analityczne, tzw. diagnostyki zbieżności, które pozwalają stwierdzić zbieżność łańcucha θ . Bez weryfikacji zbieżności aproksymacja rozkładu *a posteriori* $p(\theta|Y, \mathcal{F}(\mathcal{M}))$ nie jest wiarygodna.

2.4 Zastosowania modelu

Gdy dysponujemy postacią zredukowaną modelu DSGE, można przeprowadzić kilka standardowych ćwiczeń: zidentyfikować szoki strukturalne, przeanalizować reakcje zmiennych endogenicznych (obserwowalnych) modelu na szoki strukturalne, dokonać historycznej dekompozycji wariancji zmiennych endogenicznych, przeprowadzić dekompozycje historyczne, prognozować.

Wszystkie te ćwiczenia bazują na własności, że postać zredukowana modelu DSGE, tj. jego rozwiązanie, ma strukturę modelu VAR w postaci zredukowanej:

$$y_t = Ay_{t-1} + B\epsilon_t$$

Na podstawie danych Y można dla modelu DSGE przeprowadzić wszystkie ćwiczenia symulacyjne, jakie opracowane zostały dla modeli klasy VAR. Omówimy je pokrótce w kolejnych paragrafach.

2.4.1 Identyfikacja szoków strukturalnych

Podstawowym ćwiczeniem, jakie można przeprowadzić na podstawie postaci zredukowanej modelu DSGE, jest identyfikacja zaburzeń strukturalnych ϵ_t w próbie, tj. dla okresów $0, 1, 2, \dots, T$.

Identyfikacja szoków polega na oszacowaniu wartości oczekiwanych $\mathbb{E}(\epsilon_t|I_t)$ oraz wariancji $\mathbb{D}(\epsilon_t|I_t)$. Jak zostało już powiedziane, można to wykonać podczas jednego przebiegu filtru Kalmana. W tym kontekście rozwiązanie lub postać zredukowana modelu DSGE mogą być postrzegane nie tylko jako model VAR, ale również jako filtr liniowy.

2.4.2 Analiza funkcji reakcji

Analiza funkcji reakcji (ang. *impulse-response analysis*) odpowiada na pytanie, co dzieje się w gospodarce po wystąpieniu szoku strukturalnego. Dokładniej jej celem jest kwantyfikacja reakcji zmiennych endogenicznych w okresach $t, t + 1, \dots$, tj. wartości y_t, y_{t+1}, \dots , na impuls pochodzący z realizacji szoku strukturalnego ϵ_t w okresie t . Reakcję dynamiczną gospodarki można wyznaczyć na podstawie postaci zredukowanej modelu DSGE za pomocą następującej zależności:

$$\frac{\partial y_{t+k}}{\partial \epsilon_t} = A^k B \epsilon_t$$

gdzie:

$$A = \frac{\partial g}{\partial y}(\bar{y}) \text{ oraz } B = \frac{\partial g}{\partial \epsilon}(\bar{y})$$

Przedstawienie odpowiedzi zmiennych endogenicznych na szok pochodzący z okresu t w zależności od indeksu $k \geq 1$ nazywa się funkcją reakcji na impuls (ang. *impulse-response function*, w skrócie *irf*). Zakłada się przy tym, że przed okresem t gospodarka znajduje się w równowadze długookresowej \bar{y} , w okresie t realizuje się szok strukturalny ϵ_t , natomiast w okresach $t + 1, t + 2, \dots, t + k$ żadne szoki strukturalne się nie realizują, tj. $\epsilon_{t+1} = \epsilon_{t+2} = \dots = \epsilon_{t+k} = 0$.

Na podstawie powyższej zależności można zauważyć, że koniecznym i dostatecznym warunkiem stabilności równowagi długookresowej jest zbieżność macierzy A^k wraz z k do macierzy zerowej:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A^k = 0$$

Warunek ten zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy normy wszystkich wartości własnych macierzy A są mniejsze niż 1. Jeśli tak jest, wszystkie szoki modelu mają charakter przejściowy (ang. *transitory*), inaczej stacjonarny. Znajdująca się w stanie ustalonym \bar{y} gospodarka, jeśli zostanie poddana zaburzeniu ϵ_t , wróci asymptotycznie do tego samego stanu stacjonarnego \bar{y} .

Niektóre z szoków strukturalnych nie muszą być przejściowe — mogą mieć efekty permanentne (ang. *permanent*), inaczej długookresowe lub niestacjonarne. Jeśli specyfikacja modelu DSGE zawiera takie szoki, warunek stabilności nie jest spełniony. Zastępuje się go warunkiem ogólniejszym, który wymaga, aby znajdująca się w stanie ustalonym \bar{y} gospodarka, jeśli zostanie poddana zaburzeniu o permanentnych efektach ϵ_t , powracała do stanu ustalonego \tilde{y} , możliwie innego niż ten, w którym znajdowała się przed wystąpieniem szoku, czyli dopuszcza się aby $\tilde{y} \neq \bar{y}$. Wymaga się więc, aby po wystąpieniu szoku o efektach długookresowych zmienne modelu oddalały się od pierwotnego stanu ustalonego \bar{y} o co najwyżej skończoną wielkość, tj.

żeby $|\bar{y} - \tilde{y}| < \infty$. Warunek ten zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A^k = \tilde{A}$$

dla pewnej macierzy \tilde{A} o skończonych elementach, czyli wtedy i tylko wtedy, gdy normy wszystkich wartości własnych macierzy A nie są większe niż 1. Warunek ten zapewnia, że odpowiedź modelu na dowolnego rodzaju szok strukturalny — o stacjonarnych bądź niestacjonarnych efektach — nie będzie eksplodująca. Szoki o efektach eksplodujących są wykluczane ze względu na brak interpretacji ekonomicznej.

2.4.3 Dekompozycja wariancji

Dekompozycja wariancji, czyli zmienności, zmiennych endogenicznych modelu odpowiada na pytanie, które szoki strukturalne mają największe znaczenie dla dynamiki poszczególnych zmiennych. Pozwala też stwierdzić, które szoki i w jakim stopniu determinują zmienność poszczególnych zmiennych.

Ponieważ postać zredukowana modelu DSGE ma formę równania autoregresyjnego:

$$y_t = Ay_{t-1} + B\epsilon_t$$

z perspektywy okresu t rekurencyjne, często mówi się mechaniczne, prognozy punktowe wartości zmiennych endogenicznych y_{t+h} dla $h = 1, 2, \dots, H$, wynoszą:

$$\hat{y}_{t+h} = A\hat{y}_{t+h-1}$$

przy czym w okresie t , ponieważ wartość dy_t jest znana, przyjmujemy, że prognoza jest trafna $d\hat{y}_t = dy_t$. Można więc wyliczyć błąd prognozy rekurencyjnej (ang. *forecast error*) w okresie $t + h$:

$$\Delta_h = y_{t+h} - \hat{y}_{t+h} = \sum_{k=0}^{h-1} A^k B \epsilon_{t+k}$$

i macierz jego kowariancji:

$$\mathbb{D}(\Delta_h) = \sum_{k=0}^{h-1} A^k B B' (A^k)'$$

Oznaczmy przez d_{ij}^h elementy macierzy $\mathbb{D}(\Delta_h)$, tj. przyjmijmy, że $\mathbb{D}(\Delta_h) = [d_{ij}^h]$. Elementy diagonalne d_{ii}^h macierzy $\mathbb{D}(\Delta_h)$ są wariancjami rekurencyjnych błędów prognoz zmiennych endogenicznych modelu w horyzoncie prognozy h . Oznaczając przez p_{ij}^k element ij macierzy $A^k B (B)' (A^k)'$, otrzymujemy, że kontrybucja j -tego szoku strukturalnego do wariancji i -tej zmiennej endogenicznej modelu w horyzoncie prognozy h wynosi:

$$\sigma_i^h(j) = \frac{\sum_{k=0}^{h-1} (p_{ij}^k)^2}{d_{ii}^h}$$

2.4.4 Prognozy bezwarunkowe

Proces prognozowania może mieć co najmniej dwojaki charakter. Po pierwsze możemy być zainteresowani wyznaczeniem tzw. ścieżki centralnej prognozy, która najczęściej odpowiada wartości oczekiwanej prognozowanych zmiennych lub dominancie ich rozkładu predyktywnego. Dodatkowo możemy być zainteresowani kwantyfikacją niepewności związanej z wyznaczaną ścieżką centralną, a więc wyznaczeniem rozkładu prognozowanych zmiennych w horyzoncie prognozy. Rozkład ten nazywany jest rozkładem predyktywnym prognozowanych zmiennych.

Załóżmy, że horyzont prognozy wynosi $h \geq 1$ okresów, tj. jesteśmy zainteresowani wyznaczeniem prognoz na okresy $T + 1, T + 2, \dots, T + h$. Proces prognostyczny może dotyczyć zarówno zmiennych obserwowalnych, tj. obserwacji $Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots, Y_{T+h}$, jak i zmiennych endogenicznych modelu, tj. stanów $y_{T+1}, y_{T+2}, \dots, y_{T+h}$. Jeśli prognozowanymi zmiennymi są zmienne obserwowalne, to ich rozkład predyktywny dany jest przez:

$$p_T(Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots, Y_{T+h}) = \int_{\Theta} p(Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots, Y_{T+h} | \theta) p_T(\theta) d\theta \quad (2.28)$$

gdzie: $p_T(Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots, Y_{T+h}) = p(Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots, Y_{T+h} | I_T, \mathcal{M})$, natomiast $p_T(\theta) = p(\theta | I_T)$ jest rozkładem *a posteriori* parametrów θ , przy czym $I_T = Y$. Wyznaczenie ścieżki centralnej zmiennych obserwowalnych polega najczęściej na wyznaczeniu dominanty rozkładu predyktywnego *a posteriori*, a oszacowanie niepewności związanej z prognozą opartą na ścieżce centralnej polega na wyznaczeniu rozkładu zmiennych obserwowalnych w horyzoncie prognozy, czyli rozkładu o gęstości $p_T(Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots, Y_{T+h})$. Gęstość ta jest całką wielowymiarową o dużym nośniku i nie można jej policzyć analitycznie. Stosuje się więc metody symulacyjne. Poniżej przedstawiamy algorytm symulujący rozkład predyktywny zmiennych obserwowalnych i zmiennych endogenicznych modelu \mathcal{M} jednocześnie. Przyjmijmy $y_+ = \emptyset$ oraz $Y_+ = \emptyset$.

1. Wylosuj parametry θ z rozkładu *a posteriori* parametrów modelu \mathcal{M} , tj. $\theta \in p(\theta | Y)$.
2. Wylosuj wektor zmiennych stanu y_T z rozkładu normalnego o wartości oczekiwanej $\mathbb{E}(y_T | I_T)$ i wariancji $\mathbb{D}(y_T | I_T)$, tj. $y_T \sim N(\mathbb{E}(y_T | I_T), \mathbb{D}(y_T | I_T))$.
3. Wylosuj ciąg szoków strukturalnych $(\epsilon) = (\epsilon_{T+1}, \epsilon_{T+2}, \dots, \epsilon_{T+h})$, którego każdy element pochodzi z rozkładu normalnego o wartości oczekiwanej równej zero i wariancji Ψ , tj. $\epsilon_{T+i} \sim N(0, \Psi)$, $i = 1, 2, \dots, h$. Na podstawie ciągu (ϵ) i równania przejścia wygeneruj odpowiadający ciąg zmiennych stanu $(y) = (y_{T+1}, y_{T+2}, \dots, y_{T+h})$.
4. Wylosuj ciąg błędów obserwacji $(u) = (u_{T+1}, u_{T+2}, \dots, u_{T+h})$, którego każdy element pochodzi z rozkładu normalnego w wartości oczekiwanej równej zero i wariancji R , tj. $u_{T+i} \sim N(0, R)$, $i = 1, 2, \dots, h$. Na podstawie ciągu (u) i równania pomiaru wygeneruj odpowiadający ciąg zmiennych obserwowalnych $(Y) = (Y_{T+1}, Y_{T+2}, \dots, Y_{T+h})$.
5. Przyjmij $y_+ = y_+ \cup (y)$ oraz $Y_+ = Y_+ \cup (Y)$.

Rozkład $p(\theta | Y)$ w punkcie 1 wyznaczono za pomocą algorytmu Metropolisa-Hastingsa. Wartość oczekiwana $\mathbb{E}(y_T | I_T)$ i wariancja $\mathbb{D}(y_T | I_T)$ zostały wyznaczone za pomocą filtru Kalmana.

Powtarzanie kroków 1-5 odpowiednio dużą liczbę razy prowadzi do uzyskania zbiorów y_+ oraz Y_+ . Zbiór y_+ zawiera realizacje ścieżek prognoz nieznanymi wartości zmiennych endogenicznych w okresach $t + 1, t + 2, \dots, t + h$. Ścieżki te pochodzą z rozkładu predyktywnego zmiennych endogenicznych. Zbiór Y_+ zawiera realizacje ścieżek prognoz nieznanymi wartości zmiennych obserwowalnych w okresach $t + 1, t + 2, \dots, t + h$. Ścieżki te pochodzą z rozkładu predyktywnego zmiennych obserwowalnych. Dokonując inspekcji własności statystycznych zbiorów y_+ oraz Y_+ można poznać ścieżki centralne prognoz (np. wyznaczając dominanty zbiorów y_+ i Y_+) i skwantyfikować związaną z nimi niepewność (licząc np. wariancję prognoz). Przybliżenie rozkładów predyktywnych stanów i obserwacji polega na wygenerowaniu histogramów z otrzymanych prób y_+ i Y_+ odpowiednio. Powyższe postępowanie pozwala przybliżyć niepewność prognozy poprzez uwzględnienie czterech jej źródeł. Są nimi:

1. wariancja szoków strukturalnych,
2. wariancja błędów pomiaru,
3. wariancja estymatora bieżącego stanu y_T , oraz:
4. wariancja estymatora parametrów θ^6 .

Niepewność wynikającą z wariancji błędów pomiaru można wyeliminować przyjmując $(u) = (0, 0, \dots, 0)$ w trzecim kroku. Niepewność wynikającą z oszacowania bieżącego stanu y_T można wyeliminować, przyjmując $y_T = \mathbb{E}(y_T | I_T)$ w drugim kroku, a niepewność wynikającą z oszacowania parametrów θ — przyjmując w pierwszym kroku za θ dominantę rozkładu *a posteriori* $p(\theta | Y)$.

⁶Niepewność ta nie występuje, gdy parametry były kalibrowane.

Część II

Specyfikacja modelu DSGE

SOE^{PL}-2009

3 SOE^{PL-2009} – rys ogólny

3.1 Model SOE^{Euro} — pierwowzór modeli rodziny SOE^{PL}

Rodzina modeli SOE^{PL} wywodzi się bezpośrednio z estymowanego modelu DSGE strefy euro opracowanego przez analityków Banku Centralnego Szwecji (Sveriges Riksbank), pracujących pod kierownictwem J. Lindé, (por. Adolfson, Laséen, Lindé i Villani, 2005b, 2007a) — na nasze potrzeby model ten nazywamy dalej SOE^{Euro}. Model DSGE strefy euro Riksbanku wykorzystuje schemat małej otwartej gospodarki, co pozwala na zastosowanie go do opisu gospodarki polskiej; podobnie postąpili szwedzcy analitycy, wykorzystując elementy SOE^{Euro} do budowy modelu opisującego gospodarkę Szwecji — tak powstał model DSGE RAMSES Riksbanku (por. Adolfson i in., 2007b). Sięgając dalej, SOE^{Euro} wykorzystuje pomysły zawarte w modelu L. Christiano, M. Eichenbauma i Ch. Evansa (Christiano i in., 2001, 2003, 2005), łatwo zauważyć także wpływy modelu F. Smetsa i R. Woutersa (Smets i Wouters, 2002, 2004). I właśnie te trzy modele definiują nurt, czy też szkołę budowy modelu DSGE, w której sytuuje się rodzina modeli DSGE SOE^{PL}. Istotnym źródłem pomysłów, które wykorzystaliśmy, modyfikując pierwotną specyfikację modelu, były kolejne prace L. Christiano, w szczególności (Altig, Christiano, Eichenbaum i Lindé, 2004a), Christiano, Trabandt i Walentin (2007c,d) oraz Christiano, Motto i Rostagno (2007a,b). Bardziej kompletną bibliografię zamieszczamy na końcu opracowania.

Modele SOE^{PL} nawiązują do ekonomicznych idei modelu SOE^{Euro} Riksbanku, korzystają także z szerzej rozumianej metodyki konstrukcji i zastosowań modeli DSGE oraz ich bayesowskiej estymacji¹. Używane przez nas oprogramowanie jest modyfikacją (zwykle bardzo daleko idącą) skryptów opracowanych w Riksbanku na potrzeby SOE^{Euro}. W toku kilkuletnich prac i wielo-

¹Autorzy modelu SOE^{Euro} wykorzystali prace i doświadczenia innych badaczy, np. F. Schorfheide, (Schorfheide, 2000), wspomnianych już F. Smetsa i R. Woutersa, a także (w części) autorów pakietu Dynare (M. Juillard, S. Adjemian i in.). Z kolei po doświadczenia zgromadzone w Riksbanku sięgnęli także analitycy Europejskiego Banku Centralnego budujący na potrzeby EBC model NAWM (por. Christoffel i in., 2007a). Istotę metodyki stosowanej w EBC można odtworzyć, analizując konstrukcję pakietu YADA (zbiór skryptów Matlaba), por. Warne (2009).

krotnej rekonstrukcji modelu oraz procedur obliczeniowych niezmienna pozostała logika pracy z modelem DSGE — po loglinearyzacji równań, model SOE^{PL} jest rozwiązywany (sprowadzany do postaci zredukowanej) numerycznie algorytmem Andersona i Moore'a (Anderson i Moore, 1985), a następnie formułowany w model przestrzeni stanów, co pozwala — stosując filtr Kalmana — wyznaczać wartość funkcji wiarygodności, a następnie stosować sformalizowane (klasyczne lub bayesowskie) techniki estymacji parametrów. W tym kontekście podkreślenia wymaga konieczność konstrukcji bloku równań pomiaru w modelu przestrzeni stanów (równań aproksymujących związki zmiennych modelu teoretycznego ze zmiennymi obserwowalnymi). Nacisk kładziony na ten aspekt — naszym zdaniem — wyróżnia metodykę Riksbanku (a dalej EBC i naszą) od technik stosowanych przez np. dużą część użytkowników pakietu Dynare.

Jak wspomnieliśmy wcześniej, punktem startowym konstrukcji SOE^{Euro} Riksbanku był model DSGE gospodarki zamkniętej Christiano i in. (będziemy nazywali go modelem CEE), model reprezentujący nowokeynesowski punkt widzenia na procesy ekonomiczne (por. np. Gali, 2008; Woodford, 2003). J. Lindé z zespołem uzupełnili specyfikację modelu CEE o zagadnienia związane z wymianą zagraniczną, kierując się wskazówkami zawartymi w literaturze tzw. *nowej makroekonomii gospodarki otwartej*, por. np. Lane (1999). W rezultacie powstał model, w którym optymalizujące (racjonalne) gospodarstwa domowe maksymalizują użyteczność płynącą (między innymi) z konsumpcji dóbr wytwarzanych z komponentów produkowanych w kraju oraz importowanych. Produkcją dóbr krajowych oraz importem dóbr konsumpcyjnych i inwestycyjnych zajmuje się nieskończona liczba wyspecjalizowanych podmiotów (importerów, agregatorów). Specjalizacja producentów racjonalizuje ich szczególną pozycję w procesie produkcji, pozwalającą na kształtowanie cen w sposób charakterystyczny dla konkurencji niedoskonałej. Mechanizm cenotwórstwa jest związany z pojawianiem się sztywności nominalnych (opóźnień dostosowania cen do warunków rynkowych), zjawiska, przy pomocy którego nowa szkoła keynesowska tłumaczy efektywność polityki makroekonomicznej (monetarnej) w krótkim okresie. Sztywności cen dóbr importowanych i eksportowanych (w SOE^{Euro} aproksymowane schematem Calvo (Calvo, 1983)) sprawiają także, że przenoszenie efektów kursowych jest niepełne (ang. *incomplete exchange rate rate pass-through*). Drugim wyróżnikiem nowej szkoły keynesowskiej są sztywności realne (pomysł zaczerpnięty z nurtu realnych cykli koniunkturalnych (RBC)), które wraz ze stochastycznym charakterem postępu technicznego są wykorzystywane do wyjaśnienia przebiegu cykli koniunkturalnych. W modelu SOE^{Euro} założono istnienie przyzwyczajzeń konsumpcyjnych (ang. *habit persistence*), zmiennego poziomu wykorzystania środków trwałych, kosztów dostosowania poziomu wykorzystania mocy produkcyjnych.

Charakterystyczną cechą modelu SOE^{Euro} było także wykorzystanie pojedynczego, niestacjonarnego zaburzenia (trendu stochastycznego) interpretowanego jako postęp techniczny (por. także Altig, Christiano, Eichenbaum i Lindé, 2004b, 2005). Włączając zaburzenie niestacjonarne do specyfikacji modelu równowagi ogólnej, umożliwiamy wszystkim wykazującym trend zmiennym (tutaj np. inwestycje, konsumpcja, PKB, obroty w handlu zagranicznym, płace realne) wzrost, a charakterystyki tego wzrostu (tzn. charakterystyki zaburzenia niestacjonarnego) są elementem specyfikacji modelu. Pozwala to, przynajmniej w części, przekroczyć krótkookresowy horyzont analizy charakterystyczny dla modeli cykli koniunkturalnych — SOE^{Euro} miał potencjał

wyjaśniania także tendencji średniookresowych².

Kolejną z wyróżniających cech modelu SOE^{Euro} była duża, większa niż w modelach wówczas budowanych, liczba zaburzeń, w tym zaburzeń strukturalnych: kilka zaburzeń technologicznych (stacjonarne, niestacjonarne, stacjonarne związane z inwestycjami), zaburzenia marż (dóbr produkowanych w kraju, importowanych dóbr inwestycyjnych, importowanych dóbr konsumpcyjnych, dóbr eksportowanych), zaburzenia preferencji (konsumpcji, podaży pracy, popytu na gotówkę) oraz zaburzenia obserwowalne (fiskalne i pochodzące z gospodarki światowej — uzyskiwane z modeli SVAR estymowanych osobno). Autorzy modelu podkreślali, że dzięki temu możliwa jest ocena relatywnej roli tych zaburzeń w kształtowaniu cykli koniunkturalnych, a ocena ta jest bardziej miarodajna, ponieważ parametry modelu są (w dużej części) estymowane.

W grupie rozwiązań, do których autorzy SOE^{Euro} przywiązywali większą uwagę znalazł się tzw. kanał kapitału obrotowego (ang. *working capital channel*), rozwiązanie determinujące popyt przedsiębiorstw produkcyjnych na pieniądź (finansowane kredytem wypłacanie części płacy z góry, co przekładało się na bezpośredni, dodatni wpływ stopy procentowej /kosztu kredytu obrotowego/ na koszt krańcowy produkcji dóbr pośrednich i inflację); popyt na pieniądź gospodarstw domowych wynika — tradycyjnie — z użyteczności, jaką gotówka dostarcza gospodarstwom. Jednak zaimplementowany wariant kapitału obrotowego (w wersji stochastycznej, gdy udział płatności dokonywanych z góry podlega stochastycznym zaburzeniom) okazał się mało użyteczny w większości zastosowań. Przyczyną była także relatywnie niewielka rola agregatów monetarnych w polityce banków centralnych, dlatego w kolejnych wariantach modelu strefy euro rozwiązanie to było redukowane do wersji deterministycznej, czy nawet marginalizowane. Jak się nam obecnie wydaje, przywrócenie znaczenia tego rozwiązania nastąpi po dobudowaniu sektora finansowego do modeli DSGE.

3.2 Rodzina modeli SOE^{PL}, wersja SOE^{PL-2009}

W latach ubiegłych oryginalna wersja modelu SOE^{Euro} była przedmiotem wielu eksperymentów prowadzonych w NBP. Model ten próbowano estymować technikami bayesowskimi na danych polskich, eksperymentowano z doбором zmiennych obserwowalnych, regułą fiskalną, modyfikowano regułę stopy procentowej, konstrukcję premii za ryzyko kursowe, konstrukcję systemu podatkowego (dokładniej, rolę podatków i składek ubezpieczeniowych w procesie generowania kosztów produkcji). Uwzględniano możliwość pojawiania się zmian strukturalnych oraz istnienia stochastycznej marży płac. Część z tych eksperymentów była implementacją pomysłów pojawiających się w innych modelach (np. bardziej rozbudowana premia za ryzyko — RAMSES), część — to próby lepszego dopasowania rozwiązań stosowanych w modelu do ram instytucjonalnych gospodarki polskiej (podatki, składki). Eksperymenty ze stochastyczną marżą płac były konsekwencją problemów z interpretacją zaburzenia podaży pracy identyfikowanego w próbie, etc. W 2008 roku powadzono szersze studia problemów związanych z przystąpieniem Polski do strefy euro. Powstała na potrzeby tego badania specjalna wersja modelu DSGE SOE^{PL}_€

²Pamiętamy tu jednak, że postęp techniczny ma egzogeniczny charakter, stąd wnioski dotyczące kilkuletniego horyzontu — jako przybliżenie — powinny być bardzo ostrożne.

(por. Grabek i Kłós, 2009) pozwalała (między innymi) na porównania sposobu absorbowania zaburzeń w małej otwartej gospodarce funkcjonującej w ramach unii walutowej i poza nią. W tym wariantcie modelu otoczeniem małej otwartej gospodarki był świat składający się z dwóch obszarów: unii walutowej i reszty gospodarki światowej.

Powyższe doświadczenia, jak też dodatkowe pomysły wynikające z osobnych poszukiwań zostały wykorzystane przy konstrukcji najnowszej wersji modelu DSGE nazwanej SOE^{PL-2009}. Ważną rolę w projektowaniu zmian w specyfikacji miały także analizy dokładności prognoz uzyskiwanych z wcześniejszych, eksperymentalnych wariantów. Przykładowo, analizy te pokazywały, że dynamikę nakładów inwestycyjnych oraz deflator inwestycji model SOE^{PL} prognozuje wyjątkowo nieprecyzyjnie. Choć nakłady inwestycyjne modeluje się (i prognozuje) bardzo trudno, to nawet ta specyfika nie uzasadniała tak dużych błędów. Z drugiej strony ograniczenia zasobów, jakimi dysponowaliśmy (czasu, mocy obliczeniowej komputerów, etc.), spowodowały rezygnację z implementacji w diskutowanym wariantcie rozwiązań będących przedmiotem naszych wcześniejszych prac (np. rozbudowa sektora finansowego), które w bieżącej sytuacji gospodarki mogłyby zwiększyć szansę modelu na lepsze wytłumaczenie toczących się procesów, a zatem prawdopodobnie poprawiać dokładność prognoz. W prezentowanej dalej wersji modelu pozostało także wiele problemów, które nie zostały rozwiązane, są one jedynie naszkicowane, a zastosowane uproszczenia są dyskusyjne. Przykładem jest tutaj rynek pracy, na którym (w SOE^{PL}, jak też SOE^{Euro}) nie może powstać bezrobocie, kwestia doganiania poziomu rozwoju i poziomu życia krajów, które procesy transformacji zaczęły relatywnie niedawno i od niedawna włączają się w system gospodarki światowej, co wiąże się ze zmianami udziału handlu zagranicznego w PKB, średniookresowymi trendami (aprecjacji) kursu walutowego, czy też kwestia zadłużenia gospodarstw domowych i rządów. Przynajmniej część z tych problemów będzie przedmiotem naszej pracy w przyszłości, ale warto z góry zaznaczyć, że rosnące rozmiary modelu są naturalną barierą i nie należy oczekiwać, że jeden model będzie mógł udzielać odpowiedzi na wszystkie pytania.

Choć wersja SOE^{PL-2009} powstawała z myślą o zastosowaniach prognostycznych, kryterium jakości (dokładności) prognoz nie zdominowało naszych wyborów. Tam, gdzie poprawa jakości prognoz wymuszałaby rezygnację z logiki, spójności — treści ekonomicznej modelu, pierwszeństwo miała treść ekonomiczna. SOE^{PL-2009} jest zatem dynamicznym stochastycznym modelem równowagi ogólnej, który będzie wykorzystywany do prognozowania, a nie „modelem prognostycznym”. Preferencja co do przyszłych zastosowań przejawiała się jednak w pomijaniu interesujących wątków oraz głębszego studiowania problemów bezpośrednio niewiązanych się z prognozowaniem — przykładem są tutaj hipotezy dotyczące zmian strukturalnych, jakie — prawdopodobnie — zaszły na przełomie XX i XXI wieku w gospodarce polskiej.

3.3 Podstawowe założenia modelu SOE^{PL-2009}

Specyfikacja SOE^{PL-2009} opiera się na typowym, w klasie modeli DSGE wywodzących się z modelu CEE, zestawie schematów: reprezentatywnego antycypującego i optymalizującego konsumenta, konkurencji niedoskonałej na rynkach dóbr pośrednich i rynku pracy oraz konkurencji doskonałej na rynkach produktów finalnych i usług kapitału, pojawianiu się sztywności

nominalnych i realnych. Produkty finalne są składane z dóbr pośrednich wytwarzanych w kraju oraz dóbr importowanych. Łączenie komponentów krajowych i importowanych w dobra finalne dokonuje się technologią CES, zgodnie z logiką agregatora Dixita-Stiglitz (Dixit i Stiglitz, 1977). Ostatecznie powstają dwa typy dóbr wykorzystywanych w kraju (konsumpcyjne i inwestycyjne) oraz dobro przeznaczone na eksport. Odstępstwo od powyższej zasady dotyczy dobra konsumowanego przez rząd — dobro to składa się wyłącznie z komponentu krajowego³. Ceny dóbr pośrednich (a także płace) kształtowane są w warunkach konkurencji niedoskonałej, a w procesach dostosowywań pojawiają się opóźnienia. Mechanizm sztywności cen opiera się na nieco rozbudowanym schemacie Calvo. Po rozwiązaniu stosownych problemów decyzyjnych dynamikę cen (i płac) opisują krzywe Phillipsa, w których *explicite* pojawiają się oczekiwania inflacyjne (antycypowany poziom inflacji).

Zakłada się, że w gospodarce funkcjonuje nieskończenie wiele racjonalnych (optymalizujących i antycypujących), żyjących wiecznie gospodarstw domowych. Gospodarstwa domowe maksymalizują użyteczność uzyskiwaną ze spożycia dobra konsumpcyjnego (z uwzględnieniem przyzwyczajzeń), dysponowania czasem wolnym (od pracy) oraz dysponowania pieniędzem gotówkowym, przy ograniczeniu dochodowym. Maksymalizacja użyteczności dokonuje się w perspektywie nieskończonego horyzontu z wyceną kosztów przesunięcia w czasie klasycznym dyskontem. Gospodarstwa domowe są wyłącznym dysponentem siły roboczej, a unikalne kwalifikacje każdego z gospodarstw sprawiają, że w procesach negocjacji płacowych dysponują pozycją monopolistyczną (por. Erceg i in., 2000). Oczywiście wynagrodzenie za pracę jest tylko jednym ze źródeł ich dochodów. Gospodarstwa domowe są także właścicielem środków trwałych, a z tytułu ich dzierżawy uzyskują dochody. To właśnie możliwość uzyskiwania dochodów z wynajmowania usług kapitału sprawia, że gospodarstwa domowe są zainteresowane powiększaniem jego zasobu — inwestycjami. Kolejnym źródłem dochodów są odsetki z lokat krajowych oraz lokat w walutach obcych. W modelu SOE^{PL-2009} przyjęliśmy, że gospodarstwa domowe mogą lokować swoje oszczędności w walucie krajowej oraz w euro lub w dolarze. Odsetki z każdego typu lokaty walutowej liczone są z uwzględnieniem premii za ryzyko, różnej dla każdej z walut. Dodatkowymi źródłami dochodów są zyski (uzyskiwane w przedsiębiorstwach produkujących krajowe dobra pośrednie, importerów i eksporterów) oraz transfery z budżetu. Po stronie wydatkowej, obok konsumpcji i inwestycji, pojawiają się lokaty krajowe i zagraniczne. Generalnie rzecz biorąc, wszystkie gospodarstwa domowe wykazują jednak takie same wzorce konsumpcji; zapewnia to specjalny rodzaj ubezpieczenia wyrównującego dochody. Technika ta pozwala łączyć schemat reprezentatywnego konsumenta ze zróżnicowaniem kwalifikacji podaży siły roboczej gospodarstw (gospodarstwa domowe są różne, ale ich wzorce konsumpcyjne, ogólniej struktura wydatków, są takie same). Wszystkie dochody obciążone są zestawem podatków (podatkiem od dochodów z pracy, od dochodów z wynajmu środków trwałych, kapitałowym oraz składkami ubezpieczeniowymi). Podatkami są także obciążone wydatki konsumpcyjne.

Obok gospodarstw domowych w gospodarce funkcjonuje nieskończona liczba wytwórców

³W SOE^{Euro} jedynie dobro konsumpcyjne i inwestycyjne zawiera importowany komponent. Względy pragmatyczne (unikanie dalszego powiększania modelu i komplikowania równań) sprawiły, że dobro konsumowane przez rząd nie ma komponentu importowanego. Efektem ubocznym tego uproszczenia jest zaniżanie udziału handlu zagranicznego w PKB w stanie ustalonym.

3

krajowych dóbr pośrednich, którzy przy pomocy technologii Cobba-Douglasa, korzystając z usług jednorodnego kapitału i jednorodnej pracy, wytwarzają specyficzny produkt (pośredni), minimalizując koszty produkcji (liczone statycznie). Usługi pracy i kapitału są kupowane na konkurencyjnym rynku, po jednakowych cenach. Jednak część renty z tytułu dzierżawy kapitału (korzystania z usług kapitału) oraz przynajmniej część wynagrodzenia na usługi pracy musi być płacona z góry. Środki na to pochodzą z kredytu obrotowego zaciąganego po danej, jednolitej dla całej gospodarki stopie procentowej. Koszty krańcowe krajowej produkcji dóbr pośrednich zależą od kosztów kapitału i pracy, kosztów kredytu obrotowego a także składek ubezpieczeniowych płaconych przez pracodawców (dodatkowy narzut na koszty pracy). Specyficzność produkowanego dobra sprawia jednak, że wytwórcy mogą kształtować ceny na swoje produkty w sposób charakterystyczny dla monopoli, przy czym pobierana marża ma stochastyczną naturę. Dla wyznaczenia cen produktów pośrednich wytwórcy rozwiązują dynamiczny (międzyokresowy) problem decyzyjny, w którym zakłada się mechanizm sztywności typu Calvo.

Szczególnym rozwiązaniem zastosowanym w SOE^{PL-2009} jest włączenie do modelu zaburzenia reprezentującego efekty wahań cen surowców (np. ropy naftowej). Zaburzenie to ma charakter strukturalny⁴ i oddziałuje na procesy gospodarcze dwoma kanałami. Pierwszym są koszty zmian wykorzystania mocy produkcyjnych, tak jak to proponują np. Christiano i in. (2007a), por. także Leduc i Sill (2001). Drugi kanał opiera się na bezpośrednim wpływie tego zaburzenia na koszty krańcowe dóbr pośrednich wytwarzanych w kraju, a więc i na ceny wszystkich dóbr finalnych.

Produkty finalne (konsumpcyjne, inwestycyjne i eksportowane) są składane z dóbr pośrednich produkowanych w kraju oraz komponentów importowanych. „Technologia” importu pozwala kupić jednorodne dobra na rynku światowym (w SOE^{PL-2009} w strefie euro i USA), a następnie przekształcić je w produkty niejednorodne (np. nadając marki) i kształtować ich ceny, pobierając marżę. Jest tu więc kolejny segment gospodarki z konkurencją niedoskonałą. Standardowo zakłada się, że marże mają stochastyczny charakter. Koszt krańcowy importu jest funkcją cen dóbr na rynkach światowych ważonych strukturą geograficzną.

Rynek, na którym eksporterzy sprzedają swoje produkty, jest w pełni konkurencyjny, ceny płacone przez odbiorców (z dokładnością do kursu) są jednakowe w obu częściach świata, struktura geograficzna eksportu pozostaje zatem bez znaczenia dla zależności opisywanych w modelu. Procedura przekształcania komponentów eksportu w dobro finalne powoduje, że także kształtowanie cen eksportu nie ma charakteru wolnokonkurencyjnego, a dostosowywania zachodzą z opóźnieniem.

Obok podmiotów, które optymalizują, tzn. dla których definiujemy (statyczne lub dynamiczne) problemy decyzyjne, a ich reakcje wynikają z warunków pierwszego rzędu optimum, w modelu definiujemy dwa specyficzne podmioty, które nie mają jawnych funkcji celu, a ich zachowanie opisano regułami *ad hoc*. Są to rząd zajmujący się zbieraniem podatków i wydatkowaniem dochodów oraz bank centralny, który steruje stopą procentową. Rząd pełni wyłącznie pasywną rolę, dokonuje dystrybucji przychodów z podatków, nie kreując deficytu budżetowego; nie

⁴Eksperymentowaliśmy także z wariantem zakładającym obserwowalną naturę takiego szoku.

pojawia się tutaj także kategoria długu publicznego. Wydatki rządu dotyczą konsumpcji rządowej (zbiorowej) oraz transferów do gospodarstw domowych. Teoretycznie można uznać, że transfery te mogą być ujemne, co oznaczałoby pojawienie się deficytu budżetu w jednych latach (kwartałach) i spłaty zadłużenia w innych. Deficyt budżetowy w takiej sytuacji natychmiast redukuje dochody do dyspozycji, ale racjonalne, optymalizujące i antycypujące gospodarstwa domowe mogą mimo tego utrzymać poziom wydatków, gdy zdecydują się na (ujemne) lokaty zagraniczne. Całość odpowiada logice ricardiańskich zachowań. Sposób kształtowania stopy procentowej przez bank centralny jest opisany regułą stopy. Reguła ta to efekt sposobu, w jaki postrzegają zachowania banku centralnego racjonalne i antycypujące podmioty: gospodarstwa domowe i firmy. Ujmując rzecz inaczej, model charakteryzuje punkt widzenia podmiotów gospodarczych i ich percepcję polityki pieniężnej, a nie rzeczywisty proces decyzyjny obserwowany wewnątrz banku.

Równowaga w skali mikro wynika z równań budowanych na podstawie warunków pierwszego rzędu optimum dla każdej grupy optymalizujących podmiotów. Decyzje dotyczące konsumpcji, inwestycji, oszczędności (i ich walutowej struktury), poziomu wykorzystania mocy produkcyjnych (etc.) prowadzą gospodarstwa domowe do maksimum ich użyteczności. Decyzje dotyczące poziomu produkcji i proporcji czynników produkcji prowadzą firmy do minimalizacji kosztów wytwarzania, natomiast decyzje dotyczące cen produktów pośrednich (płac, ceny pracy) prowadzą do maksymalizacji zysków (użyteczności). Warunki równowagi na poszczególnych rynkach zależą między innymi od typu konkurencji oraz specyficznych wartości elastyczności substytucji — generalnie rzecz biorąc, postuluje się oczyszczanie rynków. W skali makro spełnione są makroekonomiczne bilanse gwarantujące, że strumienie usług czynników produkcji w każdym okresie są zgodne z podażą ogółem, wartość wydatków ogółem odpowiada dochodom ogółem, a przychody budżetu państwa odpowiadają wydatkom.

W modelu DSGE SOE^{PL-2009} występują kilka grup zaburzeń. Do pierwszej podstawowej należą strukturalne zaburzenia nieprzewidywalne. Wzrost gospodarczy opisywany jest trendem stochastycznym — niestacjonarnym zaburzeniem charakteryzującym postęp techniczny, dzięki czemu szeregi wykazujące trend związany z postępowaniem technicznym są modelowane z uwzględnieniem tego procesu. Dokładniej, zakładamy, że trend jest wypadkową dwóch procesów (niestacjonarnych zaburzeń). Pierwszy oddziałuje bezpośrednio na pracę⁵, tak jak to jest w oryginalnej wersji SOE^{Euro} Riksbanku. Drugi proces wpływa na efektywność i ceny nakładów inwestycyjnych oraz środków trwałych, tak jak to proponują Christiano i in. (2007c,d), por. także Altig i in. (2004a, 2005); Burriel i in. (2009). Sumaryczny wpływ obu typów postępu technicznego nadaje jednakową dynamikę wszystkim zmiennym rosnącym w stanie ustalonym. Jednakowa dla wszystkich rosnących zmiennych jest dynamika wartości i wspólny dla tych zmiennych podział tej dynamiki na wzrost wolumenu i cen. Wyjątkiem są nakłady inwestycyjne, których dynamika wartości jest taka sama, jak pozostałych zmiennych, ale podział na wzrost wolumenu i cen inny — stosownie do charakterystyk drugiego z zaburzeń niestacjonarnych oraz stosowanej technologii. Dzięki temu w długim okresie realne inwestycje nie muszą rosnać w tym samym tempie co konsumpcja lub PKB. Pozostałe zaburzenia strukturalne (technologiczne, preferencji,

⁵Proponuje się tu także rozszerzać interpretację tego zaburzenia na efekty demograficzne

marż, premii za ryzyko, etc.) mają stacjonarny charakter — przyjęto, że będą miały naturę procesu autoregresyjnego rzędu pierwszego (AR(1)).

Kolejną grupą zaburzeń są zaburzenia obserwowalne (także o nieprzewidywalnej naturze). Jak wspominaliśmy wcześniej, gospodarka światowa (otoczenie gospodarki polskiej) jest w SOE^{PL-2009} heterogeniczna i składa się z dwóch obszarów: strefy euro i strefy dolara (reszty świata utożsamianej z USA). Najważniejsze charakterystyki gospodarki światowej i ich współzależności aproksymuje się strukturalnym modelem wektorowej autoregresji (SVAR). Model SVAR jest estymowany odrębnie i wykorzystywany w charakterze opisu mechanizmów generujących zaburzenia (tu obserwowalne) z otoczenia. W podobny sposób potraktowano fragmenty bloku fiskalnego — tu także wykorzystano model SVAR dla aproksymacji zależności wiążących wydatki budżetowe z (częścią) przychodów budżetu.

Dodatkowo, obok nieprzewidywalnych zaburzeń strukturalnych i nieprzewidywalnych zaburzeń obserwowalnych, które są niejako standardem, w SOE^{PL-2009} dopuszczono możliwość występowania zaburzeń, które są przez podmioty antycypowane⁶. Formalnie konstrukcja zaburzeń antycypowanych odpowiada uzupełnieniu struktury zaburzenia o komponent klasy MA — wykorzystaliśmy tutaj konwencję proponowaną w Schmitt-Grohé i Uribe (2008), konkurencyjny wariant proponują także Christiano i in. (2007a,b). Antycypowane zaburzenia pozostały jednak opcją, z której w bieżącej wersji nie skorzystaliśmy (i dlatego pomijamy w dalszym opisie), potencjał analityczny tego rozwiązania wydaje się jednak na tyle duży, że wrócimy do kwestii roli zaburzeń antycypowanych w kolejnych etapach prac.

Według innego podejścia specyfikacja SOE^{PL-2009} prowadzi model do neoklasycznych reakcji w długim okresie, z jednoznacznie i klarownie zdefiniowanym stanem ustalonym⁷, ale efekty krótkookresowe — dzięki wpisaniu w model sztywności realnych i nominalnych — będą miały keynesowski charakter. Dla przykładu fiskalne stymulowanie gospodarki jest skuteczne jedynie w krótkim okresie, w krótkim okresie skuteczne może być także pobudzanie aktywności gospodarczej instrumentami polityki monetarnej, jednak w długim okresie jedynym determinantem wzrostu jest szeroko rozumiany (egzogeniczny) postęp techniczny, a ewentualne odchylenia od długookresowych trendów są absorbowane już w średnim okresie, przy czym koszty tych dostosowań mogą przekroczyć wcześniejsze korzyści. Tzn. dynamika modelu (charakterystyki procesów dostosowawczych) jest konsekwencją (wyprowadzonych w sposób formalny, z zadań międzyokresowego wyboru, problemów decyzyjnych podmiotów) optymalizacyjnych (antycypacyjnych) zachowań podmiotów. Do powyższej logiki dopasowano funkcje instytucji prowadzących politykę makroekonomiczną (tzn. reguły zachowań wyprowadzane przez racjonalne podmioty na podstawie obserwacji działań instytucji). Polityka, którą prowadzą, wyklucza wszelkie formy gry z podmiotami i jest zgodna w czasie. W rezultacie model może być wykorzystywany jedynie do prowadzenia analiz, w których ten warunek będzie spełniony, przynajmniej w przybliżeniu.

Istnienie i funkcje pieniądza wynikają ze specyfikacji funkcji celu gospodarstw domowych (posiadanie pewnego zasobu pieniądza gotówkowego ma dla gospodarstw użyteczność), do-

⁶Zdarzenie zaszło w przeszłości, a więc jest już znane, ale jego konsekwencje realizują się teraz lub w przyszłości.

⁷Zamiennie używamy terminów: stan ustalony, równowaga długookresowa i *steady state*.

datkowo popyt na pieniądź zgłaszają także firmy, które muszą płacić z góry za część usług pracy i kapitału⁸. Stochastyczne efekty pieniężne (zaburzenia popytu na gotówkę gospodarstw domowych oraz popytu firm) — w toku licznych eksperymentów prowadzonych przed 2009 rokiem — okazały się nieudane, zaburzenia tej klasy nie zwiększały potencjału modelu i dlatego, wzorem SOE^{Euro}, zostały wyłączone. W konsekwencji zmienne monetarne nie pojawiają się w zbiorze zmiennych obserwowalnych.

⁸Konkurencyjną metodą wprowadzania do modeli pieniądza gotówkowego jest definiowanie kosztów transakcji. W efekcie optymalizacji takich kosztów podmioty decydują się na posiadanie zasobu pieniądza gotówkowego, por. np. Coenen i in. (2006).

4

Problemy decyzyjne, warunki równowagi, bilanse makroekonomiczne modelu

4

4.1 Postęp techniczny

Model $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$ jest modelem egzogenicznego, stochastycznego wzrostu wynikającego ze zmian w poziomie technologii (z_t). Tempo zmian poziomu technologii, $\mu_{z,t} \equiv \frac{z_t}{z_{t-1}}$, jest opisane procesem stochastycznym¹:

$$\mu_{z,t} = \left(1 - \rho_{\mu_z}\right) \mu_z + \rho_{\mu_z} \mu_{z,t-1} + \varepsilon_{\mu_z,t}, \quad \varepsilon_{\mu_z,t} \sim N\left(0, \mu_z \sigma_{\mu_z}\right), \quad \mathbb{E} \mu_{z,t} = \mu_z,$$

gdzie ρ_{μ_z} to stopień persistencji zaburzenia, μ_z — długookresowe tempo zmian technologii.

Powyższy trend technologiczny ma charakter neutralny — dotyczy wszystkich kategorii makroekonomicznych charakteryzujących się wzrostem. Oprócz niego zakładamy istnienie trendu technologicznego specyficznego dla dóbr kapitałowych/inwestycyjnych (Ψ_t), którego zmiany, $\mu_{\Psi,t} \equiv \frac{\Psi_t}{\Psi_{t-1}}$, opisane są procesem:

$$\mu_{\Psi,t} = \left(1 - \rho_{\mu_{\Psi}}\right) \mu_{\Psi} + \rho_{\mu_{\Psi}} \mu_{\Psi,t-1} + \varepsilon_{\mu_{\Psi},t} \quad \varepsilon_{\mu_{\Psi},t} \sim N\left(0, \mu_{\Psi} \sigma_{\mu_{\Psi}}\right), \quad \mathbb{E} \mu_{\Psi,t} = \mu_{\Psi}.$$

Obecność dodatkowego trendu technologicznego specyficznego dla dóbr kapitałowych, poprzez

¹Wyrażenie $\mu_{z,t}$ jest *de facto* indeksem łańcuchowym (a nie tradycyjnie rozumianym tempem zmian definiowanym jako $\frac{z_t - z_{t-1}}{z_{t-1}}$), jednak konsekwentnie, dla uproszczenia, będziemy określać je mianem tempa zmian. Zmienna ta po loglinearyzacji (której podlegają wszystkie zmienne modelu, w tym zmienne egzogeniczne (zaburzenia)) może być utożsamiana z tempem wzrostu.

wykorzystywanie kapitału jako czynnika produkcji (zob. rozdział 4.3.2), przekłada się na pozostałe kategorie makroekonomiczne i rozszerza neutralny trend technologiczny. Łączny trend technologiczny (z_t^+) dla wszystkich rosnących zmiennych, z wyjątkiem dóbr kapitałowych, możemy zapisać jako:

$$z_t^+ = z_t \Psi_t^{\frac{\varpi}{1-\varpi}}, \quad \mu_{z^+,t} = \mu_{z,t} \mu_{\Psi,t}^{\frac{\varpi}{1-\varpi}},$$

gdzie ϖ jest elastycznością produkcji względem kapitału. Poziom technologii dla dóbr kapitałowych ($z_t^+ \Psi_t$) oraz pozostałych wielkości (z_t^+) umożliwia wyrażanie rosnących zmiennych w postaci stacjonarnej (zwykle oznaczanej małymi literami), tzn.:

$$y_t \equiv \frac{Y_t}{z_t^+}, \quad i_t \equiv \frac{I_t}{z_t^+ \Psi_t}, \quad \text{etc.} \quad (4.1)$$

Dodatkowo stacjonarność zapewnia nominalnym zmiennym uwzględnienie poziomu cen (P_t^d), np. płace nominalne zostają przeliczone na stacjonarne płace realne:

$$w_t \equiv \frac{W_t}{P_t^d z_t^+}. \quad (4.2)$$

W związku z tym w końcowym etapie cały model może zostać zapisany przy pomocy zmiennych stacjonarnych mających jednoznacznie określone stałe wartości długookresowe (stan ustalony) i odchylających się od nich jedynie przejściowo (jedynym wyjątkiem są reakcje na zmiany tempa wzrostu postępu technicznego ($\mu_{z,t}, \mu_{\Psi,t}$), które choć same w sobie są przejściowe, powodują trwałe odejście zmiennych od stanu ustalonego).

4.2 Otoczenie gospodarki

Gospodarka krajowa funkcjonuje w otoczeniu dwóch gospodarek zagranicznych: strefy euro i reszty świata. Interakcje z tymi gospodarkami obejmują wymianę handlową oraz przepływy finansowe. Zakładamy, że walutą obowiązującą w reszcie świata jest dolar, w strefie euro — euro. Posługujemy się więc trzema nominalnymi kursami walutowymi: dolar/złoty, euro/złoty oraz dolar/euro, oznaczanymi odpowiednio: S_t^u , S_t^e , S_t^x . Między kursami zachodzi następująca zależność:

$$S_t^u = S_t^x S_t^e. \quad (4.3)$$

Dodatkowo definiujemy odpowiednie kursy realne:

$$x_t^x \equiv \frac{S_t^x P_t^u}{P_t^e}, \quad x_t^e \equiv \frac{S_t^e P_t^e}{P_t^c}, \quad x_t^u \equiv \frac{S_t^e S_t^x P_t^u}{P_t^c}, \quad (4.4)$$

gdzie P_t^u jest poziomem cen w reszcie świata, P_t^e — poziomem cen w strefie euro, P_t^c — poziomem cen konsumpcyjnych w kraju. Dla kursów realnych, analogicznie jak dla nominalnych, zachodzi:

$$x_t^u = x_t^x x_t^e. \quad (4.5)$$

4.3 Producenci

W modelu funkcjonuje pięć rynków wydzielonych ze względu na produkowany na nich typ dóbr: rynek krajowych dóbr pośrednich, importowanych dóbr konsumpcyjnych, importowanych dóbr inwestycyjnych oraz importowanych dóbr przeznaczonych na eksport, a także dóbr eksportowych. Na każdym z rynków działa nieskończenie wiele (kontinuum określone na przedziale $[0,1]$) podmiotów produkujących heterogeniczne dobra pośrednie danego typu, które są agregowane do jednorodnego, finalnego dobra reprezentującego produkcję danego rynku.

4.3.1 Agregatorzy

Heterogeniczne dobra pośrednie są agregowane². Dla każdego rynku zakładamy istnienie nieskończenie wielu firm (podmioty te nie zużywają zasobów ani nie tworzą wartości dodanej), które działając w warunkach doskonałej konkurencji i wykorzystując taką samą funkcję produkcji, kupują heterogeniczne dobra pośrednie i transformują je w jednorodne dobro finalne (traktując przy tym ceny dóbr pośrednich i cenę dobra finalnego jako dane).

Funkcja produkcji dobra finalnego na każdym z rynków O ($O \in \{Y, C^m, I^m, X^m, X\}$) dana jest funkcją CES:

$$O_t = \left[\int_0^1 O_{i,t}^{\frac{1}{\lambda_t^o}} di \right]^{\lambda_t^o}, \quad 1 \leq \lambda_t^o < \infty, \quad o \in \{d, mc, mi, mx, x\}, \quad (4.6)$$

gdzie O_t jest wielkością produkcji dobra finalnego, $O_{i,t}$ — produkcją i -tego producenta dóbr pośrednich, λ_t^o — marżą producentów dóbr pośrednich, o — superskrytem służącym do oznaczenia rynków: dóbr krajowych (d), importowanych konsumpcyjnych (mc), importowanych inwestycyjnych (mi), importowanych przeznaczonych na eksport (mx), eksportowych (x). Marże specyficzne dla każdego z rynków są opisywane procesami stochastycznymi:

$$\lambda_t^o = (1 - \rho_{\lambda^o}) \lambda^o + \rho_{\lambda^o} \lambda_{t-1}^o + \varepsilon_{\lambda^o,t}, \quad \varepsilon_{\lambda^o,t} \sim N(0, \lambda^o \sigma_{\lambda^o}), \quad \mathbb{E} \lambda_t^o = \lambda^o, \quad (4.7)$$

gdzie λ^o jest wartością marży w stanie ustalonym.

Maksymalizacja zysku przez agregatora pozwala uzyskać funkcję popytu na produkcję i -tego producenta dóbr pośrednich, która musi zostać uwzględniona w jego procesie decyzyjnym:

$$O_{i,t} = \left[\frac{P_{i,t}^o}{P_t^o} \right]^{-\frac{\lambda_t^o}{1-\lambda_t^o}} O_t, \quad (4.8)$$

gdzie P_t^o jest ceną jednorodnego dobra finalnego na rynku o , $P_{i,t}^o$ — ceną dobra pośredniego i -tego producenta.

²Agregacja dóbr heterogenicznych w dobro homogeniczne jest technicznym zabiegiem koniecznym z punktu widzenia operacjonalizacji modelu, możemy jednak nadać jej interpretację ekonomiczną.

Wykorzystując zależności dane równaniami (4.6) i (4.8), otrzymujemy równanie opisujące cenę finalnego dobra jednorodnego na danym rynku:

$$P_t^o = \left[\int_0^1 (P_{i,t}^o)^{\frac{1}{1-\lambda_t^o}} di \right]^{1-\lambda_t^o}, \quad o \in \{d, mc, mi, mx, x\}. \quad (4.9)$$

4.3.2 Producenci krajowych dóbr pośrednich

Producenci krajowych dóbr pośrednich są jedynymi, faktycznymi wytwórcami PKB. Wykorzystując funkcję produkcji typu Cobba-Douglasa, przy jednakowej dla wszystkich producentów technologii produkcji, używają indywidualnie ustalanych nakładów pracy i kapitału do wytwarzania krajowych dóbr pośrednich:

$$Y_{i,t} = \epsilon_t (z_t H_{i,t})^{1-\varpi} (K_{i,t})^\varpi, \quad (4.10)$$

gdzie $H_{i,t}$ i $K_{i,t}$ są nakładami usług pracy (roboczogodzin) i kapitału ustalonymi przez i -tego producenta. Ogólną produktywność czynników produkcji (ϵ_t) opisano procesem stochastycznym:

$$\epsilon_t = 1 - \rho_\epsilon + \rho_\epsilon \epsilon_{t-1} + \varepsilon_{\epsilon,t}, \quad \varepsilon_{\epsilon,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon_\epsilon}), \quad \mathbb{E} \epsilon_t = 1. \quad (4.11)$$

Optymalna wielkość nakładów kapitału i pracy jest ustalana na podstawie problemu minimalizacji kosztów:

$$\min_{K_{i,t}, H_{i,t}} R_t^{fw} F_t^\tau W_t H_{i,t} (1 + \tau_t^s) + R_t^{fk} F_t^\tau R_t^k K_{i,t} - \lambda_t P_{i,t} [Y_{i,t} - z_t^{1-\varpi} \epsilon_t K_{i,t}^\varpi H_{i,t}^{1-\varpi}], \quad (4.12)$$

gdzie W_t jest wynagrodzeniem pracy (płacą nominalną), τ_t^s — składką na ubezpieczenie społeczne płaconą przez pracodawcę, R_t^k — wynagrodzeniem kapitału (jednostkową rentą kapitałową), λ_t — mnożnikiem Lagrange'a. Zakładamy, że w każdym okresie część funduszu płac i kapitału musi zostać sfinansowana kredytem obrotowym, stąd obecność w funkcji kosztów stóp procentowych (R_t^{fw}, R_t^{fk}). Kredyt obrotowy jest oprocentowany wg stopy procentowej banku centralnego (R_t), natomiast to jaka część funduszu płac i kapitału musi zostać sfinansowana kredytem determinują parametry ν^w i ν^k , tzn.:

$$R_t^{fw} \equiv \nu^w R_{t-1} + 1 - \nu^w, \quad R_t^{fk} \equiv \nu^k R_{t-1} + 1 - \nu^k. \quad (4.13)$$

Zakładamy również, że korzystanie z usług pracy i kapitału wiąże się z wykorzystywaniem „energii”, której koszty zostają uwzględnione w funkcji kosztów producenta za pomocą funkcji F_t^τ . Funkcja $F_t^\tau(\cdot, \cdot)$, specyfikowana *explicite* dopiero na poziomie postaci loglinearyzowanej, jest liniową funkcją zaburzenia strukturalnego reprezentującego dynamikę cen surowców (np. ropy naftowej):

$$\pi_t^{\text{oil}} = (1 - \rho_{\pi^{\text{oil}}}) \pi^{\text{oil}} + \rho_{\pi^{\text{oil}}} \pi_{t-1}^{\text{oil}} + \varepsilon_{\pi^{\text{oil}},t}, \quad \varepsilon_{\pi^{\text{oil}},t} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_{\pi^{\text{oil}}}}). \quad (4.14)$$

Warunki pierwszego rzędu problemu decyzyjnego (4.12) ze względu na $H_{i,t}$, $K_{i,t}$ i λ_t przyjmują

postać:

$$\begin{aligned} R_t^{fw} F_t^\tau W_t (1 + \tau_t^s) &= (1 - \varpi) \lambda_t P_{i,t} z_t^{1-\varpi} \epsilon_t K_{i,t}^\varpi H_{i,t}^{1-\varpi}, \\ R_t^{fk} F_t^\tau R_t^k &= \varpi \lambda_t P_{i,t} z_t^{1-\varpi} \epsilon_t K_{i,t}^{\varpi-1} H_{i,t}^{1-\varpi}, \\ Y_{i,t} &= z_t^{1-\varpi} \epsilon_t K_{i,t}^\varpi H_{i,t}^{1-\varpi}. \end{aligned}$$

Na podstawie warunków pierwszego rzędu problemu minimalizacji kosztów otrzymujemy równanie realnego kosztu krańcowego producentów krajowych dóbr pośrednich:

$$mc_t^d \equiv \lambda_t = \frac{1}{\epsilon_t} \left(\frac{1}{\varpi} \right)^\varpi \left(\frac{1}{1-\varpi} \right)^{1-\varpi} \left(r_t^k R_t^{fk} \right)^\varpi \left(w_t R_t^{fw} \right)^{1-\varpi} F_t^\tau. \quad (4.15)$$

Rynek krajowych dóbr pośrednich cechuje konkurencja monopolistyczna, co oznacza, że producenci wytwarzają heterogeniczne produkty i mogą ustalać ceny swoich produktów. Jednocześnie występują pewne ograniczenia w sposobie ustalania cen (schemat Calvo (1983)). W każdym okresie każdy z producentów z prawdopodobieństwem $1 - \xi_d$ może ustalić optymalną (maksymalizującą strumień jego zysków) cenę swojej produkcji ($P_t^{d,new}$). Z prawdopodobieństwem ξ_d cena nie może zostać ustalona w sposób optymalny — zostaje jedynie mechanicznie zindeksowana przeszłą inflacją (z pewną wagą κ_d) i bieżącym celem inflacyjnym³ (z wagą $1 - \kappa_d$):

$$P_{t+1}^d = \left(\pi_t^d \right)^{\kappa_d} \left(\bar{\pi}_{t+1}^c \right)^{1-\kappa_d} P_t^d. \quad (4.17)$$

Jeśli producent ma możliwość reoptymalizacji ceny, bierze pod uwagę ograniczenia w możliwości zmiany ceny w przyszłości i ustala cenę tak, by maksymalizować strumień przyszłych zysków. Problem decyzyjny zapisujemy więc jako:

$$\max_{P_t^{d,new}} \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} v_{t+s} (\beta \xi_d)^s \left[\left(\pi_t^d \dots \pi_{t+s-1}^d \right)^{\kappa_d} \left(\bar{\pi}_{t+1}^c \dots \bar{\pi}_{t+s}^c \right)^{1-\kappa_d} P_t^{d,new} Y_{i,t+s} - MC_{i,t+s}^d Y_{i,t+s} \right],$$

gdzie v_{t+s} jest krańcową użytecznością dochodu gospodarstw domowych⁴, β — współczynnikiem dyskontującym. Rozwiązując powyższy problem, producenci biorą pod uwagę popyt na swoją produkcję ze strony agregatorów, który kształtuje się zgodnie z równaniem (4.8). Rozwiązanie powyższego problemu pozwala na wyznaczenie równania krzywej Phillipsa dla rynku krajowych dóbr pośrednich, w której głównymi determinantami inflacji stają się realne koszty krańcowe (mc_t^d), dane równaniem (4.15), oraz marża (λ_t^d) opisana egzogenicznym procesem (4.7)⁵.

Ostatni problem, który muszą rozwiązać producenci dotyczy ustalenia optymalnego poziomu

³Cel inflacyjny ($\bar{\pi}_t^c$) na naturę stochastyczną i jest opisany egzogenicznym procesem:

$$\bar{\pi}_t^c = (1 - \rho_{\bar{\pi}^c}) \bar{\pi}^c + \rho_{\bar{\pi}^c} \bar{\pi}_{t-1}^c + \varepsilon_{\bar{\pi}^c,t}, \quad \varepsilon_{\bar{\pi}^c,t} \sim N\left(0, \bar{\pi}^c \sigma_{\varepsilon_{\bar{\pi}^c}}\right). \quad (4.16)$$

Długookresowa wartość celu inflacyjnego jest równa poziomowi długookresowej inflacji ($\bar{\pi}^c \equiv \pi^d$).

⁴Ponieważ w każdym okresie zysk uzyskiwany przez producentów jest przekazywany gospodarstwom domowym, wielkości zysku w poszczególnych okresach waży się krańcową użytecznością dochodu gospodarstw domowych.

⁵Poniżej prezentujemy przykładową (obowiązującą na każdym z rynków dóbr pośrednich) krzywą Phillipsa już w

zatrudnienia (liczby etatów) na podstawie liczby roboczogodzin wyznaczonej w zadaniu minimalizacji kosztów. W procesie ustalania optymalnego zatrudnienia występują sztywności dane schematem Calvo — z prawdopodobieństwem $1 - \xi_e$ producent może ustalić poziom zatrudnienia w sposób optymalny, zaś z prawdopodobieństwem ξ_e nie może zmienić poziomu zatrudnienia. W sytuacji gdy producent może dokonać reoptymalizacji poziomu zatrudnienia, problem decyzyjny przyjmuje postać:

$$\min_{E_{i,t}^{new}} \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi_e)^s (n_i E_{i,t}^{new} - H_{i,t+s})^2, \quad (4.19)$$

gdzie n jest średnią liczbą godzin pracy jednego pracownika. Rozwiązanie problemu decyzyjnego pozwala uzyskać równanie opisujące poziom zatrudnienia w gospodarce.

4.3.3 Importerzy

Importowane dobra konsumpcyjne, inwestycyjne i przeznaczone na eksport tworzą trzy oddzielne rynki dóbr importowanych. Na każdym z rynków importerzy kupują dobra produkcji zagranicznej (strefy euro i reszty świata — zakładamy stałość struktury geograficznej importu), a następnie różnicują je. Heterogeniczne dobra są kupowane przez agregatorów i transformowane w jednorodne dobra finalne. Konkurencja monopolistyczna, jaka panuje na każdym z rynków, powoduje, że importerzy mogą ustalać ceny na swoje produkty, a proces ten przebiega analogicznie do przypadku producentów krajowych dóbr pośrednich (ze specyficznymi dla każdego rynku dóbr importowanych parametrami ξ_o , κ_o i λ^o , ($o \in \{mc, mi, mx\}$). Rozwiązując problemy maksymalizacji zysku importerów, otrzymujemy więc trzy równania krzywych Philipsa o postaci zgodnej z formułą zaprezentowaną w przypisie; pełne wersje zamieszczamy w aneksie.

Stała struktura geograficzna importu oznacza, że koszty krańcowe wyrażają się równaniami:

$$\begin{aligned} mc_t^{mc} &\equiv \frac{S_t^u P_t^u}{P_t^{mc}} \omega^{mc,u} + \frac{S_t^e P_t^e}{P_t^{mc}} (1 - \omega^{mc,u}), \\ mc_t^{mi} &\equiv \frac{S_t^u P_t^u}{P_t^{mi}} \omega^{mi,u} + \frac{S_t^e P_t^e}{P_t^{mi}} (1 - \omega^{mi,u}), \\ mc_t^{mx} &\equiv \frac{S_t^u P_t^u}{P_t^{mx}} \omega^{mx,u} + \frac{S_t^e P_t^e}{P_t^{mx}} (1 - \omega^{mx,u}), \end{aligned} \quad (4.20)$$

loglinearyzowanej, ale relatywnie czytelnej, formie:

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_t^o &= \frac{\beta \mu}{1 + \kappa_o \beta \mu} (\hat{\pi}_{t+1}^o - \hat{\pi}_{t+1}^c) + \frac{\kappa_o}{1 + \kappa_o \beta \mu} (\hat{\pi}_{t-1}^o - \hat{\pi}_t^c) + \frac{1 + \kappa_o \beta \mu \rho_{\pi}}{1 + \kappa_o \beta \mu} \hat{\pi}_t^c \\ &+ \frac{(1 - \xi_o \beta \mu)(1 - \xi_o)}{\xi_o (1 + \kappa_o \beta \mu)} (\hat{\lambda}_t^o + \hat{mc}_t^o). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Możemy dostrzec, że bieżąca inflacja zależy od różnicy między celem inflacyjnym a przeszłą i przyszłą inflacją, bezpośrednio od samego celu inflacyjnego oraz bieżącej sytuacji producentów (ich marży i kosztu krańcowego). Widoczny jest również wpływ sztywności cen — im mniejsza sztywność cen (mniejsze ξ_o), tym większe znaczenie dla bieżącej inflacji mają koszty krańcowe oraz marża na rynku.

gdzie $\omega^{mc,u}$, $\omega^{mi,u}$ i $\omega^{mx,u}$ określają udział reszty świata w koszyku importowanych dóbr konsumpcyjnych, inwestycyjnych i przeznaczonych na eksport.

Tak skonstruowane realne koszty krańcowe oraz marże na rynkach opisane egzogenicznymi procesami (4.7), poprzez krzywe Phillipsa, determinują inflacje dla importowanych dóbr konsumpcyjnych, inwestycyjnych oraz przeznaczonych na eksport. Całościowy popyt na import konsumpcyjny i inwestycyjny jest uzależniony od decyzji gospodarstw domowych (zob. rozdział 4.4), natomiast popyt na import dóbr przeznaczonych na eksport determinują eksporterzy.

4.3.4 Eksporterzy

Analogicznie do producentów krajowych dóbr pośrednich i importerów, eksporterzy, działając w warunkach konkurencji monopolistycznej, wytwarzają heterogeniczne dobra eksportowe ($X_{i,t}$), których ceny mogą ustalać sami ($P_{i,t}^x$). W związku z tym, że produkcja przeznaczona jest na rynek światowy, ceny ustalane przez eksporterów są wyrażone w dolarach (ponieważ zakładamy swobodny przepływ dóbr pomiędzy strefą euro i resztą świata), a cena dobra eksportowego na rynku strefy euro jest tą samą ceną przeliczoną przy pomocy kursu USD/EUR na euro ($P_{i,t}^x S_t^x$). Proces ustalania ceny przebiega analogicznie do przypadku producentów dóbr krajowych i importerów, ze specyficznymi dla rynku eksportowego parametrami ξ_x , κ_x i λ^x . Rozwiązanie problemu maksymalizacji zysku prowadzi do wyznaczenia krzywej Phillipsa dla rynku eksportowego.

Dobra eksportowe produkowane przez i -tego eksportera powstają z dóbr pochodzenia krajowego ($X_{i,t}^d$) oraz dóbr importowanych z przeznaczeniem na eksport ($X_{i,t}^m$). Funkcja produkcji dobra eksportowego dla i -tego eksportera wyraża się równaniem:

$$X_{i,t} = \left[\omega_x^{\frac{1}{\eta_{xx}}} (X_{i,t}^m)^{\frac{\eta_{xx}-1}{\eta_{xx}}} + (1 - \omega_x)^{\frac{1}{\eta_{xx}}} (X_{i,t}^d)^{\frac{\eta_{xx}-1}{\eta_{xx}}} \right]^{\frac{\eta_{xx}}{\eta_{xx}-1}}, \quad (4.21)$$

gdzie η_{xx} jest elastycznością substytucji pomiędzy dobrami krajowymi a importowanymi, a ω_x udziałem komponentu importowanego w eksporcie.

Każdy eksporter musi rozwiązać problem minimalizacji kosztów związanych z nakładami czynników produkcji:

$$\min_{X_{i,t}^m, X_{i,t}^d} P_t^{mx} X_{i,t}^m + P_t^d X_{i,t}^d, \quad (4.22)$$

gdzie P_t^{mx} jest ceną komponentu importowanego, P_t^d — krajowego, przy warunku brzegowym danym przez (4.21).

Rozwiązanie problemu minimalizacji kosztów prowadzi do wyznaczenia równania kosztu krańcowego eksporterów:

$$mc_t^x = \frac{1}{S_t^e S_t^x P_t^x} \left[\omega_x (P_t^{mx})^{1-\eta_{xx}} + (1 - \omega_x) (P_t^d)^{1-\eta_{xx}} \right]^{\frac{1}{1-\eta_{xx}}}$$

Tak uzyskane równanie kosztu krańcowego wraz z marżą na rynku opisaną egzogenicznym procesem (4.7) znajdują odzwierciedlenie w krzywej Phillipsa dla rynku eksportowego.

Zakładając, że konsumpcja i inwestycje w strefie euro i reszcie świata wyznaczone są z funkcji CES, których elementem jest również krajowy eksport, popyt na krajowy eksport ze strony obu gospodarek i obu typów dóbr wyraża się równaniami:

$$C_t^{x,u} = \left[\frac{P_t^x}{P_t^u} \right]^{-\eta_{f,u}} C_t^u, \quad I_t^{x,u} = \left[\frac{P_t^x}{P_t^u} \right]^{-\eta_{f,u}} I_t^u,$$

$$C_t^{x,e} = \left[\frac{S_t^x P_t^x}{P_t^e} \right]^{-\eta_{f,e}} C_t^e, \quad I_t^{x,e} = \left[\frac{S_t^x P_t^x}{P_t^e} \right]^{-\eta_{f,e}} I_t^e,$$

gdzie C_t^e (C_t^u) i I_t^e (I_t^u) to konsumpcja i inwestycje w strefie euro (reszcie świata), $\eta_{f,e}$ i $\eta_{f,u}$ — elastyczności substytucji krajowych dóbr eksportowych w strefie euro i reszcie świata. Zakładając, że konsumpcja i inwestycje stanowią całość dochodu gospodarek zagranicznych, możemy wyrazić popyt na krajowy eksport jako funkcję dochodów zewnętrznych:

$$X_t \equiv C_t^{x,e} + I_t^{x,e} + C_t^{x,u} + I_t^{x,u} = \left[\frac{P_t^x}{P_t^u} \right]^{-\eta_{f,u}} Y_t^u + \left[\frac{S_t^x P_t^x}{P_t^e} \right]^{-\eta_{f,e}} Y_t^e. \quad (4.23)$$

Tym samym popyt na eksport kraju zależy od relacji cen eksportu i cen światowych oraz dochodu (produkcji) za granicą.

4.4 Gospodarstwa domowe

Podstawowym celem gospodarstw domowych jest maksymalizacja użyteczności, na którą składa się konsumpcja, czas wolny oraz gotówka. Gospodarstwa domowe świadczą usługi pracy i kapitału, którego są właścicielami, producentom krajowych dóbr pośrednich. W każdym okresie gospodarstwa domowe rozdzielają swój dochód pomiędzy krajowe i zagraniczne lokaty, konsumpcję, inwestycje i zakup/sprzedaż gotowego majątku trwałego, a także ponoszą koszt utrzymania kapitału, którego nie wynajęto producentom. Na dochody gospodarstw domowych składają się krajowe i zagraniczne lokaty wraz z odsetkami, wynagrodzenia usług pracy i kapitału oraz zyski producentów przekazywane w całości w postaci dywidendy. Wszystkie dochody są odpowiednio opodatkowane, a dodatkowo dopuszcza się bezpośrednie transfery z budżetu państwa. Zakładamy ponadto, że rynki finansowe są kompletne. Umożliwia to gospodarstwom domowym ubezpieczenie się od stanów natury (ang. *state contingent securities*), co czyni je homogenicznymi ze względu na posiadane zasoby i ponoszone wydatki, dzięki czemu możliwa jest operacjonalizacja modelu.

Gospodarstwa domowe cechują tzw. wewnętrzne przyzwyczajenia konsumpcyjne (ang. *internal habit persistence*), co oznacza, że użyteczność przynosi nie tyle absolutny bieżący poziom konsumpcji, ile zmiana poziomu konsumpcji w stosunku do poprzedniego okresu. Funkcja użyteczności j -tego gospodarstwa domowego przyjmuje postać:

$$\mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^{t+s} \left[\zeta_{t+s}^c \ln (C_{j,t+s} - bC_{j,t+s-1}) - \zeta_{t+s}^h A_L \frac{h_{j,t}^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} + A_q \zeta_{t+s}^h \frac{\left(\frac{Q_{j,t}}{z_t P_t} \right)^{1-\sigma_q}}{1-\sigma_q} \right], \quad (4.24)$$

gdzie $C_{j,t}$ jest konsumpcją w okresie t , $h_{j,t}$ — podażą pracy (roboczogodzin), $Q_{j,t}$ — gotówką, σ_L — odwrotnością elastyczności podaży pracy względem płacy, σ_q — elastycznością popytu na gotówkę względem stopy procentowej. Preferencje dotyczące konsumpcji i czasu wolnego, ζ_t^c , ζ_t^h oraz ζ_t^q , dane są egzogenicznymi procesami:

$$\zeta_t^l = 1 - \rho_{\zeta^l} + \rho_{\zeta^l} \zeta_{t-1}^l + \varepsilon_{\zeta^l}, \quad \varepsilon_{\zeta^l} \sim N(0, \sigma_{\zeta^l}), \quad \mathbb{E} \zeta_t^l = 1, \quad l \in \{c, h, q\} \quad (4.25)$$

Dobra konsumpcyjne i inwestycyjne kupowane przez gospodarstwa domowe są złożeniem (poprzez funkcję CES) dóbr krajowych i importowanych:

$$\begin{aligned} C_t &= \left[(1 - \omega_c)^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^d)^{\frac{\eta_c-1}{\eta_c}} + (\omega_c)^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^m)^{\frac{\eta_c-1}{\eta_c}} \right]^{\frac{\eta_c}{\eta_c-1}}, \\ I_t &= \left[(1 - \omega_i)^{\frac{1}{\eta_i}} (I_t^d)^{\frac{\eta_i-1}{\eta_i}} + (\omega_i)^{\frac{1}{\eta_i}} (I_t^m)^{\frac{\eta_i-1}{\eta_i}} \right]^{\frac{\eta_i}{\eta_i-1}}, \end{aligned} \quad (4.26)$$

gdzie C_t^d (I_t^d) i C_t^m (I_t^m) są krajowymi i importowanymi komponentami konsumpcji (inwestycji), ω_c (ω_i) — udziałem importu w konsumpcji (inwestycjach), η_c (η_i) — elastycznością substytucji krajowych dóbr konsumpcyjnych (inwestycyjnych) dobrami importowanymi.

Zakładamy, że agregacja jest dokonywana w taki sposób, by maksymalizować wielkości C_t i I_t przy odpowiednich ograniczeniach budżetowych:

$$P_t^d C_t^d + P_t^{mc} C_t^m = P_t^c C_t, \quad P_t^d \frac{I_t^d}{\Psi_t} + P_t^{mi} I_t^m = P_t^i I_t, \quad (4.27)$$

gdzie P_t^d , P_t^{mc} i P_t^{mi} są cenami komponentu krajowego oraz importowanych komponentów konsumpcji i inwestycji. Rozwiązując problemy maksymalizacji konsumpcji i inwestycji, otrzymujemy równania popytu na krajowe i importowane komponenty konsumpcji i inwestycji:

$$\begin{aligned} C_t^d &= (1 - \omega_c) \left[\frac{P_t^c}{P_t^d} \right]^{\eta_c} C_t, & C_t^m &= \omega_c \left[\frac{P_t^c}{P_t^{mc}} \right]^{\eta_c} C_t, \\ I_t^d &= (1 - \omega_i) \left[\frac{P_t^i \Psi_t}{P_t^d} \right]^{\eta_i} I_t, & I_t^m &= \omega_i \left[\frac{P_t^i \Psi_t}{P_t^{mi}} \right]^{\eta_i} \frac{I_t}{\Psi_t}. \end{aligned}$$

Ceny finalnego dobra konsumpcyjnego (P_t^c) i inwestycyjnego (P_t^i) wyrażają się wówczas równaniami:

$$\begin{aligned} P_t^c &= \left[(1 - \omega_c) (P_t^d)^{1-\eta_c} + \omega_c (P_t^{mc})^{1-\eta_c} \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}, \\ P_t^i \Psi_t &= \left[(1 - \omega_i) (P_t^d)^{1-\eta_i} + \omega_i (P_t^{mi})^{1-\eta_i} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Zasób kapitału ($\bar{K}_{j,t+1}$), którym dysponuje gospodarstwo domowe, ewoluuje zgodnie z funkcją produkcji:

$$\bar{K}_{j,t+1} = (1 - \delta) \bar{K}_{k,t} + \Upsilon_t F(I_{j,t}, I_{j,t-1}) + \Delta_{j,t}, \quad (4.29)$$

gdzie δ jest współczynnikiem deprecjacji kapitału, $\Delta_{j,t}$ to zakup/sprzedaż gotowych dóbr kapitałowych. Funkcja F jest funkcją transformacji nakładów inwestycyjnych w dobra kapitałowe:

$$F(I_{j,t}, I_{j,t-1}) = \left(1 - \tilde{S} \left(\frac{I_{j,t}}{I_{j,t-1}} \right)\right) I_{j,t}. \quad (4.30)$$

Funkcja \tilde{S} nie jest *explicite* specyfikowana, natomiast zakładamy o niej, że:

$$\tilde{S}(x) = \tilde{S}'(x) = 0 \quad \text{oraz} \quad \tilde{S}''(x) \equiv \tilde{S}'' > 0, \quad x = \mu_z^+ \mu_\psi. \quad (4.31)$$

Oznacza to, że pełna transformacja inwestycji w dobra kapitałowe ma miejsce wówczas, gdy nakłady inwestycyjne rosną w swoim tempie długookresowym. Innymi słowy, wahania w wydatkach inwestycyjnych generują koszty, co tworzy mechanizm wygładzania wydatków inwestycyjnych. Dodatkowym czynnikiem wpływającym na efektywność transformacji inwestycji w dobra kapitałowe jest egzogeniczny proces Υ_t , określany mianem (zaburzenia) technologii specyficznej dla inwestycji albo efektywnością transformacji inwestycji w kapitał:

$$\Upsilon_t = 1 - \rho_\Upsilon + \rho_\Upsilon \Upsilon_{t-1} + \varepsilon_{\Upsilon,t}, \quad \varepsilon_{\Upsilon,t} \sim N(0, \sigma_\Upsilon), \quad \mathbb{E} \Upsilon_t = 1. \quad (4.32)$$

Zasób kapitału jest w całości lub części wynajmowany producentom dóbr pośrednich w postaci usług kapitału $K_{j,t}$. Przez $u_{j,t}$, $u_{j,t} \equiv \frac{K_{j,t}}{\bar{K}_{j,t}}$ oznaczamy stopień wykorzystania kapitału (w stanie ustalonym, $u = 1$). Zakładamy, że niepełne wykorzystanie zasobu kapitału generuje koszt dla gospodarstw domowych, zależny od stopnia wykorzystania kapitału — $F_{a,t}^\tau a(u_{j,t}) \frac{\bar{K}_{j,t}}{\Psi_t}$. Funkcja $F_{a,t}^\tau$ reprezentuje część tego kosztu zależną od zmian cen surowców i jest, podobnie jak F_t^τ , funkcją zaburzenia surowcowego (π_t^{oil}) (rozwiązanie to wzorowane jest na pracy Christiano i in. (2007a)). Funkcja $a(u_{j,t})$ nie jest jawnie specyfikowana, zakładamy o niej jedynie, że $a(1) = 0$ oraz $a'' \geq 0$.

Ograniczenie budżetowe gospodarstw domowych przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} & M_{j,t+1} + S_t^e B_{j,t+1}^e + S_t^e S_t^x B_{j,t+1}^u + P_t^c C_{j,t} (1 + \tau_t^c) + P_t^i I_t \\ & + P_t^d \left(F_{a,t}^\tau \frac{a(u_{j,t})}{\Psi_t} \bar{K}_{j,t} + P_{k',t} \Delta_t \right) = R_{t-1} (M_{j,t} - Q_{j,t}) + Q_{j,t} + (1 - \tau_t^k) \Pi_t \\ & + (1 - \tau_t^p) R_t^k u_{j,t} \bar{K}_{j,t} + R_{t-1}^e \Phi \left(\frac{A_{t-1}^e}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^e s_{t-1}^e, \tilde{\phi}_{t-1}^e \right) S_t^e B_{j,t}^e \\ & + R_{t-1}^u \Phi \left(\frac{A_{t-1}^u}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^u s_{t-1}^u, \tilde{\phi}_{t-1}^u \right) S_t^e S_t^x B_{j,t}^u + TR_t + D_{j,t} + (1 - \tau_t^y) (1 - \tau_t^w) W_{j,t} h_{j,t} \quad (4.33) \\ & - \tau_t^k \left[(R_{t-1}^b - 1) (M_{j,t} - Q_{j,t}) + \left(R_{t-1}^e \Phi \left(\frac{A_{t-1}^e}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^e s_{t-1}^e, \tilde{\phi}_{t-1}^e \right) - 1 \right) S_t^e B_{j,t}^e \right. \\ & \quad \left. + \left(R_{t-1}^u \Phi \left(\frac{A_{t-1}^u}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^u s_{t-1}^u, \tilde{\phi}_{t-1}^u \right) - 1 \right) S_t^e S_t^x B_{j,t}^u + B_{j,t}^e (S_t^e - S_{t-1}^e) \right. \\ & \quad \left. + B_{j,t}^u (S_t^e S_t^x - S_{t-1}^e S_{t-1}^x) \right] + \tau_t^p P_t^d F_t^\tau \frac{a(u_{j,t})}{\Psi_t} \bar{K}_{j,t} + \tau_t^p P_t P_{k',t} \delta \bar{K}_{j,t}, \end{aligned}$$

gdzie $M_{j,t}$ jest zasobem pieniądza krajowego, $B_{j,t}^e$ i $B_{j,t}^u$ to aktywa denominowane w euro i dolarze, $P_{k',t}$ — względna cena dobra kapitałowego, τ_t^c — stawka podatków pośrednich (konsumpcyjnych), τ_t^k — stawka podatku kapitałowego (od odsetek z lokat i dywidendy), τ_t^p — stawka podatku od zysku z działalności gospodarczej (podatek od osób prawnych), Π_t — zyski producentów (eksporterów, importerów i producentów dóbr krajowych), TR_t — transfery z budżetu państwa, $D_{j,t}$ — dochód zależny od stanu natury, τ_t^y i τ_t^w — stawka podatku dochodowego od osób fizycznych i składka na ubezpieczenie społeczne płacona przez pracownika.

Aktywa zagraniczne ($B_{j,t}^e$ i $B_{j,t}^u$) są oprocentowane wg stóp procentowych dla strefy euro (R_t^e) i reszty świata (R_t^u), skorygowanych o premie za ryzyko, por. np. (Adolfson i in., 2007a, str. 8) oraz (Schmitt-Grohé i Uribe, 2003; Engel, 1996):

$$\begin{aligned} \Phi \left(\frac{A_{t-1}^e}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^e s_t^e s_{t-1}^e, \tilde{\phi}_{t-1}^e \right) & \quad \text{dla aktywów denominowanych w euro,} \\ \Phi \left(\frac{A_{t-1}^u}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^u s_t^u s_{t-1}^u, \tilde{\phi}_{t-1}^u \right) & \quad \text{dla aktywów denominowanych w dolarze,} \end{aligned} \quad (4.34)$$

gdzie:

$$A_t^e \equiv \frac{S_t^e B_{t+1}^e}{P_t^d}, \quad A_t^u \equiv \frac{S_t^u B_{t+1}^u}{P_t}, \quad s_t^e \equiv \frac{S_t^e}{S_{t-1}^e}, \quad s_t^u \equiv \frac{S_t^u}{S_{t-1}^u}$$

a $\tilde{\phi}_t^e$ i $\tilde{\phi}_t^u$ to zaburzenia premii za ryzyko opisane procesami stochastycznymi:

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_t^e &= \rho_{\tilde{\phi}^e} \tilde{\phi}_{t-1}^e + \varepsilon_{\tilde{\phi}^e,t}, & \varepsilon_{\tilde{\phi}^e,t} &\sim N(0, \sigma_{\tilde{\phi}^e}), & \mathbb{E} \tilde{\phi}_t^e &= 0, \\ \tilde{\phi}_t^u &= \rho_{\tilde{\phi}^u} \tilde{\phi}_{t-1}^u + \varepsilon_{\tilde{\phi}^u,t}, & \varepsilon_{\tilde{\phi}^u,t} &\sim N(0, \sigma_{\tilde{\phi}^u}), & \mathbb{E} \tilde{\phi}_t^u &= 0. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Premia za ryzyko dla aktywów w danej walucie jest uzależniona od pozycji w tych aktywach w skali całej gospodarki, a funkcja Φ jest ściśle malejąca względem A_t^e (A_t^u). O aktywach zagranicznych ogółem, $a_t \equiv \frac{A_t}{z_t^+} = \frac{A_t^e}{z_t^+} + \frac{A_t^u}{z_t^+}$, zakładamy, że w stanie ustalonym są równe 0, natomiast aktywa zagraniczne denominowane w euro są dodatnie (w związku z tym $a^u = -a^e$).

Na podstawie funkcji użyteczności oraz ograniczenia budżetowego i funkcji produkcji kapitału możemy sformułować problem optymalizacyjny i funkcję Lagrange'a:

$$\max_{c_{j,t}, i_{j,t}, u_{j,t}, \bar{k}_{j,t+1}, m_{j,t+1}, q_{j,t}, \bar{\Delta}_{j,t}, b_{j,t+1}^e, b_{j,t+1}^u} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \mathcal{L}_t$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_t = & \zeta_{t+s}^c \ln(C_{j,t+s} - bC_{j,t+s-1}) - \zeta_{t+s}^h A_L \frac{h_{j,t}^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} + A_q \zeta_{t+s}^q \frac{\left(\frac{Q_{j,t}}{z_t P_t}\right)^{1-\sigma_q}}{1-\sigma_q} \\
& + v_t \left[R_{t-1} (M_{j,t} - Q_{j,t}) + Q_{j,t} + (1 - \tau_t^k) \Pi_t + (1 - \tau_t^p) R_t^k u_{j,t} \bar{K}_{j,t} \right. \\
& + (1 - \tau_t^y) (1 - \tau_t^w) W_{j,t} h_{j,t} + R_{t-1}^e \Phi \left(\frac{A_{t-1}^e}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^e s_t^e s_{t-1}^e, \tilde{\phi}_{t-1}^e \right) S_t^e B_{j,t}^e \\
& + R_{t-1}^u \Phi \left(\frac{A_{t-1}^u}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^u s_t^u s_{t-1}^u, \tilde{\phi}_{t-1}^u \right) S_t^e S_t^x B_{j,t}^u + TR_t + D_{j,t} \\
& - \tau_t^k \left[(R_{t-1} - 1) (M_{j,t} - Q_{j,t}) + \left(R_{t-1}^e \Phi \left(\frac{A_{t-1}^e}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^e s_t^e s_{t-1}^e, \tilde{\phi}_{t-1}^e \right) - 1 \right) S_t^e B_{j,t}^e \right. \\
& + \left. \left(R_{t-1}^u \Phi \left(\frac{A_{t-1}^u}{z_{t-1}^+}, \mathbb{E}_t^u s_t^u s_{t-1}^u, \tilde{\phi}_{t-1}^u \right) - 1 \right) S_t^e S_t^x B_{j,t}^u \right. \\
& \left. + B_{j,t}^e (S_t^e - S_{t-1}^e) + B_{j,t}^u (S_t^e S_t^x - S_{t-1}^e S_{t-1}^x) \right] \\
& + \tau_t^p P_t^d F_{a,t}^\tau \frac{a(u_{j,t})}{\Psi_t} \bar{K}_{j,t} + \tau_t^p P_t P_{k',t} \delta \bar{K}_{j,t} \\
& - \left(M_{j,t+1} + S_t^e B_{j,t+1}^e + S_t^e S_t^x B_{j,t+1}^u + P_t^c C_{j,t} (1 + \tau_t^c) + P_t^i I_t \right. \\
& \left. + P_t^d \left(F_{a,t}^\tau \frac{a(u_{j,t})}{\Psi_t} \bar{K}_{j,t} + P_{k',t} \Delta_t \right) \right) \\
& + \omega_t [(1 - \delta) \bar{K}_{k,t} + \Upsilon_t F(I_{j,t}, I_{j,t-1}) + \Delta_{j,t} - \bar{K}_{j,t+1}]
\end{aligned}$$

gdzie v_t oraz ω_t to mnożniki Lagrange'a. Warunki pierwszego rzędu powyższego problemu decyzyjnego tworzą system równań determinujących konsumpcję, inwestycje, zasób i stopień wykorzystania kapitału, gotówkę, aktywa zagraniczne denominowane w euro, krańcową użyteczność dochodu oraz zmianę nominalnego kursu USD/PLN. W wersji stacjonarnej, dla której dodatkowo definiujemy:

$$v_t z_t^+ P_t^d \equiv \psi_{z^+,t} \quad (4.36)$$

i po uwzględnieniu symetryczności rozwiązania warunki te przedstawiają się następująco:

$$\frac{\zeta_t^c}{c_t - bc_{t-1} \frac{1}{\mu_{z^+,t}}} - \beta b \mathbb{E}_t \frac{\zeta_{t+1}^c}{c_{t+1} \mu_{z^+,t+1} - bc_t} - \psi_{z^+,t} \gamma_t^{cd} (1 + \tau_t^c) = 0,$$

$$\frac{v_t P_t^d P_{k',t}}{\Psi_t} = \omega_t,$$

$$\begin{aligned}
& -\psi_{z^+,t} \gamma_t^{id} + \psi_{z^+,t} P_{k',t} \Upsilon_t F_1(i_t, i_{t-1}, \mu_{z^+,t} \mu_{\psi,t}) \\
& + \beta \mathbb{E}_t \psi_{z^+,t+1} P_{k',t+1} \Upsilon_{t+1} F_2(i_{t+1}, i_t, \mu_{z^+,t+1} \mu_{\psi,t+1}) = 0,
\end{aligned}$$

$$-\psi_{z^+,t} + \beta \mathbb{E}_t \frac{\psi_{z^+,t+1}}{\pi_{t+1} \mu_{z^+,t+1}} [(1 - \tau_{t+1}^k) (R_t - 1) + 1] = 0,$$

$$-\psi_{z^+,t} p_{k',t} + \beta \mathbb{E}_t \frac{\psi_{z^+,t+1}}{\mu_{z^+,t+1} \mu_{\psi,t+1}} \left[(1 - \tau_{t+1}^p) (\bar{r}_{t+1}^k u_{t+1} - F_{t+1}^\tau a(u_{t+1})) + \tau_{t+1}^p p_{k',t+1} \delta + p_{k',t+1} (1 - \delta) \right] = 0,$$

$$\bar{r}_t^k = F_{a,t}^\tau a'(u_{j,t}),$$

$$\zeta_t^q A_q q_t^{-\sigma_q} - \psi_{z^+,t} (1 - \tau_t^k) (R_{t-1}^b - 1) = 0,$$

$$-\psi_{z^+,t} + \beta \mathbb{E}_t \frac{\psi_{z^+,t+1}}{\mu_{z^+,t+1} \pi_{t+1}} \left[s_{t+1}^e R_t^e \Phi(a_t^e, s_{t+1}^e s_t^e, \tilde{\phi}_t^e) (1 - \tau_{t+1}^k) + \tau_{t+1}^k \right] = 0,$$

$$-\psi_{z^+,t} + \beta \mathbb{E}_t \frac{\psi_{z^+,t+1}}{\mu_{z^+,t+1} \pi_{t+1}} \left[s_{t+1}^e s_{t+1}^x R_t^u \Phi(a_t^u, \mathbb{E}_t s_{t+1}^u s_t^u, \tilde{\phi}_t^u) (1 - \tau_{t+1}^k) + \tau_{t+1}^k \right] = 0.$$

Rynek pracy cechuje konkurencja monopolistyczna — gospodarstwa domowe świadczą heterogeniczne usługi pracy ($h_{j,t}$) i samodzielnie ustalają płace ($W_{j,t}$). W sposób analogiczny do tworzenia jednorodnych, finalnych dóbr przez agregatorów, także i heterogeniczne usługi pracy zostają zagregowane w jednorodny czynnik produkcji (H_t), który może zostać wykorzystany przez producentów krajowych dóbr pośrednich:

$$H_t = \left[\int_0^1 (h_{j,t})^{\frac{1}{\lambda_t^w}} dj \right]^{\lambda_t^w}, \quad 1 \leq \lambda_t^w < \infty,$$

gdzie marża płacowa jest opisana egzogenicznym procesem:

$$\lambda_t^w = (1 - \rho_{\lambda^w}) \lambda^w + \rho_{\lambda^w} \lambda_{t-1}^w + \varepsilon_{\lambda^w,t}, \quad \varepsilon_{\lambda^w,t} \sim N(0, \lambda^w \sigma_{\lambda^w}), \quad \mathbb{E} \lambda_t^w = \lambda^w. \quad (4.37)$$

Proces ustalania płacy przebiega analogicznie do procesu ustalania cen przez producentów (schemat Calvo) — w każdym okresie, z prawdopodobieństwem $1 - \xi_w$, gospodarstwo domowe może ustalić optymalną dla siebie płacę; z prawdopodobieństwem ξ_w nie może reoptymalizować płacy, a jedynie dokonać jej indeksacji o przeszłą inflację mierzoną cenami konsumpcyjnymi (z wagą κ_w), bieżącą wartość celu inflacyjnego (z wagą $1 - \kappa_w$) oraz bieżącą dynamikę postępu technicznego:

$$W_{j,t+1} = (\pi_t^c)^{\kappa_w} (\bar{\pi}_{t+1}^c)^{1-\kappa_w} \mu_{z^+,t+1} W_{j,t}.$$

W sytuacji gdy gospodarstwo domowe może ustalić płacę w sposób optymalny, jej wielkość wyznacza, wykorzystując problem decyzyjny, w którym maksymalizuje się różnicę pomiędzy użytecznością pochodzącą z dochodu z tytułu wynagrodzenia za pracę i dysużytecznością

spowodowaną zmniejszeniem się czasu wolnego:

$$\max_{W_t^{new}} \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \xi_w)^s \left[-\zeta_{t+s}^h A_L \frac{(h_{j,t+s})^{1+\sigma_L}}{1+\sigma_L} + v_{t+s} (1 - \tau_{t+s}^y) (1 - \tau_{t+s}^w) \times \right. \\ \left. \times \left((\pi_t^c \dots \pi_{t+s-1}^c)^{\kappa_w} (\bar{\pi}_{t+1}^c \dots \bar{\pi}_{t+s}^c)^{1-\kappa_w} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (\mu_{z^+,t+1} \dots \mu_{z^+,t+s}) W_t^{new} \right) h_{j,t+s} \right].$$

Warunek pierwszego rzędu powyższego problemu decyzyjnego prowadzi do wyznaczenia równania realnej płacy w gospodarce.

4.5 Zachowania pozostałych podmiotów

Obok podmiotów optymalizujących (gospodarstw domowych, przedsiębiorstw), model SOE^{PL} jawnie uwzględnia istnienie dwóch dodatkowych — banku centralnego oraz rządu. Podmiotom tym nie przypisano autonomicznych funkcji celu. Zakłada się jedynie, że celem banku centralnego jest kontrolowanie dynamiki cen, a jedynym instrumentem, jaki ma do dyspozycji, jest stopa procentowa. Drugi podmiot, rząd, pełni pasywną funkcję zarządzania środkami budżetowymi, tzn. zbiera podatki, z których finansuje wydatki.

4.5.1 Bank centralny

Reakcje banku centralnego⁶ charakteryzowane są z zewnętrznego punktu widzenia, tzn. racjonalnych i antycypujących, aktywnych uczestników procesów gospodarczych — firm i gospodarstw domowych. Z rzeczywistości prowadzonej polityki pieniężnej podmioty wyprowadzają charakterystyki reguły postępowania banku centralnego: persystencję stopy procentowej, wrażliwość stopy na odchylenia inflacji od punktu odniesienia (stochastycznego celu inflacyjnego⁷), wrażliwość stopy na odchylenia PKB od poziomu w stanie ustalonym, etc. Interpretacja działań banku centralnego oraz samodzielne wnioski dotyczące perspektyw procesów inflacyjnych oraz dalszej polityki banku centralnego muszą być odpowiedzialne. W mikroekonomicznych problemach decyzyjnych gospodarstw domowych i firm pojawiają się bowiem wielkości związane z polityką stopy procentowej, zatem optymalne decyzje o kształtowaniu cen i płac zależą od tych wielkości. Z drugiej strony milcząco zakłada się, że bank centralny nie próbuje prowadzić żadnej formy gry obliczonej na eksploatację wykreowanego polityką błędu percepcji. Mówiąc

⁶W zależności od rodzaju stopy procentowej, do jakiej odwołuje się model, możliwa jest rozszerzająca interpretacja podmiotu lub grupy podmiotów odpowiedzialnych za zmiany stopy. W typowej sytuacji, gdy stopa procentowa pochodzi z rynku międzybankowego, są podstawy by twierdzić, że wahania stopy wynikają równocześnie z działań banku centralnego oraz reakcji na bieżące zdarzenia rynku międzybankowego. Tego typu interpretacja eliminuje automatyzm przypisywania wszelkich zmian stopy decyzjom banku centralnego.

⁷Odróżniamy cel inflacyjny deklarowany przez bank centralny od stochastycznego celu inflacyjnego będącego efektem percepcji procesów inflacyjnych oraz polityki monetarnej podmiotów optymalizujących. Ta druga koncepcja dopuszcza stochastyczny charakter celu wahającego się wokół wartości stacjonarnej (stanu ustalonego). Stacjonarna wartość celu (w tym drugim sensie) może, ale nie musi, być zgodna z celem deklarowanym instytucji prowadzącej politykę monetarną. Zawsze gdy mówimy o celu inflacyjnym, mamy na myśli tę drugą koncepcję. Do oficjalnie deklarowanych celów polityki pieniężnej nie odnosimy się w tym modelu.

inaczej, przyjmujemy, że polityka monetarna jest wiarygodna i zgodna w czasie. Ewentualne, chwilowe niespójności czy niekonsekwencje absorbują wahania celu inflacyjnego.

W konsekwencji powyższych założeń regułę stopy procentowej opisującej działania banku centralnego definiujemy bezpośrednio, w postaci log-linearyzowanej, bez wcześniejszego odwoływania do problemu decyzyjnego. Postać reguły jest na tyle ogólna, aby obejmować możliwie szerokie spektrum przesłanek modyfikacji stopy procentowej. W trakcie estymacji dopuścimy możliwość wystąpienia zmiany strukturalnej, tzn. zmiany wartości części parametrów reguły.

Zakładamy, że realny kurs walutowy występujący w regule jest kursem efektywnym definiowanym jako:

$$\widehat{x}_t^{ue} = \widehat{x}_t^u + (1 - \gamma^{xux}) \widehat{x}_t^x \quad (4.38)$$

gdzie γ^{xux} wyznacza strukturę walutową rozliczeń międzynarodowych. Standardowa wersja reguły stopy procentowej ma wówczas postać:

$$\begin{aligned} \widehat{R}_t = \rho_R \widehat{R}_{t-1} + (1 - \rho_R) & \left[r_{\widehat{\pi}^c} \widehat{\pi}_t^c + r_{\pi} \left(\widehat{\pi}_{t-1}^c - \widehat{\pi}_t^c \right) + r_y \widehat{y}_{t-1} + r_x \widehat{x}_{t-1}^{eu} \right] \\ & + r_{\Delta\pi} \Delta \widehat{\pi}_t^c + r_{\Delta y} \Delta \widehat{y}_t + \epsilon_{R,t} \end{aligned} \quad (4.39)$$

W obecnej wersji modelu przyjmujemy, że $r_{\widehat{\pi}^c} \equiv 1$, zatem $\widehat{\pi}_t^c$ należy interpretować jako percepcję podmiotów polityki banku centralnego (celu inflacyjnego). Zaburzenie stopy procentowej (zaburzenie polityki monetarnej, zaburzenie monetarne) $\epsilon_{R,t}$, w przeciwieństwie do innych szoków pojawiających się w modelu, definiujemy jako innowację. Narzucająca się interpretacja tego komponentu — dyskrecjonalna składowa polityki monetarnej — jest jednak dyskusyjna. Tradycyjnie przyjmuje się, że zaburzenie monetarne nie jest skorelowane ze zmiennymi, które znajdują się w zbiorze informacji (por. np. Christiano i in., 1998). W konsekwencji należałoby przyjąć, że zbiory informacji podmiotów (modelu) oraz banku centralnego są różne.

4.5.2 Rząd

W klasie modeli wywodzących się z prac L. Christiano tak jak w znanych nam modelach budowanych na potrzeby banków centralnych, funkcje rządu redukuje się do administrowania redystrybucją dochodów państwa. Podatki nie są instrumentem polityki fiskalnej — ich poziom jest relatywnie stały, notowane są jedynie czasowe odchylenia od poziomu długookresowego (*steady state*), odchylenia te mają charakter zaburzeń. W modelu $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$ zaburzenia te są aproksymowane procesem AR(1) lub modelem SVAR, tak jak to czyni się w modelach DSGE ze zmiennymi egzogenicznymi. Choć wahania stawek podatków zostały potraktowane w sposób nieco uproszczony, specyfikacja problemów decyzyjnych firm oraz gospodarstw domowych wskazuje rolę składek ubezpieczeniowych oraz podatków na warunki równowagi podmiotów, a zatem i ich zachowania. W modelu $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$ występują jawnie składki ubezpieczeniowe płacone przez pracodawców (τ^s) i pracobiorców (τ^w), podatek kapitałowy (τ^k), podatek od konsumpcji (τ^c), podatek dochodowy (τ^y) oraz podatek od dochodów przedsiębiorstw (korporacyjny) (τ^p). Jest to więc zestaw podstawowych obciążeń fiskalnych nakładanych na podmioty, mamy zatem odwzorowane oddziaływanie polityki fiskalnej na poziomie mikro.

Makroekonomiczne konsekwencje polityki fiskalnej są bardziej uproszczone. Model opiera się na schemacie reprezentatywnego konsumenta, jedną z funkcji wpisanych w politykę fiskalną jest więc taka redystrybucja przychodów budżetowych, by zróżnicowane gospodarstwa domowe wykazywały jednakowy wzorzec zachowań konsumpcyjnych. Formalnie w ograniczeniu budżetowym gospodarstw pojawia się kategoria specjalnego ubezpieczenia od ryzyka (D), jednak system ten nie jest szczegółowiej charakteryzowany — musi go zatem finansować budżet. Elementem tego systemu jest także blok rentowo-emerytalny. Nie definiujemy odrębnych instytucji zajmujących się zarządzaniem tą klasą funduszy, w zastosowanym schemacie reprezentatywnego podmiotu nie ma miejsca na gospodarstwa żyjące wyłącznie ze świadczeń, dlatego składki ubezpieczeniowe traktowane są jak przychody rządu (budżetu) wydatkowane na bieżąco.

W ramach naszkicowanego powyżej systemu redystrybucji nie przewiduje się *explicite* istnienia deficytu budżetowego i długu publicznego. Ricardiańska logika optymalizujących i antycypujących gospodarstw domowych (dzisiejszy deficyt budżetu jest równoważny ze wzrostem podatków jutro, tzn. redukcją dochodów do dyspozycji, a zatem wymaga już dziś redukcji wydatków) racjonalizuje to rozwiązanie. Technicznie transfery (TR), jakie otrzymują gospodarstwa, mogą mieć znak ujemny, a więc natychmiast i bezpośrednio zredukują dochody do dyspozycji. Jeżeli gospodarstwa nie są skłonne zredukować swoich wydatków, mogą finansować je ujemnymi lokatami zagranicznymi. Rozumowanie jest tu więc spójne. Podkreślenia wymaga jednak to, że powyższa aproksymacja może być uznana za wystarczającą dla gospodarki, która jedynie sporadycznie notuje deficyt czy nadwyżkę w budżecie (finansach publicznych). Gdy deficyt budżetowy ma charakter strukturalny, a dług publiczny nie ma tendencji do stabilizacji, rola sektora rządowego może być większa, niż to wynika z proponowanej aproksymacji.

Kwota wydatków rządowych (G_t) ma, tak jak stawki podatków, stochastyczny charakter. Wahań wydatków rządowych (konsumpcji rządowej, konsumpcji zbiorowej) wokół stanu ustalonego są aproksymowane (estymowanym odrębnie) modelem SVAR. Dokładniej, zbudowano osobny model, w którym łącznie próbuje się wyjaśnić łącznie wahania wydatków rządowych oraz stawek podatku dochodowego, korporacyjnego oraz podatku od konsumpcji. Model ten ma formę:

$$\begin{aligned} \Gamma_0 \hat{\tau}_t &= \Gamma_0 \Gamma(L) \hat{\tau}_{t-1} + \Gamma_0 \epsilon_{\tau,t}, & \epsilon_{\tau,t} &\sim N(0, \Sigma_\tau), \\ \hat{\tau}_t &\equiv \left[\hat{\tau}_t^p, \hat{\tau}_t^y, \hat{\tau}_t^c, \hat{G}_t \right]', & \epsilon_{\tau,t} &\equiv \left[\epsilon_{\tau^p,t}, \epsilon_{\tau^y,t}, \epsilon_{\tau^c,t}, \epsilon_{\tau^{\hat{G}},t} \right]', \end{aligned} \quad (4.40)$$

Strukturalną dekompozycję zaburzeń dokonuje się dla zależności:

$$\Gamma_0 \epsilon_{\tau,t} = B_{0,\tau} u_t, \quad \mathbb{E} u \cdot u' = I. \quad (4.41)$$

Wyestymowane macierze parametrów (Γ_0) i ($B_{0,\tau}$) pozwalają na wyznaczenie macierzy kowariancji zaburzeń (Σ_τ). Wahania (odchylenia od stanu ustalonego) podatku kapitałowego oraz składek ubezpieczeniowych są traktowane jak zaburzenia strukturalne i aproksymowane w modelu DSGE formą procesu AR(1).

Łączne ujęcie wydatków i dochodów budżetu prowadzi do zestawienia:

$$\begin{aligned}
 P_t G_t + (TR_t + D_t) = & R_{t-1} (M_{t+1} - M_t) + \tau_t^c P_t^c C_t \\
 & + (\tau_t^w + \tau_t^s + \tau_t^y (1 - \tau_t^w)) W_t H_t \\
 & + \tau_t^k \left[\Pi_t + (R_{t-1} - 1) (M_t - Q_t) \right. \\
 & \quad + (R_{t-1}^e \Phi^e(a_{t-1}^e, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^e) - 1) S_t^e B_t^e + B_t^e (S_t^e - S_{t-1}^e) \\
 & \quad \left. + (R_{t-1}^u \Phi^u(a_{t-1}^u, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^u) - 1) S_t^u B_t^u + B_t^u (S_t^u - S_{t-1}^u) \right] \\
 & + \tau_t^p \left[R_t^k u_t \bar{K}_t - \frac{1}{\Psi_t} P_t F_{a,t}^\tau a(u_t) \bar{K}_t - P_t P_{k',t} \delta \bar{K}_t \right].
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

Nowym rozwiązaniem wprowadzonym do omawianej wersji modelu SOE^{PL} jest wykorzystanie powyższego zestawienia do budowy skonsolidowanego (zintegrowanego) bilansu wydatków i dochodów ogółem, co oznacza, że zmiany np. wydatków rządowych wpływają na np. aktywa zagraniczne netto. Szerzej omawiamy tę kwestię w kolejnych paragrafach.

4.6 Makroekonomiczne warunki bilansowe

W skali makro równowagę utożsamia się z równoczesnym zbilansowaniem dochodów i wydatków gospodarstw domowych i rządu, zagregowanej podaży i popytu (zasobów czynników) oraz bilansem sektora bankowego i transakcji międzynarodowych (płatniczym). W rezultacie uzyskujemy system gwarantujący, że w każdym okresie suma wydatków odpowiada sumie dochodów, strumień usług czynników produkcji wystarcza do wyprodukowania krajowych dóbr pośrednich, co w połączeniu z realizowanym importem i eksportem zapewnia zrównanie w skali makro podaży i popytu. Eksport netto jest równoważony aktywami zagranicznymi netto.

System bilansów makroekonomicznych jest — w stosunku do wcześniejszych wersji SOE^{PL} oraz SOE^{Euro} — znacznie bardziej rozbudowany. W szczególności po raz pierwszy pojawia się liczony w cenach bieżących makroekonomiczny bilans dochodów i wydatków gospodarstw domowych, co wymaga między innymi sporządzenia rachunku zysków przedsiębiorstw (są dochodem gospodarstw domowych). Nowym rozwiązaniem jest także jawne sporządzenie bilansu wydatków i dochodów rządu (odpowiednik budżetu państwa), który po zintegrowaniu z bilansem dochodów i wydatków gospodarstw domowych charakteryzuje wszystkie wydatki w skali całej gospodarki oraz sposoby ich finansowania (źródła dochodów). Bilans ten pozwala wyznaczyć aktywa zagraniczne netto, zastępuje więc klasyczny bilans płatniczy.

4.6.1 Zyski w gospodarce

Bierzemy pod uwagę firmy produkujące dobra pośrednie, importerów i eksporterów, którzy transferują swoje zyski do gospodarstw domowych, gdzie podlegają opodatkowaniu podatkiem od dywidendy (kapitałowym). Zakładamy, że zyski ogółem w gospodarce są sumą zysków realizowanych w poszczególnych jej sektorach (produkcji krajowej, eksporcie i imporcie), tzn.:

$$\Pi_t = \Pi_t^d + \Pi_t^x + \Pi_t^m$$

Zgodnie z sugestią zawartą w Christiano i in. (2007b, str. 26–28) zyski wypracowane w przedsiębiorstwach w skali makro można szacować, wykorzystując ocenę kosztów krańcowych z uwzględnieniem nieefektywności alokacji wynikającej z kształtowania cen schematem Calvo. Dokładniej zyski wynikają z różnicy między kosztem krańcowym oraz aktualną ceną. W przeciwieństwie do wcześniejszych wersji modelu zakładamy, że koszty stałe w produkcji krajowej nie występują, pojawiają się za to zyski w stanie ustalonym.

Wytwórcy dóbr krajowych

W przypadku producentów dóbr pośrednich mamy:

$$\Pi_t^d = \int_0^1 P_{jt}^d Y_{jt} dj - P_t^d mc_t^d \left(\int_0^1 Y_{jt} dj \right) = P_t^d Y_t - P_t^d mc_t^d \left(Y_t \left(\frac{\bar{p}_t^d}{P_t^d} \right)^{\frac{\lambda_t^d}{1-\lambda_t^d}} \right)$$

Wielkość $\left(\frac{\bar{p}_t^d}{P_t^d} \right)^{\frac{\lambda_t^d}{1-\lambda_t^d}}$ charakteryzuje nieefektywności alokacji. Wyrażenie takie można aproksymować funkcją marży $f(\lambda_t^d, \dots) \equiv f_t^d$, aczkolwiek przy loglinearyzacji uzasadnienie ma także traktowanie relacji cen jako jedynki. Biorąc powyższe pod uwagę, zyski w skali makro szacujemy jako:

$$\Pi_t^d = P_t^d Y_t - P_t^d mc_t^d (Y_t f_t^d) \quad (4.43)$$

Stacjonaryzując, a następnie sprowadzając do cen stałych uzyskujemy:

$$\bar{\omega}_t^d \equiv \frac{\Pi_t^d}{P_t^d z_t^+} = y_t - mc_t^d y_t f_t^d = y_t (1 - mc_t^d f_t^d) \quad (4.44)$$

gdzie koszt krańcowy dany jest równaniem (4.15).

Zyski w eksporcie

Zakładając dalej, że zyski w eksporcie (liczone w walucie krajowej) podlegają opodatkowaniu w kraju przy pominięciu istnienia kosztów stałych mamy:

$$\Pi_t^x = P_t^x S_t^e S_t^x (C_t^x + I_t^x) (1 - mc_t^x f_t^x) \quad (4.45)$$

gdzie f_t^x definiujemy tak jak f_t^d . Dalej po stacjonaryzacji uzyskujemy:

$$\bar{\omega}_t^x = \frac{P_t^x S_t^e S_t^x}{P_t^d} (1 - mc_t^x f_t^x) (c_t^x + i_t^x) = \gamma_t^{xd} (1 - mc_t^x f_t^x) (c_t^x + i_t^x) \quad (4.46)$$

Zyski w imporcie

Z dwóch możliwych sposobów definiowania zysków (na poziomie mikro z następną agregacją oraz bezpośrednio odwołanie do skali makro) wykorzystaliśmy konwencję makroekonomiczną:

$$\Pi_t^m = P_t^{mc} C_t^m + P_t^{mi} I_t^m + P_t^{mx} X_t^m - S_t^e S_t^x P_t^* (C_t^m + I_t^m + X_t^m)$$

Sprowadzając do wersji stacjonarnej, uzyskujemy:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_t^m &= \frac{\Pi_t^m}{z_t^+ P_t^d} = \gamma_t^{mcd} c_t^m + \gamma_t^{mid} i_t^m + \gamma_t^{mxd} x_t^m - \gamma_t^{*,d} (c_t^m + i_t^m + x_t^m) = \\ &= (\gamma_t^{mcd} - \gamma_t^{*,d}) c_t^m + (\gamma_t^{mid} - \gamma_t^{*,d}) i_t^m + (\gamma_t^{mxd} - \gamma_t^{*,d}) x_t^m \end{aligned} \quad (4.47)$$

4.6.2 Dochody i wydatki gospodarstw domowych

Przyjmujemy, że suma dochodów netto i wydatków gospodarstw domowych bilansuje się. Łącząc stronę dochodową i wydatkową, uzyskujemy zagregowaną wersję warunku budżetowego gospodarstw domowych:

$$\begin{aligned} &(1 - \tau_t^k) (R_{t-1} - 1) (M_t - Q_t) \\ &+ (1 - \tau_t^k) R_{t-1}^e \Phi(a_{t-1}^e, s_t^e, s_{t-1}^e, \tilde{\phi}_{t-1}^e) S_t^e B_t^e + \tau_t^k S_{t-1}^e B_t^e \\ &+ (1 - \tau_t^k) R_{t-1}^u \Phi(a_{t-1}^u, s_t^x, s_{t-1}^x, s_{t-1}^e, \tilde{\phi}_{t-1}^u) S_t^e S_t^x B_t^u \\ &+ \tau_t^k S_{t-1}^e S_{t-1}^x B_t^u + (1 - \tau_t^k) \Pi_t \\ &+ (1 - \tau_t^p) \left(R_t^k u_t \bar{K}_t - \frac{1}{\Psi_t} P_t F_{a,t}^\tau a(u_t) \bar{K}_t \right) + \tau_t^p P_t P_{k',t} \delta \bar{K}_t \\ &+ (1 - \tau_t^y) (1 - \tau_t^w) W_t H_t + M_t + TR_t + D_t \\ &- M_{t+1} - S_t^e B_{t+1}^e - S_t^e S_t^x B_{t+1}^u - (1 + \tau_t^c) P_t^c C_t - P_t^i I_t - P_t P_{k',t} \Delta_t = 0 \end{aligned} \quad (4.48)$$

4.6.3 Budżet państwa

Terminem budżet państwa, określamy tu, w przybliżeniu, sektor finansów publicznych oraz fragment sektora finansowego specjalizujący się w ubezpieczeniach emerytalnych.

Standardowa postać bilansu przychodów i wydatków rządu pochodzi z oryginalnej wersji modelu SOE^{Euro}. Po zaadaptowaniu do krajowego systemu naliczania podatków oraz możliwości lokowania oszczędności na dwóch rynkach walutowych (obok lokat krajowych) uzyskujemy

(por. (4.42)):

$$\begin{aligned}
P_t G_t + (TR_t + D_t) = & R_{t-1} (M_{t+1} - M_t) + \tau_t^c P_t^c C_t \\
& + (\tau_t^w + \tau_t^s + \tau_t^y (1 - \tau_t^w)) W_t H_t \\
& + \tau_t^k \left[\Pi_t + (R_{t-1} - 1) (M_t - Q_t) \right. \\
& \quad + (R_{t-1}^e \Phi^e(a_{t-1}^e, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^e) - 1) S_t^e B_t^e + B_t^e (S_t^e - S_{t-1}^e) \\
& \quad \left. + (R_{t-1}^u \Phi^u(a_{t-1}^u, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^u) - 1) S_t^u B_t^u + B_t^u (S_t^u - S_{t-1}^u) \right] \\
& + \tau_t^p \left[R_t^k u_t \bar{K}_t - \frac{1}{\Psi_t} P_t F_{a,t}^\tau a(u_t) \bar{K}_t - P_t P_{k',t} \delta \bar{K}_t \right]
\end{aligned} \tag{4.49}$$

W powyższej formule zakładamy, że składki ubezpieczeniowe płacone przez pracowników i pracodawców stanowią przychód budżetu rządu.

4.6.4 Bilans monetarny

Wzorem oryginalnej wersji modelu SOE definiujemy dynamikę pieniądza szerokiego jako:

$$\mu_t \equiv \frac{M_{t+1}}{M_t} = \frac{m_{t+1}}{m_t} \mu_{z^+,t} \pi_t^d \tag{4.50}$$

To równanie (po loglinearyzacji) będzie wykorzystywane do wyjaśniania zasobu pieniądza. Zauważamy, że dla stanu ustalonego zachodzi:

$$\pi^d = \frac{\mu}{\mu_{z^+}}$$

System bankowy musi zapewnić finansowanie firm kredytem obrotowym oraz gotówkę dla gospodarstw domowych. Mamy zatem zależność:

$$v_t^k F_t^r R_t^k K_t + v_t^w F_t^r (1 + \tau_r^s) W_t H_t = M_{t+1} - Q_t \tag{4.51}$$

gdzie $M_{t+1} = \mu_t M_t$.

Stacjonaryzacja i wyrażenie w cenach stałych prowadzi do postaci:

$$v_t^k F_t^r \frac{\bar{r}_t^k k_t}{\mu_{\Psi,t} \mu_{z^+,t}} + v_t^w F_t^r (1 + \tau_r^s) \bar{w}_t H_t = \frac{\mu_t m_t}{\pi_t^d \mu_{z^+,t}} - q_t \tag{4.52}$$

4.6.5 Bilans płatniczy

Podstawową funkcją bilansu płatniczego w modelu jest określanie wielkości aktywów zagranicznych netto zgodnej z poziomem aktywności w handlu zagranicznym, wydatków oraz dochodów w gospodarce. Aktywa zagraniczne można wyznaczyć przynajmniej na dwa różne sposoby: z klasycznej wersji bilansu, gdy bierzemy pod uwagę eksport netto, oraz ze zintegrowanego bilansu wydatków i dochodów. W SOE^{PL-2009} zaimplementowano oba rozwiązania. Wybór miał się dokonać w drodze eksperymentów, w trakcie estymacji parametrów, analiz cech modelu

(funkcji reakcji) oraz analiz cech prognostycznych. Eksperymenty te pokazały, że wariant bilansu dochodów zwiększa potencjalne możliwości modelu, dlatego został ostatecznie wybrany. Poniżej prezentujemy oba warianty.

Wersja klasyczna

W bilansie płatniczym, tak jak w wersji $\text{SOE}_{\mathcal{E}}^{\text{PL}}$, jawnie występuje struktura geograficzna aktywów zagranicznych netto (por. Kłos, 2008). Do zestawienia dodajemy jednak import, który staje się komponentem eksportu. Wątpliwości pojawiają się przy wyborze indeksu cen, który będzie używany do wyrażania importu w cenach bieżących. Tu zakładamy, że w bilansie płatniczym import liczony jest w cenach światowych, tzn. cenach, po których kupiono dobra. Ujęcie to odpowiada logice przyjmowanej we wcześniejszych wersjach modelu SOE .

$$\begin{aligned} S_t^e S_t^x B_{t+1}^u + S_t^e B_{t+1}^e &= S_t^e S_t^x P_t^x (C_t^x + I_t^x) - S_t^e S_t^x P_t^* [C_t^m + I_t^m + X_t^m] \\ &+ S_t^e S_t^x B_t^u R_{t-1}^u \Phi^u(a_{t-1}^u, \tilde{\phi}_{t-1}^u, \dots) \\ &+ S_t^e B_t^e R_{t-1}^e \Phi^e(a_{t-1}^e, \tilde{\phi}_{t-1}^e, \dots) \end{aligned} \quad (4.53)$$

Klasyczny wariant bilansu płatniczego (po stacjonaryzacji) ma formę:

$$\begin{aligned} (a_t^u + a_t^e) &= \gamma_t^{x,d} x_t - \gamma_t^{*,d} (c_t^m + i_t^m + x_t^m) \\ &+ s_t^e s_t^x \frac{a_{t-1}^u}{\pi_t^d \mu_{z^+,t}} R_{t-1}^u \Phi^u(a_{t-1}^u, \tilde{\phi}_{t-1}^u, s_t^e, s_t^x, s_{t-1}^e, s_{t-1}^x) \\ &+ s_t^e \frac{a_{t-1}^e}{\pi_t^d \mu_{z^+,t}} R_{t-1}^e \Phi^e(a_{t-1}^e, \tilde{\phi}_{t-1}^e, s_t^e, s_{t-1}^e) \end{aligned} \quad (4.54)$$

gdzie:

$$\Phi^i(a_t^i, s_{t+1}^i, s_t^i, \tilde{\phi}_t^i) = \exp \left\{ -\tilde{\phi}_a^i (a_t^i - a^i) - \tilde{\phi}_s^i \left(\mathbb{E}_t^i s_{t+1}^i s_t^i - 1 \right) + \tilde{\phi}_t^i \right\} \quad i \in \{u, e\} \quad (4.55)$$

oraz

$$\begin{aligned} a_t^u &= \frac{S_t^e S_t^x B_{t+1}^u}{P_t^d z_t^+}, \quad a_t^e = \frac{S_t^e B_{t+1}^e}{P_t^d z_t^+}, \\ \gamma_t^{x,d} &= \frac{S_t^e S_t^x P_t^x}{P_t^d}, \quad \gamma_t^{*,d} = \frac{S_t^e S_t^x P_t^*}{P_t^d}, \quad s_t^i = \frac{S_t^i}{S_{t-1}^i} \quad i \in \{u, e, x\} \end{aligned}$$

Wersja z bilansem dochodów

Łącząc równania bilansu dochodów i wydatków gospodarstw domowych (4.48) oraz budżetu państwa (4.42), uzyskujemy formułę, która po uproszczeniach przybiera formę:

$$\begin{aligned} P_t^g G_t + P_t^i I_t + P_t^c C_t + S_t^e B_{t+1}^e + S_t^e S_t^x B_{t+1}^u = \\ = \Pi_t + (1 + \tau_t^s) W_t H_t + \left(R_t^k u_t - \frac{1}{\Psi_t} P_t F_{a,t}^\tau a(u_t) \right) \bar{K}_t \\ + (R_{t-1} - 1) (M_{t+1} - Q_t) \\ + R_{t-1}^e \Phi(a_{t-1}^e, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^e) S_t^e B_t^e + R_{t-1}^u \Phi(a_{t-1}^u, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^u) S_t^e S_t^x B_t^u \end{aligned}$$

Po dołączeniu bilansu sektora bankowego uzyskujemy:

$$\begin{aligned} P_t^g G_t + P_t^i I_t + P_t^c C_t + S_t^e B_{t+1}^e + S_t^e S_t^x B_{t+1}^u = \Pi_t + (1 + \tau_t^s) \left[F_t^r (R_t^{fw} - 1) + 1 \right] W_t H_t \\ + \left[\left[F_t^r (R_t^{fk} - 1) + 1 \right] R_t^k u_t - \frac{1}{\Psi_t} P_t F_{a,t}^\tau a(u_t) \right] \bar{K}_t \\ + R_{t-1}^e \Phi(a_{t-1}^e, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^e) S_t^e B_t^e + R_{t-1}^u \Phi(a_{t-1}^u, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^u) S_t^e S_t^x B_t^u \end{aligned} \quad (4.56)$$

Ostatecznie bilans płatniczy uzyskany poprzez zintegrowanie dochodów i wydatków gospodarstw domowych, dochodów i wydatków budżetu oraz bilansu sektora bankowego (po stacjonaryzacji wraz ze sprowadzeniem do kategorii realnych) przybiera formę:

$$\begin{aligned} a_t^e + a_t^u + g_t + \gamma_t^{id} i_t + \gamma_t^{cd} c_t + \frac{F_{a,t}^\tau a(u_t) \bar{k}_t}{\mu_{\Psi,t} \mu_{z^+,t}} = \\ = \bar{\omega}_t^d + \bar{\omega}_t^m + \bar{\omega}_t^x + (1 + \tau_t^s) \left[F_t^r (R_t^{fw} - 1) + 1 \right] \bar{w}_t H_t \\ + \left[F_t^r (R_t^{fk} - 1) + 1 \right] \frac{\bar{r}_t^k k_t}{\mu_{\Psi,t} \mu_{z^+,t}} \\ + R_{t-1}^e \Phi(a_{t-1}^e, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^e) \frac{S_t^e a_{t-1}^e}{\pi_t^d \mu_{z^+,t}} + R_{t-1}^u \Phi(a_{t-1}^u, \dots, \tilde{\phi}_{t-1}^u) \frac{S_t^e S_t^x a_{t-1}^u}{\pi_t^d \mu_{z^+,t}} \end{aligned} \quad (4.57)$$

Powyższe równanie pokazuje, że wydatki liczone w skali gospodarki (konsumpcyjne, inwestycyjne, rządowe, nowe lokaty zagraniczne /aktywa zagraniczne netto/, adaptacja kapitału) finansowane są z zysków, dochodów z pracy, dochodów z kapitału oraz przychodów z (wygaśniętych) lokat zagranicznych. Aktywa zagraniczne netto ogółem wynoszą $a_t = a_t^e + a_t^u$.

4.6.6 Bilans zasobów

Punktem wyjścia do dalszych rozważań jest formuła, w której wszystkie składowe wyrażono w cenach stałych. W ograniczeniu zasobowym pomijamy współczynnik charakteryzujący nieefektywność alokacji (efekt kształtowania cen na podstawie schematu Calvo). Uzyskane równanie ma postać:

$$G_t + C_t^d + \frac{1}{\Psi_t} \left[I_t^d + F_{a,t}^\tau a(u_t) \bar{K}_t \right] + X_t^d \leq \varepsilon_t z_t^{1-\varpi} K_t^\varpi H_t^{1-\varpi} \quad (4.58)$$

albo, przyjmując, że musi zachodzić równość zasobów:

$$\frac{G_t}{z_t^+} + \frac{C_t^d}{z_t^+} + \frac{1}{\Psi_t z_t^+} [I_t^d + F_{a,t}^\tau a(u_t) \bar{K}_t] + \frac{X_t^d}{z_t^+} = y_t \quad (4.59)$$

i korzystając z rozwiązania problemu decyzyjnego eksporterów (4.22), możemy wyznaczyć:

$$x_t^d = \frac{X_t^d}{z_t^+} = (1 - \omega_x) f_t^x \left[\omega_x (\gamma_t^{mx,d})^{1-\eta_{xx}} + (1 - \omega_x) \right]^{\frac{\eta_{xx}}{1-\eta_{xx}}} \frac{X_t}{z_t^+}$$

Łącząc powyższe, zakładając pełną równość zasobów i popytu na nie oraz stacjonaryzując, uzyskujemy:

$$\begin{aligned} & g_t + c_t^d + i_t^d + (1 - \omega_x) f_t^x \left[\omega_x (\gamma_t^{mx,d})^{1-\eta_{xx}} + (1 - \omega_x) \right]^{\frac{\eta_{xx}}{1-\eta_{xx}}} x_t \\ &= \frac{(\Psi_{t-1} z_{t-1}^+)^{\varpi} z_t^{1-\varpi}}{z_t^+} \varepsilon_t H_t^{1-\varpi} k_t^{\varpi} - \frac{F_a^\tau}{\mu_{z^+,t} \mu_{\Psi,t}} a(u_t) \bar{k}_t - \phi \end{aligned}$$

Ogólniej, wychodząc od tożsamości PKB liczonej w kategoriach realnych:

$$g_t + c_t^d + i_t^d + x_t^d = \tilde{y}_t \quad (4.60)$$

uzyskujemy równanie, które po loglinearyzacji będzie wyjaśniać realny dochód:

$$\begin{aligned} y_t = & g_t + c_t^d + i_t^d + (1 - \omega_x) f_t^x \left[\omega_x (\gamma_t^{mx,d})^{1-\eta_{xx}} + (1 - \omega_x) \right]^{\frac{\eta_{xx}}{1-\eta_{xx}}} x_t \\ & + \frac{F_a^\tau}{\mu_{z^+,t} \mu_{\Psi,t}} a(u_t) \bar{k}_t \end{aligned} \quad (4.61)$$

Część III

Wyniki estymacji i cechy modelu

DSGE SOE^{PL}-2009

5 Postaci modelu, dane, modele SVAR

5.1 Postaci modelu

Po wyznaczeniu warunków pierwszego rzędu z zadań decyzyjnych zaprezentowanych wcześniej i następnej ich loglinearyzacji uzyskujemy liniową postać strukturalną modelu, którą można zapisać macierzowo jako:

$$\begin{cases} \mathbb{E}_t \{ \alpha_0 \tilde{z}_{t+1} + \alpha_1 \tilde{z}_t + \alpha_2 \tilde{z}_{t-1} + \beta_0 \theta_{t+1} + \beta_1 \theta_t \} = 0 \\ \theta_t = \rho \theta_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases} \quad (5.1)$$

gdzie wektor zmiennych egzogenicznych (zaburzeń θ_t) składa się z zaburzeń strukturalnych θ_t^s oraz obserwowalnych zaburzeń fiskalnych θ_t^f i obserwowalnych zaburzeń zagranicznych θ_t^* . Aproksymację procesów rządzących zaburzeniami obserwowalnymi uzyskujemy poprzez odrębną estymację dwóch modeli SVAR: fiskalnego i gospodarki światowej. Fragmenty macierzy ρ oraz macierzy kowariancji zaburzeń obserwowalnych odpowiadają stosownym macierzom modeli SVAR, tzn. w toku (bayesowskiej) estymacji całego modelu DSGE są stałe. W aneksie przedstawiamy listę zmiennych postaci strukturalnej oraz listę loglinearyzowanych równań tworzących postać strukturalną modelu.

Przejdźcie do postaci zredukowanej modelu, dzięki czemu zostają wyeliminowane zmienne antycypowane, dokonuje się algorytmem Andersona i Moore'a. Uzyskujemy zatem zależność:

$$\begin{cases} \tilde{z}_{t+1} = A \tilde{z}_t + B \theta_{t+1} \\ \theta_{t+1} = \rho \theta_t + \varepsilon_{t+1} \end{cases}$$

Układ ten można przekształcić w formę modelu przestrzeni stanów. Wówczas równaniem przejścia będzie:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{z}_{t+1} \\ \theta_{t+1} \end{bmatrix}}_{\xi_{t+1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & B & \rho \\ 0 & & \rho \end{bmatrix}}_{F_\xi} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{z}_t \\ \theta_t \end{bmatrix}}_{\xi_t} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix}}_{v_{t+1}} \epsilon_{t+1}$$

a model przestrzeni stanów przybiera formę:

$$\begin{cases} \xi_{t+1} = F_\xi \xi_t + v_{t+1}, & \mathbb{E}(v_{t+1} v'_{t+1}) = Q, \\ \underline{Y}_t = A'_x x_t + H' \xi_t + u_t, & \mathbb{E}(u_t u'_t) = R, \end{cases} \quad (5.2)$$

gdzie \underline{Y}_t jest wektorem zmiennych obserwowalnych, a u_t — wektorem błędów pomiaru.

W trakcie konstrukcji modelu przestrzeni stanów wektor stanu jest uzupełniany o zmienne opóźnione, możliwe jest także eliminowanie zmiennych, które nie są potrzebne w równaniach pomiaru. Aby uniknąć wprowadzania kolejnych symboli, pominiemy to, że wektor \tilde{z}_t występujący w postaci strukturalnej oraz wektor \tilde{z}_t w ogólnym przypadku są różne. Jak wynika z zapisu równań standardowo zakładamy pojawianie się w modelu (reprezentacji przestrzeni stanów) błędów pomiaru. Elementy macierzy wariancji-kowariancji błędów pomiaru R powiększają pulę parametrów modelu. Dla uproszczenia będziemy zakładali, że R jest diagonalna. Pojawianie się błędów pomiaru w równaniu motywujemy istnieniem niedokładności w statystykach, błędami aproksymacji pojawiającymi się w równaniach pomiaru (loglinearyzacje zależności nieliniowych) oraz możliwością błędów specyfikacji modelu¹, uzyskanie (dodatkowej) identyfikacji statystycznej jest więc efektem ubocznym².

Formalnie rzecz biorąc w prezentowanej wersji modelu występuje łącznie 30 zaburzeń, w tym 11 obserwowalnych (procesy estymowane modelami SVAR). Lista zmiennych modelu oraz lista równań postaci strukturalnej zamieszczone w aneksie charakteryzują bardziej ogólny wariant SOE^{PL-2009}. Ten, który omawiamy dalej, powstał w efekcie eliminacji zaburzenia składek ubezpieczeniowych płaconych przez pracobiorcę oraz założenia, że istnieje tylko jedna premia za ryzyko kursowe dla badanej gospodarki, wspólna dla obu rynków walutowych ($\tilde{\phi}_t^u = \tilde{\phi}_t^e = \tilde{\phi}_t$). W obu przypadkach mamy do czynienia z uproszczeniem modelu motywowanym problemami z identyfikacją szoków.

5.2 Zmienne obserwowalne, dane

Dane wykorzystane do estymacji modelu DSGE oraz modeli SVAR pochodzą z oficjalnych publikacji NBP, GUS, EBC oraz OECD udostępnionych do listopada 2009 roku Zmiennymi

¹ Wątek doboru zmiennych obserwowalnych oraz rolę błędów pomiaru specyfikowanych w modelach DSGE analizował Gueron-Quintara (2009). Zgodnie z jego wnioskami uwzględnienie błędów pomiaru w trakcie estymacji modelu DSGE pozwala zwiększyć odporność modelu na błędy specyfikacji oraz nietrafny dobór zmiennych obserwowalnych; por. także Boivin i Giannoni (2005).

² Zagadnienie identyfikacji statystycznej szerzej dyskutują np. Ireland (2004), Alvarez-Lois i in. (2005), Canova i Sala (2005).

obserwowalnymi tworzącymi wektor Y_t z równania (5.2) są: deflator PKB, deflator inwestycji, indeks cen konsumpcyjnych CPI, PKB, konsumpcja (liczona łącznie z zapasami), nakłady inwestycyjne, eksport, import, zatrudnienie ogółem, płace realne, krajowa krótkookresowa stopa procentowa (Wibor-3m), realny kurs dolara USA do złotego, deflator PKB w strefie euro, deflator PKB w USA, krótkookresowa stopa procentowa dolara (oceny OECD 3-miesięcznej stopy dolarowej), krótkookresowa stopa procentowa euro (Euribor-3m), PKB w USA, PKB w strefie euro, nominalny kurs krzyżowy (dolar/euro)³; łącznie 19 szeregów. Cała próba dla modelu DSGE $SOE^{PL-2009}$ obejmuje okres 1996:2–2009:3. Do estymacji modelu SVAR gospodarki światowej wykorzystaliśmy najdłuższe, dostępne szeregi.

Dane dotyczące krajowych rachunków narodowych opierają się na systemie pomiaru w cenach stałych z 2000 roku. We wstępnych etapach przygotowywania danych zweryfikowano spójność rachunków (wolumen i deflatory), a następnie szeregi poddano transformacjom, które dotyczyły eliminacji sezonowości metodą X12 (tylko zmienne, które mogą wykazywać sezonowość kwartalną), eliminacji średnich (kurs walutowy), logarytmowania, przekształcania zmiennych w kwartalne tempa wzrostu. Wyjątkiem są tu dynamiki cen, które mają annualizowaną formę, stopa procentowa (pozostaje w postaci naturalnej) oraz zatrudnienie. W przypadku tej ostatniej zmiennej dane dotyczące poziomu poddano filtracji (filtrem Hodricka-Prescotta) i w charakterze zmiennej obserwowalnej występują odchylenia od trendu HP.

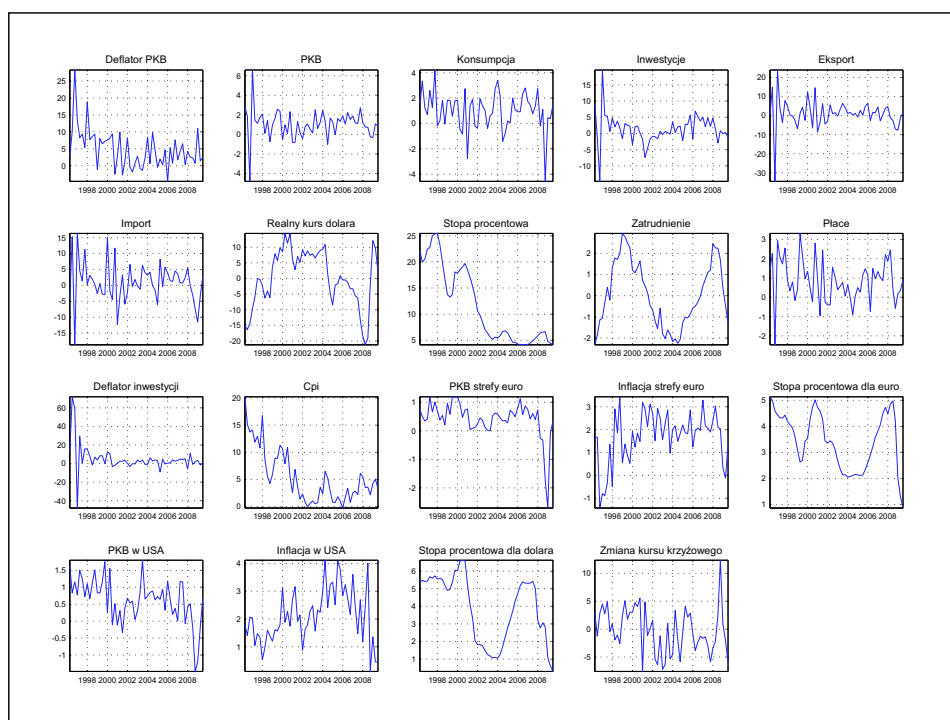
Kierując się rozwiązaniami przyjętymi przez autorów modelu SOE^{Euro} dokonano dodatkowej korekty szeregów eksportu i importu. Ponieważ model nie próbuje wyjaśniać powodów, dla których udział handlu zagranicznego w PKB zmienia się (rośnie), przeprowadzono korektę zapewniającą stały udział importu i eksportu. Druga, arbitralna korekta dotyczy trendu pojawiającego się w obserwowalnym kursie walutowym (realnym kursie dolara). Zjawisko aprecjacji kursu nominalnego (w konsekwencji także realnego) jest specyficzne dla gospodarek nadganiających lukę rozwojową i podobnie jak w przypadku udziału handlu w PKB model $SOE^{PL-2009}$ nie podejmuje próby wyjaśnienia tego procesu, stąd w końcowej fazie transformowania z kursu eliminowany jest trend (liniowy). Choć praktyka eliminowania z szeregów używanych do estymacji modeli DSGE czy (S)VAR różnych, arbitralnie definiowanych, komponentów (ogólniej, praktyka filtrowania) jest niemal powszechna, warto pamiętać, że dochodzi wtedy do deformacji zawartości informacyjnej szeregów i ich ewentualnej współzależności. Przykładowo, eliminując trend z zatrudnienia czy kursu walutowego, pozostawiamy konsekwencje istnienia tych tendencji w pozostałych szeregach (np. cen, PKB) i taki zestaw danych wykorzystujemy do poszukiwania związków między szeregami.

Zwracamy uwagę, że w zbiorze zmiennych obserwowalnych występują zmienne zagraniczne, tzn. zmienne te pełnią podwójną funkcję: są w modelu zaburzeniami oraz zmiennymi obserwowalnymi. Dzięki temu uzyskujemy lepszą identyfikowalność pozostałych zaburzeń dotyczących świata (marż eksportu i importu, asymetrii poziomu technologii, premii za ryzyko, etc.), ale

³Przedstawiamy tu zestaw zmiennych, który został wykorzystany do estymacji omawianej wersji modelu. Wersja ta jest efektem wielu eksperymentów, z których część dotyczyła doboru zmiennych obserwowalnych. Eksperymentowaliśmy (między innymi) z agregatami monetarnymi, deflatorami eksportu, importu, konsumpcji (z zapasami), szeregami fiskalnymi (wydatki rządowe, przychody z podatku VAT), konkurencyjnymi wariantami szeregów zatrudnienia i zmiany realnego kursu dolara.

także na etapie estymacji weryfikuje się jedno z fundamentalnych założeń modelu małej otwartej gospodarki: wspólny stan ustalony (jednakowa inflacja, stopa procentowa, wzrost gospodarczy dla kraju i świata). Ewentualne odstępstwa od tej zasady są kompensowane stałymi w bloku równań pomiaru. Rysunek 5.1 ilustruje przebiegi zmiennych obserwowalnych modelu po dokonaniu wszystkich transformacji — dane dotyczące cen są annualizowane, szeregi opisujące składowe PKB oraz płace realne — wyrażone jako kwartalne tempa wzrostu. Wszystkie kategorie są wyrażone w procentach.

Rysunek 5.1. Zmienne obserwowalne



5.3 Modele SVAR

Modele SVAR są odrębnym komponentem modelu. Celem estymacji modelu SVAR fiskalnego i modelu SVAR gospodarki światowej jest uzyskanie opisu procesu stochastycznego aproksymującego zaburzenia reprezentowane przez zmienne modeli SVAR. Dlatego zarówno dane, jak i tryb postępowania są tu specyficzne.

5.3.1 SVAR fiskalny

SVAR fiskalny, formalnie dany równaniem (4.40), składa się z czterech zmiennych: efektywnej stawki podatku dochodowego od osób fizycznych (liczonej jako dochody budżetu państwa z tytułu podatku dochodowego od osób fizycznych w relacji do szacunku dochodów gospodarstw domowych, powiększonej o składkę na ubezpieczenie zdrowotne), efektywnej stawki podatku

od przedsiębiorstw (liczonej jako dochody budżetu państwa z tytułu podatku dochodowego od osób prawnych w relacji do PKB pomniejszonego o dochody gospodarstw domowych), podatku od konsumpcji (dochody budżetu państwa z tytułu podatków pośrednich odniesione do spożycia indywidualnego) i wydatków rządowych (spożycie zbiorowe). Opisane wyżej surowe szeregi czasowe są poddane transformacjom. Stawki podatkowe są odsezonowane metodą X12, a następnie przeliczane na procentowe odchylenia od średniej w próbie (zgodnie z logiką loglinearyzowanych zmiennych modelu). Szereg wydatków rządowych w cenach stałych został zlogarytmowany, odsezonowywany metodą X12 i przeliczony na procentowe odchylenia od trendu wyznaczonego filtrem Hodricka-Prescotta. Tak skonstruowany model SVAR estymowany jest na próbie 1996:1–2009:3.

5.3.2 SVAR gospodarki światowej

Zadaniem modelu VAR jest określenie dynamiki zmiennych zagranicznych i kursu nominalnego dolar/euro. Blok zmiennych zagranicznych modelu jest egzogeniczny i składa się z dwóch stref. Są nimi strefa euro i strefy dolara, gdzie strefa dolara jest przybliżona gospodarką USA. Zmienne strefy euro oznaczone będą subskrypsem e , natomiast zmienne strefy dolara subskrypsem u . Do modelowania każdej ze stref wykorzystujemy trzy zmienne: produkt realny (y_t^e oraz y_t^u), inflację (π_t^e oraz π_t^u) i nominalną stopę procentową (R_t^e oraz R_t^u). Oprócz zmiennych charakterystycznych dla każdej ze stref, model VAR zawiera dynamikę nominalnego kursu walutowy EUR/USD (Δx_t). Model składa się więc z trzech zmiennych dla strefy euro, trzech zmiennych dla strefy dolara i kursu krzyżowego EUR/USD, co daje łącznie siedmiu zmiennych, które tworzą układ wektorowej autoregresji o postaci zredukowanej:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + d + \omega t + e_t$$

gdzie: $y_t = (y_t^e, \pi_t^e, R_t^e, y_t^u, \pi_t^u, R_t^u, \Delta x_t)$.

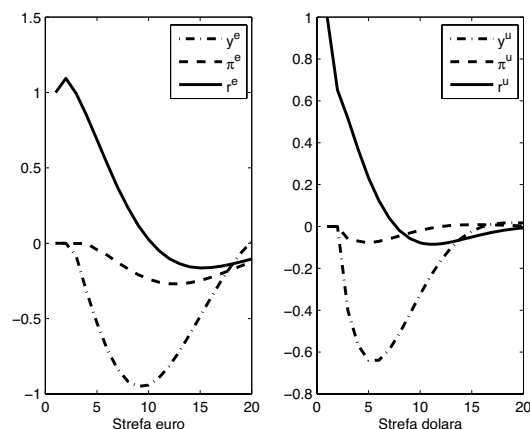
Macierze A_1 i A_2 są macierzami autoregresyjnymi, wektor d zawiera stałe, wektor ω zawiera parametry trendu, a wektor błędów regresji e_t jest uzależniony od wektora szoków strukturalnych poprzez macierz B , tj. $e_t = B u_t$. Rząd opóźnienia układu wynosi 2, model zawiera trend deterministyczny i stałą, co oznacza, że postać zredukowana obejmuje 144 parametry.

Próba, na której oszacowano parametry modelu, obejmuje 166 obserwacji dla każdej zmiennej począwszy od I kwartału 1980 roku. Dane dla strefy dolara pochodzą z baz OECD i Eurostatu. Dane dla strefy euro od I kwartału 1995 r. pochodzą z baz OECD i Eurostatu, natomiast dane sprzed 1995 roku zostały zrekonstruowane na podstawie bazy modelu AWM (skrót od ang. *area wide model*) Europejskiego Banku Centralnego. Szereg nominalnego kursu USD/EUR pochodzi z bazy Eurostatu. Zmienne, jeśli oryginalny szereg był surowy, zostały odsezonowane metodą ARIMA X12. Inflacja i nominalny kurs walutowy wchodzi do modelu jako kwartalne logarytmiczne stopy wzrostu szeregów: deflatorów PKB oraz nominalnego kursu walutowego USD/EUR. Produkt wchodzi do modelu jako komponent cykliczny kwartalnego filtru HP zastosowanego do logarytmu zdeflowanego deflatorem PKB produktu wyrażonego w cenach rynkowych. Stopa procentowa jest wyrażona w punktach procentowych w wartościach kwartalnych.

W celu estymacji postaci strukturalnej modelu VAR, w ramach każdej ze stref, wykorzystano strukturalizację typu Cholesky'ego z kolejnością: produkcja, inflacja i stopa procentowa. Dla propagacji zaburzeń strukturalnych między strefami euro i dolara założono, że efekt szoku dowolnej ze zmiennych, w każdej ze stref, propaguje się do zmiennych drugiej strefy z kwartalnym opóźnieniem. W użytej strukturalizacji szok kursowy jest ortogonalny względem pozostałych szoków. Parametry postaci zredukowanej, tj. elementy macierzy A_1 i A_2 oraz elementy wektorów d i ω , zostały wyestymowane na danych kwartalnych uogólnioną metodą najmniejszych kwadratów z estymacją, w skrócie EGLS (od ang. *estimated general least squares*). Na parametry postaci zredukowanej nałożono restrykcje dynamiczne, (strukturę macierzy, nałożone restrykcje oraz wyniki estymacji prezentujemy w aneksie). Macierz B uzależniająca błędy prognoz e_t od szoków strukturalnych u_t estymowano metodą największej wiarygodności.

Rysunek 5.2 przedstawia efekt dodatniego szoku strukturalnego dla stopy procentowej (R^e dla strefy euro i R^u dla strefy dolara) wielkości 1 punktu procentowego dla produktu (y_e i y^u), inflacji (π^e i π^u) oraz stopy procentowej (R^e i R^u). Po kontrakcji polityki pieniężnej w strefie euro produkcja spada o około 1%, przy czym maksimum spadku przypada na dziewiąty kwartał po wystąpieniu szoku, a efekt staje się nieistotny po upływie około 3 lat. Inflacja spada o ok. 0,25%, przy czym efekt jest istotny między piątym a piętnastym kwartałem, a maksimum spadku przypada na dwunasty kwartał. Ceny charakteryzują się więc większą inercją niż produkcja. Identyfikowany efekt kontrakcji polityki pieniężnej wielkości 1 punktu procentowego w strefie dolara jest jakościowo podobny, jednak odpowiedź inflacji jest znacznie słabsza, spadek o około 0,05% i nieistotna na całej długości funkcji reakcji. Produkcja reaguje istotnie między drugim a piątym kwartałem i spada o około 0,65% w szóstym kwartale. Reakcje te są zgodne z intuicją.

Rysunek 5.2. Szok kontrakcji polityki pieniężnej w modelu SVAR



6

Oceny parametrów – kalibracja, optymalizacja, stan ustalony

Procedura estymacji większych modeli DSGE, motywowana ideami bayesowskimi,¹ składa się z dwóch zasadniczych etapów. W pierwszym wyznaczamy metodami optymalizacji numerycznej przybliżenie dominanty rozkładu *a posteriori*, tzn. oceny punktowe parametrów, w drugim odtwarza się kształt rozkładu parametrów w otoczeniu dominanty, stosując techniki MCMC (np. warianty algorytmu Metropolisa) — powstaje więc próbka z poszukiwanego rozkładu *a posteriori* parametrów modelu². Praktyka pokazała, że już na etapie optymalizacji ujawniają się problemy z identyfikacją parametrów, a zbieżność procedur numerycznych uzyskuje się jedynie wtedy, gdy rozkłady *a priori* będą jednoznacznie determinowały przynajmniej podzbiór parametrów. W takiej sytuacji większość autorów modeli DSGE decyduje się podzielić parametry na dwie grupy: kalibrowane i estymowane. Procedurze estymacji (np. technikami bayesowskimi) może podlegać więc jedynie część parametrów. Przy pryncypialnym podejściu do takiej sytuacji należałoby stwierdzić, że wartości parametrów kalibrowanych znamy z całą pewnością, a estymowane (bayesowsko) są jedynie te parametry, co do których nasza wiedza jest niepewna, co wyrażamy rozkładem *a priori*. Niestety, w naszym przypadku (i chyba nie tylko naszym, por. Adolfson i in. (2007a, str. 12)) nie taka motywacja decydowała o kalibracji przynajmniej części parametrów — kalibracji podlegają parametry, o których nasza wiedza jest ograniczona, bowiem z przyczyn formalnych nie mogą być estymowane.

¹Nawiązujemy tu do praktyki, sformułowane uogólnienie dotyczy użytkowników pakietu DYNARE (środowisko akademickie), YADA (EBC) oraz Riksbanku. Generalnie rzecz biorąc modele DSGE nie muszą być estymowane technikami bayesowskimi, a i sposób wykorzystania technik bayesowskich może być inny, niż to sugerujemy.

²Pomijamy tutaj (i w toku dalszej prezentacji) fakt, że część parametrów modelu jest estymowana osobno, przy wykorzystaniu modeli SVAR.

6.1 Kalibracja parametrów

W modelu $SOE^{PL-2009}$, który — jak na standardy estymowanych modeli DSGE — można zaliczać do bardzo dużych, kalibrowanych jest około 80–90 parametrów ze zbioru ponad 150. Kalibracja dotyczy między innymi 19 wariacji błędów pomiaru zmiennych obserwowalnych, 27 parametrów bezpośrednio lub pośrednio charakteryzujących stan ustalony, 22 parametry charakteryzujące procesy stochastyczne zaburzeń, 8 parametrów centrujących zmienne zawarte w modelu SVAR oraz dalszych 12 parametrów, które z punktu widzenia ekonomicznych podstaw modelu można traktować jako istotne. Rachunek ten pomija zerowe kowariancje błędów pomiaru oraz blok parametrów związanych z procesami stochastycznymi zaburzeń obserwowalnych (SVAR), ale uwzględnia wartości parametrów, które podlegają zmianom strukturalnym (11), oraz te, które determinuje specyfikacja (treść ekonomiczna) modelu. W stosunku do estymowanych modeli DSGE budowanych w innych krajach odsetek kalibrowanych parametrów jest relatywnie większy, ale też i rozmiar modelu oraz wciąż krótka i niejednorodna próba, jaką dysponujemy, stawiały przed nami znacznie większe wyzwania niż te, z którymi spotykali się np. autorzy modeli krajów strefy euro czy modeli USA.

Z uwagi na zróżnicowanie parametrów wyłączonych z estymacji nie zastosowano jednolitej procedury ustalania ich wartości. W przypadku charakterystyk stanu ustalonego zmiennych mających odpowiedniki wśród zmiennych obserwowalnych średnie wartości z próby stanowiły główną wskazówkę. Często pierwszym przybliżeniem były wartości przyjmowane przez innych autorów modeli DSGE, w szczególności założenia przyjmowane dla modeli SOE^{Euro} , MEDEA (Burriel i in., 2009), NAWM oraz RAMSES (Adolfson i in., 2009), aczkolwiek zawsze, gdy to tylko było możliwe, podejmowaliśmy próby zweryfikowania takich założeń poprzez eksperymentowanie z konkurencyjnymi wartościami, tzn. badaliśmy skutki zmian wartości takich parametrów, prowadząc — tak jak np. autorzy NAWM (Christoffel i in., 2007a, str. 44–45) — rodzaj analizy wrażliwości. W początkowych fazach prac nad modelem w charakterze kryterium oceny wariantów modelu wykorzystywaliśmy aproksymację Laplace’a brzegowej wiarygodności, w późniejszych — dodatkowo — miary dokładności prognoz *ex post* dla ostatnich 4–5 lat próby, wszystko przy kontroli cech dynamicznych modelu (funkcji reakcji). Doświadczenia te pokazały, że restrykcje nakładane na modele DSGE kalibracją części parametrów są bardzo silne, ale często nie wytrzymują konfrontacji z materiałem empirycznym. Pozornie drobne korekty kalibrowanych parametrów znacząco modyfikują dokładność prognoz, pozostając nierozpoznawalne dla innych kryteriów (np. brzegowa wiarygodność, funkcje reakcji). Niewielkie odejście od „typowych” wartości kalibrowanych parametrów pozwoliło nam wyraźnie poprawić jakość modelu $SOE^{PL-2009}$, a przynajmniej jego cechy prognostyczne, bez istotniejszego naruszenia treści ekonomicznej. Mimo włożonego wysiłku mamy jednak świadomość, że rezerwy w tym obszarze pozostały zapewne duże, a potencjalne konsekwencje przyjęcia błędnych wartości są poważne. Zestawienie wartości najważniejszych kalibrowanych parametrów modelu zamieszczamy w tabelicy 6.1, w zestawieniu tym pomijamy parametry uzyskane w efekcie estymacji modeli SVAR.

Tablica 6.1. Wartości ważniejszych parametrów kalibrowanych w modelu SOE^{PL-2009}

Parametr	Wartość	Uwagi	Źródło
ϖ	0,250		na podstawie literatury, weryfikowane eksperymentalnie
δ	0,025		na podstawie literatury i średnich z próby wielkich relacji
β	0,9995		na podstawie literatury, weryfikowane eksperymentalnie
A_L	7,500		na podstawie literatury
A_q	0,135		na podstawie danych
σ_L	1,000		na podstawie literatury
σ_q	10,620		na podstawie literatury
v^{fk}	0,400		na podstawie literatury, weryfikowane eksperymentalnie
v^{fw}	0,600		na podstawie literatury, weryfikowane eksperymentalnie
μ	1,0165	stan ustalony	ustalono eksperymentalnie
g_r	0,190	stan ustalony	średnia z próby udziału spożycia zbiorowego w PKB
τ^k	0,0125	stan ustalony	weryfikowane empirycznie oceny eksperckie
τ^w	0,180	stan ustalony	średnia składek na ubezpieczenia społeczne
τ^s	0,180	stan ustalony	średnia składek na ubezpieczenia społeczne
τ^c	0,1772	stan ustalony	średnia z próby efektywna stawka VAT
τ^p	0,0125	stan ustalony	średnia relacja przychodów z podatku CIT do PKB
τ^y	0,1301	stan ustalony	średnia z próby efektywna stawka PIT
ω_c	0,450		ustalono eksperymentalnie
ω_i	0,650		ustalono eksperymentalnie
ω_x	0,330		ustalono eksperymentalnie
ω_{mcu}	0,460		ustalono eksperymentalnie
ω_{miu}	0,370		ustalono eksperymentalnie
ω_{mxu}	0,333		ustalono eksperymentalnie
η_{fu}	4,500		ustalono eksperymentalnie
η_{fe}	3,200		ustalono eksperymentalnie
$u_{ye,*}$	0,6810		ustalono eksperymentalnie
u_{am}^e	-0,0095		ustalono eksperymentalnie
b	0,6401		ustalono eksperymentalnie
ξ''	6,9682		ustalono eksperymentalnie
σ_a	1,1276		ustalono eksperymentalnie
λ^x	1,0000		wniosek z zał. modelu
λ^{mx}	1,0000		wniosek z zał. modelu
ρ_ϵ	0,700		ustalono eksperymentalnie
ρ_{λ_d}	0,100		na podstawie literatury, weryfikowane eksperymentalnie
$\rho_{\lambda_{mx}}$	0,500		na podstawie literatury
$\rho_{\epsilon,R}$	0,000		na podstawie literatury
ρ_{π^c}	0,900		na podstawie literatury, weryfikowane eksperymentalnie
ρ_{τ_k}	0,900		ustalono eksperymentalnie
ρ_{τ_s}	0,900		ustalono eksperymentalnie
$\rho_{\pi^{oil}}$	0,900		ustalono eksperymentalnie
cR^d	-1,3500	korekta zmiennej obs.	ustalono eksperymentalnie
R_{kraj}	0,0400	war. błędów pomiaru	oceny eksperckie
$R_{otoczenie}$	0,0100	war. błędów pomiaru	oceny eksperckie
$\rho_{\lambda_w,1}$	0,6774	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$\rho_{\phi,1}$	0,6431	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$\sigma_{\lambda_w,1}$	0,7959	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$\sigma_{\phi,1}$	1,7921	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$\sigma_{\epsilon_{R,1}}$	0,1727	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$\sigma_{\pi^c,1}$	0,3482	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$\lambda_{w,1}$	1,1366	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$\rho_{R,1}$	0,7359	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$r_{\pi,1}$	1,4497	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$r_{x,1}$	-0,0100	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie
$r_{y,1}$	0,1783	zmiany reżimu	ustalono eksperymentalnie

Źródło: opracowanie własne.

6.2 Rozkłady *a priori* i wyniki estymacji

Jak wspomniano wcześniej, estymację modelu DSGE prowadzimy dwuetapowo. W pierwszym kroku poszukujemy wartości parametrów, które maksymalizują wartość funkcji będące sumą logarytmów funkcji wiarygodności oraz prawdopodobieństwa *a priori* (odpowiadają dominancie rozkładu *a posteriori*) — etap ten nazywamy optymalizacją. W drugim podejmujemy próbę wygenerowania próbki z rozkładu parametrów (*a posteriori*), wykorzystując np. iteracyjny

algorytm, w którym punktem startowym jest dominanta rozkładu, a kolejne wartości zależą od hessianu uzyskanego w trakcie optymalizacji. Uzyskanie takiej próbki pozwala — między innymi — lepiej poznać skalę niepewności związanej z estymowanymi parametrami. Formalne aspekty estymacji bayesowskiej, technik MCMC, specyfiki estymacji bayesowskiej modeli DSGE zostały naszkicowane w pierwszej części opracowania. Czytelnikowi możemy dodatkowo zaproponować sięgnięcie do np.: Osiewalski (2001), Koop (2003), Geweke (1999), Geweke (2005), Hastings (1970), Chib i Greenberg (1995), Brooks (1998), Brooks i Gelman (1996) oraz Schorfheide (2000), An i Schorfheide (2005), Canova (2007), Warne (2009), Fernández-Villaverde (2009), które precyzują sposób wykorzystania technik bayesowskich przy estymacji modeli DSGE.

Tablica 6.2. Wyniki estymacji — charakterystyki rozkładów *a priori* i *a posteriori*

Parametry	Rozkład <i>a priori</i>			Wyniki optymalizacji		Próbka z rozkładu <i>a posteriori</i>				
	Typ	W.Cent	Std/DF	Moda	InvH	Srednia	Moda	Mediana	Pc. 5%	Pc. 95%
<i>Sztynności cen</i>										
ξ_w	Beta	0,600	0,100	0,558	0,079	0,558	0,547	0,557	0,427	0,690
ξ_d	Beta	0,600	0,100	0,790	0,026	0,794	0,790	0,795	0,749	0,837
ξ_{mc}	Beta	0,600	0,100	0,677	0,057	0,675	0,672	0,675	0,573	0,774
ξ_{mi}	Beta	0,600	0,100	0,687	0,062	0,683	0,690	0,685	0,576	0,783
ξ_{mx}	Beta	0,600	0,100	0,554	0,081	0,552	0,562	0,553	0,416	0,687
ξ_x	Beta	0,600	0,100	0,527	0,060	0,530	0,530	0,530	0,431	0,631
ξ_e	Beta	0,600	0,100	0,698	0,034	0,701	0,704	0,704	0,641	0,755
κ_w	Beta	0,500	0,140	0,417	0,124	0,423	0,385	0,419	0,231	0,628
κ_d	Beta	0,500	0,140	0,164	0,062	0,171	0,146	0,164	0,079	0,286
κ_{mc}	Beta	0,500	0,140	0,441	0,144	0,446	0,402	0,440	0,228	0,682
κ_{mi}	Beta	0,500	0,140	0,291	0,113	0,310	0,278	0,297	0,138	0,529
κ_{mx}	Beta	0,500	0,140	0,350	0,123	0,357	0,333	0,347	0,172	0,577
κ_x	Beta	0,500	0,140	0,202	0,081	0,215	0,175	0,204	0,095	0,375
<i>Efekty kursowe i surowcowe</i>										
ν^{τ}	TNor	0,125	0,075	0,150	0,068	0,125	0,122	0,121	0,021	0,240
ϕ_a^u	InvG	0,125	2	0,382	0,206	0,610	0,295	0,429	0,184	1,483
ϕ_a^e	InvG	0,125	2	0,190	0,063	0,196	0,164	0,186	0,109	0,318
ϕ_s^u	Beta	0,250	0,150	0,217	0,114	0,208	0,133	0,193	0,051	0,421
ϕ_s^e	Beta	0,250	0,150	0,196	0,082	0,182	0,202	0,180	0,053	0,316
<i>Reguła stopy procentowej</i>										
$\rho_{R,2}$	Beta	0,800	0,085	0,820	0,035	0,825	0,829	0,827	0,768	0,877
$r_{\pi,2}$	TNor	1,700	0,150	1,800	0,124	1,798	1,782	1,795	1,596	2,010
$r_{\Delta\pi}$	TNor	0,300	0,065	0,237	0,031	0,234	0,231	0,234	0,184	0,286
$r_{x,2}$	Norm	0,000	0,065	-0,022	0,017	-0,020	-0,015	-0,020	-0,048	0,005
$r_{y,2}$	Norm	0,125	0,065	0,128	0,057	0,130	0,120	0,128	0,039	0,225
$r_{\Delta y}$	TNor	0,075	0,065	0,128	0,033	0,128	0,124	0,127	0,072	0,187
<i>Organizacja rynków, postęp techniczny</i>										
λ_2^w	TNor	1,100	0,075	1,150	0,060	1,142	1,121	1,137	1,055	1,241
λ^d	TNor	1,200	0,075	1,213	0,063	1,204	1,209	1,203	1,098	1,311
λ^{mc}	TNor	1,200	0,075	1,299	0,052	1,290	1,286	1,290	1,199	1,383
λ^{mi}	TNor	1,200	0,075	1,160	0,071	1,146	1,119	1,139	1,033	1,283
η_c	InvG	5,000	2	3,740	0,454	3,861	3,723	3,792	3,146	4,813
η_i	InvG	5,000	2	3,964	0,607	4,454	3,777	4,097	3,271	5,880
η_{xx}	InvG	5,000	2	4,544	0,861	4,800	4,362	4,622	3,540	6,637
μ_z	TNor	1,008	0,002	1,008	0,001	1,008	1,008	1,008	1,007	1,009
μ_ψ	TNor	1,008	0,002	1,007	0,001	1,007	1,007	1,007	1,005	1,009
<i>Charakterystyki zaburzeń</i>										
ρ_γ	Beta	0,700	0,100	0,773	0,052	0,774	0,785	0,777	0,683	0,855
ρ_{z^*}	Beta	0,900	0,100	0,957	0,044	0,953	0,999	0,971	0,848	0,999
ρ_{μ_z}	Beta	0,600	0,100	0,592	0,097	0,593	0,607	0,596	0,430	0,748
ρ_{μ_ψ}	Beta	0,600	0,100	0,586	0,099	0,583	0,573	0,585	0,412	0,741
ρ_{z^*c}	Beta	0,750	0,100	0,778	0,053	0,778	0,774	0,782	0,683	0,862
ρ_{ζ^h}	Beta	0,750	0,100	0,625	0,102	0,612	0,629	0,614	0,436	0,782
$\rho_{\lambda^{mc}}$	Beta	0,750	0,100	0,685	0,101	0,678	0,698	0,685	0,498	0,833
$\rho_{\lambda^{mi}}$	Beta	0,700	0,100	0,544	0,114	0,557	0,555	0,558	0,370	0,739
ρ_{λ^x}	Beta	0,500	0,100	0,633	0,092	0,617	0,631	0,623	0,453	0,761
$\rho_{\lambda^w,2}$	Beta	0,666	0,100	0,584	0,102	0,561	0,565	0,563	0,396	0,714

Kontynuacja na następnej stronie

Parametry	Rozkład <i>a priori</i>			Wyniki optymalizacji		Próbka z rozkładu <i>a posteriori</i>				
	Typ	W.Cent	Std/DF	Moda	InvH	Średnia	Moda	Mediana	Pc. 5%	Pc. 95%
$\rho_{\phi^e,2}$	Beta	0,666	0,100	0,571	0,081	0,582	0,602	0,583	0,449	0,711
σ_ε	InvG	0,750	2	2,043	0,382	2,107	1,971	2,060	1,524	2,843
σ_T	InvG	0,750	2	0,663	0,095	0,675	0,639	0,664	0,532	0,856
$\sigma_{\bar{z}^*}$	InvG	0,750	2	0,359	0,055	0,372	0,361	0,365	0,285	0,483
σ_{μ_z}	InvG	0,500	2	0,277	0,047	0,287	0,264	0,282	0,214	0,379
σ_{μ_ψ}	InvG	0,500	2	0,425	0,121	0,489	0,396	0,445	0,289	0,794
$\sigma_{\xi c}$	InvG	0,500	2	0,687	0,079	0,707	0,697	0,700	0,582	0,855
$\sigma_{\xi h}$	InvG	0,500	2	0,295	0,058	0,306	0,289	0,298	0,220	0,418
σ_{λ^d}	InvG	0,750	2	0,844	0,102	0,869	0,846	0,860	0,707	1,062
$\sigma_{\lambda^{mc}}$	InvG	1,000	2	0,773	0,205	0,856	0,757	0,810	0,537	1,322
$\sigma_{\lambda^{mi}}$	InvG	1,000	2	1,484	0,261	1,547	1,417	1,513	1,104	2,101
$\sigma_{\lambda^{mx}}$	InvG	1,000	2	5,961	1,531	6,304	5,425	6,055	3,954	9,553
σ_{λ^x}	InvG	1,000	2	2,546	0,436	2,682	2,423	2,610	2,025	3,570
$\sigma_{\lambda^{w,2}}$	InvG	0,750	2	0,380	0,064	0,392	0,384	0,385	0,296	0,515
$\sigma_{\phi,2}^e$	InvG	1,000	2	2,129	0,504	2,180	2,088	2,115	1,443	3,139
σ_{π^k}	InvG	0,010	2	0,012	0,006	0,021	0,010	0,015	0,007	0,051
σ_{τ^s}	InvG	0,025	2	0,031	0,015	0,053	0,025	0,037	0,018	0,134
$\sigma_{\nu, oil}$	InvG	2,000	2	2,688	1,274	2,994	2,220	2,791	1,440	5,208
$\sigma_{R,2}$	InvG	0,250	2	0,195	0,031	0,205	0,192	0,202	0,155	0,263
$\sigma_{R^c,2}$	InvG	0,250	2	0,466	0,205	0,467	0,371	0,442	0,216	0,802

Źródło: opracowanie własne.

Uwagi: Nrm — rozkład normalny, InvG — odwrotny rozkład gamma, TNor — ucięty rozkład normalny, dla odwrotnego rozkładu gamma podano dominantę i liczbę stopni swobody. HInv — przybliżenie odchylenia standardowego oceny parametru oparte na odwrotności hessianu. W.Cent — wartość centralna rozkładu. Pc — percentyl.

Kalibracja części parametrów nie rozwiązuje wszystkich problemów, jakie pojawiają się w trakcie optymalizacji numerycznej, np. doboru skutecznego algorytmu optymalizacji³. Nadal jesteśmy także w kręgu estymacji warunkowej — optymalizacja dokonuje się z uwzględnieniem wiedzy eksperckiej wprowadzanej formalnie rozkładem *a priori*. Typ rozkładu *a priori* przyjmowanego dla poszczególnych parametrów wynika bezpośrednio z wiedzy o dopuszczalnym przedziale ich wartości, stąd standardowo przyjmowany rozkład beta dla np. prawdopodobieństw Calvo czy współczynników korelacji (procesach AR szoków), odwrotny rozkład gamma dla wariacji innowacji zaburzeń, normalny dla parametrów, które mogą przyjmować dowolne wartości itp. Wariacje (stopnie swobody) rozkładów *a priori* były definiowane w taki sposób, by (o ile nie mieliśmy silniejszego przekonania dotyczącego wartości parametrów i próba okazywała się wystarczająco informacyjna) preferować informacje zawarte w próbie⁴. Problematyczne okazywały się jednak wartości centralne rozkładów. Tak jak przy parametrach kalibrowanych istnieje dość obszerna literatura opisująca doświadczenia autorów modeli DSGE estymowanych bayesowsko⁵, z której oczywiście korzystaliśmy, weryfikując własne analizy i przekonania. Ale także i w tym przypadku okazuje się, że relatywnie niewielkie zmiany wartości centralnych rozkładów (całkowicie nierozróżnialne dla eksperta), mają znaczenie, wpływają na charakterystyki modelu oraz jego cechy prognostyczne. Ostateczny rezultat naszych poszukiwań —

³ Często stosowany przez badaczy, implementowany w pakietach Dynare oraz YADA, algorytm *csmnvel* Ch. Simsa (udostępniany przez autora na stronie internetowej w formie skryptów Matlaba, dostępny także w formie funkcji w C++) okazał się w naszym przypadku nieskuteczny. Po wielu eksperymentach okazało się, że algorytm optymalizacji bezwarunkowej implementowany w pakiecie (toolboxie) optymalizacji Matlaba radzi sobie z wyznaczaniem ekstremum znacznie skuteczniej, jednak kosztem znaczącego wydłużenia czasu obliczeń.

⁴ Warto jednak pamiętać, iż sięganie po techniki bayesowskie nie zawsze jest konsekwencją bayesowskiego punktu widzenia, czy bayesowskich przekonań autorów. Czasem, i tak też jest w tym przypadku, procedury bayesowskie są stosowane zamiast klasycznych, ponieważ dostępna próba nie zawiera wystarczająco dużo informacji do przeprowadzenia tradycyjnej estymacji (płaska funkcja wiarygodności). Zamiast dodatkowo powiększać zbiór parametrów kalibrowanych, sięgamy po techniki, które arbitralność w badaniach choć trochę zmniejszają. Decydują więc względy pragmatyczne.

⁵ W Grabek i in. (2007, str. 69–70) przytaczamy kilka przykładów zaczerpniętych z modeli DSGE o zbliżonej do SOE^{PL-2009} strukturze. W zamieszczonym tam zestawieniu znalazły się rozkłady *a priori* modeli budowanych przed 2006 roku.

komplet założeń dotyczących rozkładów *a priori* oraz oceny parametrów i aproksymacje błędów standardowych uzyskane w trakcie optymalizacji zawiera tablica 6.2.

W tablicy 6.2 zamieszczono także wybrane charakterystyki rozkładu uzyskanego w efekcie zastosowania algorytmu Metropolisa (w wersji *random walk*) generującego próbkę z rozkładu zbieżnego do rozkładu *a posteriori*. Realizując drugi etap procedury estymacji, wygenerowano łańcuch Markowa długości 750 000 elementów, zamieszczone w tablicy dane uzyskano z próbki 500 000 elementów pozostałych po odrzuceniu pierwszych 250 000. Już pobieżna analiza wartości parametrów dla dominanty uzyskanej z optymalizacji oraz wyznaczonej z łańcucha Markowa pokazuje znaczące rozbieżności między odpowiadającym sobie wartościami, sugerując brak zbieżności. Bardziej skrupulatne analizy zbieżności (logarytmy prawdopodobieństwa *a posteriori* dla elementów łańcucha, testy Geweke dla poszczególnych parametrów, sprawdziany oparte na kumulowanych sumach CUSUM, etc.) dostarczyły dodatkowych wątpliwości, czy do zbieżności rzeczywiście doszło. Ograniczenia zasobów będących w naszej dyspozycji uniemożliwiły dalsze generowanie łańcucha⁶, dlatego w toku kolejnych prac wykorzystaliśmy jedynie oceny punktowe parametrów pochodzących z pierwszego etapu estymacji — optymalizacji. Generalnie rzecz biorąc, istotny wątek niepewności parametrów w obecnej fazie prac nie został zatem ukończony — powrócimy do zagadnienia, gdy zmniejszą się istniejące ograniczenia techniczne.

6.3 Oceny parametrów — wnioski

6.3.1 Rozwiązanie stanu ustalonego

Gdy wygasną wszystkie zaburzenia opisane w modelu, gospodarka osiąga stan ustalony (*steady state*). Wówczas wszystkie kategorie nominalne rosną w jednakowym tempie danym przez kalibrowany parametr μ ; annualizowana wartość tego parametru implikuje dynamikę na poziomie około 6,6%. Podział dynamiki wartości na dynamikę wolumenu i cen jest jednakowy dla wszystkich kategorii rosnących z wyjątkiem inwestycji. Podział ten zależy od estymowanych parametrów charakteryzujących dynamikę postępu technicznego μ_z oraz μ_ψ oraz kalibrowanego udziału kapitału w produkcie (ϖ — parametr funkcji produkcji Cobb-Douglassa) i wynosi odpowiednio około 2,5% inflacji i około 4,1% dynamiki wolumenu⁷. Kategoriom tym odpowiada

⁶Dla przykładu, autorzy modelu SOE^{Euro} generowali łańcuch o długości 700 000–800 000 elementów, używając do wnioskowania 500 000 końcowych (por. Adolfson i in., 2005b, str. 28), z drugiej strony, S. Schmitt-Grohé oraz M. Uribe dla znacznie mniejszego modelu DSGE użyli końcowych 4 000 000 elementów z łańcucha liczącego 10 000 000 elementów (por. Schmitt-Grohé i Uribe, 2008, str. 16). Cechy rozkładu *a posteriori* modelu NAWM (EBC) wyznaczano z łańcucha o długości 500 000 elementów (wcześniej odrzucając jedynie 50 000), ale zbieżność testowano wykorzystując cztery równoległe łańcuchy o długości 500 000 elementów, (por. Christoffel i in., 2007a, str. 42). W modelu DSGE zbudowanym na potrzeby Banku Centralnego Węgier, procedurę Metropolisa wykorzystano do wygenerowania dwóch łańcuchów Markowa o długości 300 000 elementów, a do wnioskowania wykorzystano próbkę liczącą 500 000 elementów powstałą z połączenia ostatnich 250 000 elementów obu łańcuchów (por. Jakab i Világi, 2008, str. 19). Przeglądając opisy innych estymowanych bayesowsko modeli trudno oprzeć się wrażeniu, że część autorów modeli DSGE zagadnienie zbieżności traktuje w sposób nieco rytualny i jest tu jakościowa różnica w stosunku do tego, jak postępują badacze specjalizujący się w technikach bayesowskich.

⁷Przeprowadzone eksperymenty, np. z wyższą dynamiką wartości μ , prowadziły do wyższej inflacji (a nie wzrostu), generując równocześnie większe błędy prognoz w próbie, także uzyskiwana aproksymacja brzegowej wiarygodności nie dostarczała argumentów na rzecz takiego rozwiązania.

roczna stopa procentowa na poziomie około 7,1%.

We wszystkich znanych nam modelach DSGE stopa procentowa stanu ustalonego ma bardzo wysokie wartości. Formalnie wynika to z tego, że jej poziom wyprowadza się z dynamiki wartości (μ), dyskonta oraz stawki podatku kapitałowego w stanie ustalonym. Zgodnie z tą logiką, oczekując dynamiki wzrostu wolumenu rządu 3–4% i inflacji około 2%, trudno mieć stopę niższą niż 5–6%, nawet wtedy gdy dyskonto implikuje minimalną wagę przykładaną do przyszłości, a podatek kapitałowy ma dość arbitralnie przyjęte, niskie (czy nawet zerowe, por. np. Adolfson i in. (2009, str. 29)) wartości. W modelu występuje tylko jedna stopa procentowa, nie rozróżnia się stóp: banku centralnego, depozytów, kredytów, stopy długo- i krótkookresowej⁸, a obserwowalnymi odpowiednikami są trzymiesięczne stopy na rynku międzybankowym (Wibor, Euribor). Aby choć trochę skompensować tę niespójność, w bloku równań pomiaru modelu wprowadzono stałe centrujące. Eksperymentalnie ustalono (biorąc pod uwagę jakość prognoz oraz brzegową wiarygodność), że zgodna z danymi korekta dla krajowej stopy procentowej wynosi $-1,35\%$, dla strefy euro $-3,4\%$ oraz $-2,5\%$ dla USA. Oznacza to, w przybliżeniu, wyższe o około 2 punkty procentowe stopy w Polsce w stosunku do strefy euro w stanie ustalonym. Analogiczne korekty wprowadzono także dla dynamiki PKB oraz inflacji strefy euro i USA⁹.

Wątpliwości może także wzbudzać udział handlu w PKB. W stanie ustalonym, na mocy konstrukcji, eksport netto wynosi zero, a udział importu w PKB kształtuje się na poziomie około 36%, a więc poniżej wartości, które obserwujemy (oczekiwaliśmy wartości rządu 40%). W stosunku do poprzednich wersji modelu SOE^{PL} jest to jednak istotny postęp (wówczas było to poniżej 29%), uzyskany dzięki jawnemu uwzględnieniu importochłonności eksportu. Nadal jednak model nie uwzględnia importochłonności konsumpcji rządowej, zatem zaniżony udział handlu w PKB ma swoje uzasadnienie.

Tablica 6.3. Wartości zmiennych i relacji w stanie ustalonym

Parametr	Wartość	Uwagi
Roczna stopa wzrostu postępu technicznego	0,041181	annualizowane μ_{z+}
Roczna stopa wzrostu inwestycji ogółem	0,050825	
Roczna stopa inflacji	0,025424	annualizowane π R , bez korekty
Roczna stopa procentowa	0,070696	
Udział konsumpcji w PKB	0,626330	g_r
Udział inwestycji w PKB	0,183670	
Udział konsumpcji rządowej w PKB	0,190000	
Udział importu (eksportu) w PKB	0,359007	

Źródło: opracowanie własne.

Wartości najważniejszych zmiennych oraz proporcji w stanie ustalonym (*steady state*) zamieszczamy w tablicy 6.3, w aneksie prezentujemy przykładową prognozę z bardzo długim horyzontem, która (między innymi) obrazuje tempo zbieżności do stanu ustalonego.

⁸Na mocy konstrukcji modelu wszystkie transakcje mają horyzont jednego kwartału.

⁹Dla inflacji było to $-0,25$ punktu procentowego w strefie euro i $0,25$ w USA, dla annualizowanej dynamiki PKB $-2,00$ punktu dla strefy euro oraz około $-1,332$ punktu dla USA.

6.3.2 Zmiany strukturalne

Model $SOE^{PL-2009}$ dopuszcza wystąpienie w próbie zmian strukturalnych obejmujących politykę monetarną, kursową oraz rynek pracy. Przyjęliśmy, że wskutek oficjalnego wprowadzenia strategii bezpośredniego celu inflacyjnego w 1999 roku zmianom uległy wartości parametrów reguły stopy procentowej oraz charakterystyki zaburzenia celu inflacyjnego. Już przed modyfikacjami polityki pieniężnej następowało także stopniowe przechodzenie do reżimu kursu płynnego, co — naszym zdaniem — wpłynęło na zaburzenie premii za ryzyko kursowe (charakterystyki procesu stochastycznego). Dodatkowo zakładamy, że wprowadzenie w 1999 roku nowego systemu emerytalnego, systemu ubezpieczeń zdrowotnych ze ściślejszą kontrolą przepływów składek i uprawnień do świadczeń, wpłynęło na poziom marży płac w stanie ustalonym oraz charakterystyki procesu stochastycznego tej marży. W obu przypadkach przyjęliśmy upraszczające założenie o jednoczesnym pojawieniu się takich przesunięć od drugiego kwartału 1999 roku. Przeprowadzone eksperymenty pokazały, że dokładniej odpowiadające wydarzeniom historycznym definiowanie momentów zmian praktycznie nie wpływa na brzegową wiarygodność i cechy prognostyczne modelu, prowadzi jednak do znacznego wydłużenia czasu obliczeń. Stąd przyjęte uproszczenie.

Poszukując kolejnych zmian strukturalnych testowano także rok przystąpienia Polski do Unii Europejskiej jako ewentualny moment takich zmian (obejmujących m. in. rynek pracy, wydatki budżetowe, efekty związane z kursem walutowym). Wyniki eksperymentów nie potwierdziły jednak tych przypuszczeń¹⁰. W rezultacie w modelu występują dwa reżimy, przy czym zmiana pojawia się na początku próby, co ma tę zaletę, iż zmniejsza niejednorodność próby, pozwalając jednocześnie na nieco lepszą identyfikację parametrów w drugim reżimie. Bardziej radykalne rozwiązanie — rozpoczynanie estymacji od 2000 roku — wydało się nam zbyt kosztowne. Wadą przyjętego rozwiązania jest jednak kilkanaście dodatkowych parametrów do estymacji lub kalibracji. Ostatecznie zdecydowaliśmy się skalibrować parametry dla pierwszego reżimu, kierując się wynikami prowadzonych wcześniej eksperymentów. W zamieszczonych wcześniej tablicach parametry ulegające zmianom oznaczyliśmy subskryptami, odpowiednio 1 i 2 dla kolejnych reżimów. W tablicy (6.4) przedstawiamy zestawienie parametrów, których wartości zmieniają się w efekcie zmian strukturalnych.

Z formalnego punktu widzenia sposób reprezentacji w modelu powyższych zmiany strukturalnych nadaje im charakter deterministycznych, ale nieprzewidywanych przez podmioty. Jest to uproszczenie wynikające z zastosowanej techniki¹¹. Sądzymy, że uproszczenie to można jednak racjonalizować, odwołując się także do argumentów merytorycznych. Wprowadzenie reform systemu ubezpieczeniowego (wpływających na rynek pracy) oraz zmian strategii polityki monetarnej zapowiadano wcześniej i w świecie racjonalnych podmiotów każdy miał tego świadomość. Informacja ta miała charakter ogólny i jakościowy. Rzeczywiste konsekwencje

¹⁰Zakres przeprowadzonych przez nas eksperymentów był oczywiście ograniczony i szereg hipotez pozostało otwartych. Przykładowo, autorzy węgierskiego modelu DSGE, estymując swój model dla dwóch reżimów polityki monetarnej, uzyskali także duże zróżnicowanie prawdopodobieństw Calvo oraz parametrów indeksacji (por. Jakab i Világi, 2008, str. 21). Ten wątek nie był przez nas weryfikowany.

¹¹Inni autorzy modelują zmiany strukturalne używając stochastycznych przełączników Markowa, por. np. (Justiniano i Primiceri, 2006; Lou i in., 2007; Sims i Zha, 2005); proponuje się także estymowanie dwóch modeli na odrębnych próbach (Smets i Wouters, 2007).

tych działań nie były znane nawet autorom reform i w tym sensie wypadkowa wszystkich zmian była nieprzewidywalna, zwłaszcza gdy mówimy o wartościach głębokich parametrów. Pominiętym zjawiskiem jest jednak wzrost ogólnej niepewności działań podmiotów w obliczu spodziewanego bloku zmian strukturalnych. Efekt ten można kompensować, definiując zastaw antycypowanych zaburzeń — wątek ten pozostawiliśmy jednak do odrębnych badań.

Tablica 6.4. Parametry zmieniające wartości wskutek zmian strukturalnych

Parametr	Reżim 1 (wartość kalibrowana)	Reżim 2 (wartość z optymalizacji)
<i>Marża płac</i>		
λ_w	1,1366	1,1504
ρ_{λ_w}	0,6774	0,5839
σ_{λ_w}	0,7959	0,3802
<i>Premia za ryzyko</i>		
$\rho_{\bar{\phi}}$	0,6431	0,5712
$\sigma_{\bar{\phi}}$	1,7921	2,1293
<i>Reguła stopy procentowej i cel inflacyjny</i>		
ρ_R	0,7359	0,8204
r_π	1,4497	1,7995
r_x	-0,0100	-0,0219
r_y	0,1783	0,1284
σ_{ϵ_R}	0,1727	0,1949
σ_{ϵ^c}	0,3482	0,4658

Źródło: opracowanie własne.

Z zamieszczonych w tablicy danych wynika, że dyskutowane tutaj zmiany polityki pieniężnej zostały zinterpretowane przez podmioty, jako zwiększenie wrażliwości stopy procentowej na wahania inflacji (także w stosunku do innych determinantów stopy procentowej definiowanej w regule). Przy zwiększeniu wariancji innowacji zaburzenia stopy wzrosła także jego persystencja. Z drugiej strony po 1999 roku cel inflacyjny (innowacje) charakteryzuje się także wyraźniejszą wariancją. Równocześnie zwiększała się wariancja innowacji premii za ryzyko kursowe przy równoczesnym zmniejszaniu persystencji zaburzenia. Bardziej klarowne wydają się zmiany na rynku pracy, gdzie uszczelnienie systemu ubezpieczeń oznaczało zwiększenie poziomu marży przy zmniejszeniu wariancji innowacji i persystencji zaburzenia. Efekty tych zmian dla wpływu zaburzeń na zmienne obserwowalne ilustrują dekompozycje wariancji oraz funkcje reakcji, które prezentujemy dalej.

6.3.3 Sztywności nominalne

Wyróżniającą cechą modeli DSGE opartych na paradygmacie nowej szkoły keynesowskiej jest występowanie sztywności nominalnych — opóźnień w dostosowywaniu cen. Modelując sztywności cen (płac) w $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$, zastosowaliśmy schemat Calvo uzupełniony o mechanizm indeksacji dynamicznej, szerzej omówiony wcześniej (por. np. równanie (4.17)). W tablicy 6.5 zestawiono oceny parametrów charakteryzujących sztywności Calvo. Dla porównania zamieszczono oceny analogicznych parametrów (dominanta) uzyskane we wcześniejszej wersji modelu SOE^{PL} (por. Grabek i in., 2007), modelu RAMSES, wariant dla warunku UIP analogicznego jak w $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$, (por. Adolfson i in., 2007a, str. 25), modelach strefy euro SOE^{Euro} , wariant dla zmiennego wykorzystania mocy produkcyjnych (por. Adolfson i in., 2005b, str. 58) oraz

NAWM EBC (por. Christoffel i in., 2007a, str. 82), a także wartości charakteryzujące sztywności w gospodarce węgierskiej (por. Jakab i Világi, 2008, str. 23) dla przypadku realizacji strategii bezpośredniego celu inflacyjnego. Cytowane wartości odpowiadają dominancie rozkładu *a posteriori* lub medianie (RAMSES).

Z powyższego zestawienia wynika, że — generalnie rzecz biorąc — model $SOE^{PL-2009}$ opisuje gospodarkę z bardziej elastycznym procesem kreowania płac i cen niż modele strefy euro, Szwecji oraz Węgier, a przynajmniej że ceny są bardziej wrażliwe na zmiany kosztów krańcowych¹². Różnica ta jest szczególnie widoczna na rynku pracy, aczkolwiek efekty krótszego opóźnienia w reoptymalizacji płac zmniejsza bardziej inercyjny mechanizm indeksacji. Interesujące są także zmiany ocen parametrów w kolejnych wariantach modelu SOE^{PL} , wariant estymowany w 2006 roku wykazywał relatywnie silną adaptacyjną indeksację cen dóbr produkowanych w kraju, obecnie parametr κ_d charakteryzujący efekty inercji jest minimalny, a więc przy nieco dłuższych okresach między kolejnymi reoptymalizacjami indeksacja dokonuje się głównie na podstawie oczekiwanych (a nie przeszłych) cen. Oczywiście zmiana ta jest także efektem zmiany specyfikacji modelu, nie mamy podstaw do twierdzenia, że mechanizm kreowania cen uległ zmianom np. po przystąpieniu do Unii Europejskiej.

Tablica 6.5. Sztywności cen i płac w wybranych modelach DSGE

Parametr	$SOE^{PL-2009}$	$SOE^{PL-2006}$	RAMSES	SOE^{Euro}	NAWM (EBC)	Model MNB
<i>Prawdopodobieństwa Calvo</i>						
ξ_w	0,558	0,586	0,752	0,716	0,765	0,711
ξ_d	0,794	0,680	0,838	0,895	0,920	-
ξ_{mc}	0,675	0,585	0,901	0,523	-	-
ξ_{mi}	0,683	0,617	0,944	0,743	-	-
ξ_{mx}	0,552	-	-	-	-	-
ξ_x	0,530	0,600	0,883	0,630	0,770	0,827
<i>Parametr indeksacji dynamicznej</i>						
κ_w	0,417	0,350	0,313	0,453	0,635	-
κ_d	0,164	0,434	-	0,173	0,417	-
κ_{mc}	0,441	0,439	-	0,128	-	-
κ_{mi}	0,291	0,440	-	0,192	-	-
κ_{mx}	0,350	-	-	-	-	-
κ_x	0,202	0,508	-	0,148	0,489	-

Źródło: opracowanie własne, szczegółowe informacje w tekście.

¹²Christoffel, Coenen i Warne (2007a, str. 43) zauważają, że prawdopodobieństwo Calvo ξ i implikowany tą wielkością średni czas między reoptymalizacją cen $\frac{1}{1-\xi}$ nie koniecznie informują o skali sztywności nominalnych, bowiem w krzywej Phillipsa budowanej na schemacie Calvo nie można zidentyfikować (zdiskryminować) odrębnie sztywności realnej i nominalnej.

7

Dekompozycje wariancji, funkcje reakcji i estymacja zaburzeń

7.1 Dekompozycje wariancji

W kolejnych tablicach (7.1–7.4) przedstawiamy dekompozycje wariancji (formalnie — błędów prognoz), odrębnie dla reżimu I obejmującego okres do pierwszego kwartału 1999 (tablice 7.1–7.2) oraz reżimu II charakteryzującego zależności zanotowane w pozostałej części próby (tablice 7.3–7.2). Zamieszczone tam wielkości pozwalają ocenić wkład/rolę (strukturę oddziaływania) poszczególnych zaburzeń (dokładniej, innowacji/szoków zaburzeń) w kształtowaniu wahań (formalnie — błędów prognoz) zmiennych obserwowalnych. W przybliżeniu jest więc kwantyfikowany (względny) wpływ szoków na zmienną obserwowalną. Jak zaznaczaliśmy wcześniej, wszystkie obliczenia zostały wykonane na podstawie wartości parametrów odpowiadających dominancie rozkładu *a posteriori* wyznaczonej w etapie optymalizacji (pomijamy niepewność parametrów). Horyzont obliczeń został ograniczony do krótkiego i średniego okresu (maksimum 20 kwartałów), co z punktu widzenia bieżących zastosowań modelu wydaje się wystarczające. Dla dłuższych horyzontów wyniki zależą od specyfikacji modelu. Realne zmienne rosnące są determinowane zaburzeniami niestacjonarnymi, a pozostałe — zaburzeniem o największej persystencji. W poprzednich wersjach modelu SOE^{PL} , a także w SOE^{Euro} było to zaburzenie celu inflacyjnego (kalibrowany współczynnik autokorelacji wynosił wówczas 0,975–0,985), w obecnej wersji największą persystencję wykazują zmienne zagraniczne tworzące SVAR¹. Oczywiście nie ma to większego wpływu na stan ustalony (*steady state*) ani najbardziej nas

¹Wspomniane wcześniej eksperymenty (analizy wrażliwości) pokazały, że autokorelacja zaburzenia celu inflacyjnego rzędu 0,975–0,985 pogarsza jakość prognoz, dlatego przyjęto nieco niższą wartość parametru (0,900). Wyższą persystencję uzyskano poprzez estymację charakterystyki procesu AR(1) dla szoku asymetrycznego oraz konstrukcję związków między modelem SVAR gospodarki światowej oraz zasadniczą częścią modelu (realny kurs krzyżowy). Właśnie realny kurs krzyżowy determinuje obecnie łączną persystencję obserwowalnych zaburzeń zewnętrznych.

interesującą krótko- i średniookresową dynamikę modelu.

Zebrane w tablicach dane obrazują rolę 17 zaburzeń strukturalnych (innowacji zaburzeń). Uwzględniono również dwa bloki szoków. Blok zaburzeń nazywanych zewnętrznymi (zagranicznymi) obejmuje wszystkie (obserwowalne) zaburzenia charakteryzujące strefę euro i USA występujące w modelu SVAR. W bloku zaburzeń fiskalnych ujęto łącznie wszystkie zaburzenie modelowane modelem SVAR oraz dodatkowo strukturalne zaburzenie składek ubezpieczeniowych oraz podatku kapitałowego.

Pierwsze, generalne spostrzeżenie dotyczy skali wpływu (udziału) zmiennych fiskalnych oraz zagranicznych na zmienne obserwowalne. Dzięki porównaniu dekompozycji wariancji uzyskanych we wcześniejszych wersjach modelu SOE^{PL} (por. Grabek i in., 2007, str. 100–101) z wersją bieżącą, wyraźnie widać wzrost znaczenia wspomnianych szoków. Marginalna rola impulsów płynących z gospodarki światowej była jednym z ważniejszych mankamentów wersji poprzednich. Notowane wcześniej efekty (rzędu 1-3%) były niespójne z koncepcją małej otwartej gospodarki, dlatego obecny rezultat notujemy z zainteresowaniem, aczkolwiek tym razem sądzimy, że doszło do przeszacowania. Wzrost znaczenia zaburzeń fiskalnych też jest zauważalny, ale wydaje się nadal niedoszacowany, co jest jednak (przynajmniej w części) spowodowane samą konstrukcją modelu DSGE (ricardiańskie gospodarstwa domowe, brak efektów zasobowych związanych z długiem publicznym, etc.).

7.1.1 Reżim pierwszy

W krótkim okresie (1–4 kwartały) głównym determinantem inflacji przed drugim kwartałem 1999 roku była sytuacja na rynku pracy (marże płac), marże na rynku dóbr krajowych (deflator PKB, CPI) oraz marże na importowane dobra inwestycyjne (deflator inwestycji). Dodatkowo zaznacza się rola szoków fiskalnych dla CPI. Wraz z wydłużaniem horyzontu obserwacji (8–20 kwartałów) rośnie wpływ zaburzeń płynących z gospodarki światowej, zaburzeń celu inflacyjnego oraz technologicznych (stacjonarne w inwestycjach). W tym samym reżimie PKB zależy (w krótkim okresie) od czynników zewnętrznych (które szybko tracą wpływ) oraz szoków krajowych związanych z handlem zagranicznym (premia za ryzyko kursowe, marże w eksporcie, marże w imporcie komponentów eksportu), w dalszej kolejności ujawniają się czynniki fiskalne, marże dóbr pośrednich wytwarzanych w kraju oraz marże płac. Wraz ze wzrostem opóźnienia rośnie wpływ zaburzeń technologicznych (stacjonarnych i niestacjonarnych), przy utrzymującej się roli szoków płynących z rynku pracy.

Zgodnie z danymi zawartymi w tabeli 7.1 konsumpcja w krótkim okresie jest determinowana zaburzeniami preferencji konsumpcyjnych, których rola w kolejnych kwartałach się zmniejsza, oraz marż płac (tu obserwujemy odwrotną tendencję). Odnosić można także umiarkowany wpływ zaburzeń fiskalnych w średnim horyzoncie (8–12 kwartałów). Wraz z wydłużaniem opóźnienia zwiększa się wpływ stacjonarnego zaburzenia technologicznego w inwestycjach oraz zaburzeń niestacjonarnych. W przypadku inwestycji dominującą rolę odgrywa stacjonarne zaburzenie technologiczne w inwestycjach (w dłuższym horyzoncie zaburzenie niestacjonarne), dodatkowo przy opóźnieniu 4–12 kwartałów można zauważyć wpływ szoków marży płac oraz preferencji konsumpcji.

Zaburzenie marż na rynku pracy jest — w pierwszym reżimie — najważniejszym determinan-tem zatrudnienia i płac realnych, zwłaszcza w krótszych horyzontach. Wahania zatrudnienia są wywoływane także przez szoki preferencji konsumpcji i podaży pracy (2–12 kwartałów), szoki fiskalne (8–20 kwartałów) oraz technologiczne (stacjonarne w inwestycjach, w długim horyzoncie). W krótkim okresie (1 kwartał) znaczenia mają również stacjonarne zaburzenie technologiczne, marże w eksporcie, premia za ryzyko kursowe oraz zaburzenia zewnętrzne. Wahania płac realnych wynikają (obok szoków marż płac) w krótkim okresie z wahań preferencji podaży pracy i marż dóbr krajowych. W dłuższym okresie dominuje technologia.

Realny kurs złotego względem dolara USA oraz stopa procentowa wydają się być zdominowane przez zaburzenia zewnętrzne w całym horyzoncie. Stopa procentowa reaguje także na wahania marż na rynku pracy, wahania celu inflacyjnego, a w krótkim okresie znaczenie mają także szok stopy procentowej, premia za ryzyko kursowe oraz marże w eksporcie. Realny kurs w bardzo krótkim okresie (1-4 kwartały) reaguje na premię za ryzyko kursowe, marże w eksporcie i imporcie konsumpcyjnym. Ewidentnie brakuje „fundamentalnych” czynników krajowych wpływających na realny kurs dolara w średnim okresie.

7.1.2 Reżim drugi

W drugim reżimie o inflacji w krótkim okresie decydują: cel inflacyjny, marże produktów wytwarzanych w kraju (marże importowanych dóbr inwestycyjnych dla deflatora inwestycji), zaburzenia fiskalne (w przypadku CPI) oraz zmienne zagraniczne (których wpływ rośnie z czasem). W horyzoncie 1–4 kwartałów znaczenie mają także marże płac, ale — generalnie rzecz biorąc — rola tego zaburzenia (w porównaniu z pierwszym reżimem) wyraźnie zmalała, zwłaszcza w średnim horyzoncie. Spadek znaczenia zaburzeń marży płac jest zauważalny także dla PKB. Tak jak w pierwszym reżimie wariacja PKB w krótkim okresie wynika z zaburzeń marż dóbr produkowanych w kraju oraz zaburzeń związanych z handlem zagranicznym (zaburzenia zewnętrzne, marże w eksporcie, premia za ryzyko). Impulsy płynące z rynku pracy ujawniają się nieco silniej przy opóźnieniu 4–12 kwartałów, ale tym razem większe znaczenie mają zaburzenia technologiczne (stacjonarne w inwestycjach, niestacjonarne) oraz zaburzenie preferencji podaży pracy.

Spostrzeżenie o zmniejszeniu się znaczenia zaburzenia marży płac potwierdza się także w przypadku konsumpcji i inwestycji. W drugim reżimie na konsumpcję w krótkim horyzoncie (1 kwartał) wyraźnie wpływa jedynie szok preferencji konsumpcyjnych i marży produktów krajowych, pozostałe około 50% udziału w wariacji (błędów prognoz) ma 8–9 szoków (m.in. zewnętrzne, stacjonarne technologiczne, fiskalne, cel inflacyjny), przy czym żaden nie notuje wyraźniejszego wpływu. W dłuższym horyzoncie — tak jak w pierwszym reżimie — konsumpcja wyraźnie zależy od szoków fiskalnych i technologicznych. Rolę zaburzenia marży płac, w pewnym stopniu, przejęło zaburzenie preferencji podaży pracy. Dla inwestycji stacjonarne zaburzenie inwestycyjne pozostaje głównym determinan-tem w krótkim i średnim okresie, wraz z wydłużaniem horyzontu analizy rośnie znaczenie szoków niestacjonarnych.

Wnioski sformułowane przy okazji omawiania czynników wpływających na zatrudnienie i płace realne w pierwszym reżimie, zachowują swoją aktualność i dla drugiego reżimu. Zauważamy

jedynie — tak jak w poprzednich przypadkach — spadek roli zaburzenia marży płac, z jedynie częściowym przejściem tego wpływu przez zaburzenie preferencji podaży pracy.

Choć jednym ze zjawisk motywujących odrębne traktowania dwóch reżimów były zmiany na rynku walutowym, trudno zauważyć większe zmiany w grupie najważniejszych szoków wpływających na kurs realny dolara; jak poprzednio zaburzenia zewnętrzne dominują. W bardzo krótkim horyzoncie (1–4 kwartały) można mówić o roli marż w eksporcie i imporcie dóbr konsumpcyjnych, imporcie komponentów eksportu oraz premii za ryzyko. Wpływ zaburzenia stopy procentowej, nawet w krótkim horyzoncie, jest nieznaczny (3,6% dla pierwszego kwartału i maleje), mniejszy niż zaburzeń fiskalnych (około 5,9–5,0% dla 1–12 kwartałów). Nieco wyraźniejsze są konsekwencje przejścia do realizacji strategii bezpośredniego celu inflacyjnego. Wzrosło znaczenie zaburzenia celu inflacyjnego, silniejszy jest wpływ szoku polityki monetarnej (ale tylko w pierwszym kwartale, w kolejnych notujemy spadek). Wyraźnie zmniejszył się wpływ zaburzenia marży płac, a wzrósł udział zaburzeń zewnętrznych.

Patrząc bardzo ogólnie na strukturę wpływu zaburzeń w obu reżimach widzimy więc, że z punktu widzenia dekompozycji wariacji istotą zmian, jakie zaszły w 1999 roku, było swego rodzaju złamanie struktury instytucjonalnej odpowiedzialnej za kształtowanie ceny pracy. To zjawisko wydaje się najważniejsze, mimo mało spektakularnych przejawów (por. odpowiednie wartości parametrów w tabelicy 6.4). W kilku przypadkach funkcję zaburzenia marży płac przejmowało zaburzenie preferencji podaży prac, co może sugerować, że zjawiska instytucjonalne zostały wyparte przez zjawiska związane z preferencjami. Zaburzenie marży płac jest jednak — z punktu widzenia specyfikacji postaci strukturalnej równania płac — nieidentyfikowalne, do dyskryminacji potrzebna jest relatywnie duża wiedza ekspercka (wprowadzana poprzez specyfikację rozkładu *a priori* na etapie estymacji), więc trudno tu mówić o twardych dowodach.

Tablica 7.1. Dekompozycja wariacji. Reżim 1, część 1

Zaburzenie	Inflacja - defl. PKB						PKB						Konsumpcja						Inwestycje																											
	4q		8q		12q		20q		4q		8q		12q		20q		1q		4q		8q		12q		20q																					
	1q	2q	3q	4q	5q	6q	7q	8q	9q	10q	11q	12q	13q	14q	15q	16q	17q	18q	19q	20q	21q	22q	23q	24q	25q	26q																				
stacjonarne technologiczne	9,6	5,0	0,8	0,5	1,2	0,7	6,5	3,7	1,1	0,6	3,5	5,0	5,0	3,7	1,9	1,1	3,2	3,5	3,2	3,5	3,3	3,3	1,8	2,2	4,8	8,8	12,2	13,3	2,7	8,0	12,9	16,9	16,9	12,2	5,8	5,1	1,3	7,4	20,7	51,3	39,8	27,5	17,3	5,7		
stacjonarne w inwestycjach	0,0	0,2	0,3	0,5	0,7	0,6	0,0	0,0	0,1	0,3	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,3	0,3	0,3	0,5	0,6	0,5	0,6	1,0	0,8	1,3	1,6	1,8	1,7	2,8	6,9	11,3	19,9	39,1	5,6	7,2	11,3	17,1	23,7	3,0	3,4	4,4	6,4	15,5	21,6		
asymetryczne technologiczne	1,4	2,3	3,2	3,8	3,6	1,1	2,2	4,0	8,5	19,3	1,5	1,4	1,7	2,6	5,9	0,3	2,4	5,2	8,6	10,0	7,5	7,5	7,5	1,1	1,8	2,9	3,9	4,4	6,5	8,4	5,8	3,4	1,3	38,9	29,3	16,7	5,8	4,1	7,8	8,9	9,6	10,0	7,5	7,5		
niestacjonarne technologiczne	8,3	10,1	5,9	2,9	2,1	1,4	7,7	7,9	4,9	1,5	2,8	5,8	7,9	7,3	3,6	1,8	3,7	4,8	5,4	4,2	4,2	4,2	4,2	27,4	35,4	23,7	12,7	7,8	4,7	25,9	28,5	19,3	6,2	9,1	19,5	27,8	26,4	13,2	5,8	12,2	16,7	19,1	16,1	16,1	16,1	
preferencji konsumpcji	1,1	1,8	2,9	3,9	4,4	6,5	8,4	5,8	3,4	1,3	3,8	2,9	3,3	4,0	4,0	0,6	0,9	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	1,8	3,7	4,8	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	
preferencji podaży pracy	27,4	35,4	23,7	12,7	7,8	4,7	25,9	28,5	19,3	6,2	9,1	19,5	27,8	26,4	13,2	5,8	12,2	16,7	19,1	16,1	16,1	16,1	16,1	1,8	1,2	1,8	2,2	1,4	10,2	5,6	3,2	2,8	0,2	1,7	0,0	3,1	3,9	1,2	0,4	1,8	3,2	0,4	1,8	3,3	3,7	3,7
marży produktów krajowych	0,3	0,1	0,1	0,8	1,4	1,9	0,5	3,6	4,1	2,0	1,7	2,2	2,5	1,1	2,2	5,0	7,4	5,7	3,0	1,5	1,5	0,6	0,1	0,7	0,9	0,3	0,2	0,3	2,4	2,2	0,1	0,1	0,2	2,5	1,5	0,8	0,5	0,4	2,1	1,3	0,9	0,6	0,1	0,1		
marży w imporcie inwestycyjnym	0,3	2,4	3,1	2,6	2,1	10,7	3,5	4,0	0,7	1,4	2,5	4,5	5,3	4,3	3,0	4,7	5,3	5,5	4,9	2,0	2,0	2,0	2,0	7,2	10,6	13,2	13,5	9,4	0,8	1,2	3,0	3,0	3,0	2,7	0,9	1,2	2,5	2,2	2,0	0,7	0,6	1,7	4,1	4,1	4,1	
marży w imporcie na eksport	1,5	0,1	0,1	0,2	0,2	2,9	0,0	0,2	0,1	0,1	0,6	0,8	0,6	0,4	0,3	2,3	0,7	0,6	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6	
marży w eksporcie	5,0	10,9	20,6	30,7	40,4	15,9	4,6	1,6	2,8	3,4	4,0	1,7	2,5	4,5	4,0	3,3	3,1	4,1	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6	
marży na rynku pracy	27,4	35,4	23,7	12,7	7,8	4,7	25,9	28,5	19,3	6,2	9,1	19,5	27,8	26,4	13,2	5,8	12,2	16,7	19,1	16,1	16,1	16,1	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6		
premi za ryzyko kursowe	1,8	1,2	1,8	2,2	1,4	10,2	5,6	3,2	2,8	0,2	1,7	0,0	3,1	3,9	1,2	0,4	1,8	3,2	0,4	1,8	3,3	3,7	3,7	0,7	0,9	0,3	0,2	0,3	2,4	2,2	0,1	0,1	0,2	2,5	1,5	0,8	0,5	0,4	2,1	1,3	0,9	0,6	0,1	0,1		
stopy procentowej	7,2	10,6	13,2	13,5	9,4	0,8	1,2	3,0	3,0	3,0	2,7	0,9	1,2	2,5	2,2	2,0	0,7	0,6	1,7	4,1	4,1	4,1	4,1	1,5	0,1	0,1	0,2	0,2	2,9	0,0	0,2	0,1	0,1	0,6	0,8	0,6	0,4	0,3	2,3	0,7	0,6	0,5	0,2	0,2	0,2	
celu inflacyjnego	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6	
cen surowców	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6	
fiskalne	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6	
zewnątrzne (SVAR)	5,0	10,9	20,6	30,7	40,4	15,9	4,6	1,6	2,8	3,4	4,0	1,7	2,5	4,5	4,0	3,3	3,1	4,1	6,2	6,2	6,2	6,2	6,2	2,7	5,1	7,9	9,1	7,0	6,8	4,2	5,3	7,1	7,6	4,0	6,0	8,2	8,9	8,9	1,0	0,8	1,0	1,6	1,6	1,6	1,6	

Zaburzenie	Eksport						Import						R. kurs dolara						Stopa proc.																											
	4q		8q		12q		20q		4q		8q		12q		20q		1q		4q		8q		12q		20q																					
	1q	2q	3q	4q	5q	6q	7q	8q	9q	10q	11q	12q	13q	14q	15q	16q	17q	18q	19q	20q	21q	22q	23q	24q	25q	26q																				
stacjonarne technologiczne	0,3	1,3	0,2	2,1	12,6	12,6	3,0	6,2	10,5	2,6	3,3	4,0	0,5	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	1,2	0,9	2,0	3,2	4,2	0,8	1,3	3,6	3,3	3,6	4,0	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	
stacjonarne w inwestycjach	1,2	2,6	8,2	16,0	29,9	1,3	3,5	12,4	6,3	6,9	11,6	0,0	0,5	0,5	0,3	0,0	0,2	0,1	0,0	0,2	0,7	1,2	1,8	2,6	0,5	0,7	2,7	6,7	15,2	0,3	1,4	6,3	6,9	11,6	0,0	0,5	0,5	0,3	0,0	0,3	1,2	2,2	3,5	5,5	5,5	
asymetryczne technologiczne	1,5	1,8	0,9	3,5	0,6	3,2	4,0	1,7	6,8	5,6	3,8	0,7	1,5	0,4	0,7	0,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	0,1	1,9	2,1	1,2	0,8	1,1	1,9	1,0	4,8	3,8	0,7	1,5	0,4	0,3	0,1	3,1	7,6	7,9	6,3	2,9	2,9	
niestacjonarne technologiczne	0,8	0,1	3,2	2,5	0,5	8,5	0,7	6,4	3,6	0,3	1,3	0,5	0,9	0,3	0,1	2,2	3,9	1,8	0,7	0,5	0,5	0,5	0,5	5,5	8,7	5,5	1,9	0,2	6,0	8,8	5,5	1,1	1,7	11,1	12,1	3,5	0,9	0,0	5,6	8,0	0,6	1,7	1,5	1,5	1,5	
preferencji konsumpcji	2,1	3,8	6,0	6,0	2,7	4,9	5,7	2,8	1,0	1,7	2,9	2,5	1,4	0,9	0,3	1,3	0,7	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	19,4	30,3	18,0	5,7	0,5	34,0	27,9	0,9	6,0	1,8	8,8	4,4	1,3	0,6	0,1	7,9	4,3	5,7	3,4	1,9	0,8	0,8
marży w imporcie inwestycyjnym	30,4	25,8	12,0	2,6	0,6	17,2	23,0	21,3	5,5	0,4	11,2	6,9	1,8	0,5	0,0	11,8	3,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,2	6,6	8,5	2,6	3,0	3,6	6,2	2,4	15,7	14,1	18,6	5,1	1,6	0,9	0,3	10,3	25,8	28,3	23,6	11,2	11,2	
marży w eksporcie	9,0	3,1	6,2	6,9	1,5	2,0	2,5	7,1	7,1	3,4	18,6	0,0	1,9	1,1	0,3	11,4	7,4	2,8	4,1	1,7	1,7	1,7	1,7	1,4	0,7	0,5	0,5	0,1	0,1	0,1	0,1	0,9	0,1	2,8	0,2	0,2	0,1	0,0	10,7	1,2	0,5	0,3	0,2	0,2		
premi za ryzyko kursowe	0,3	1,3	3,3	2,3	0,7	0,7	0,6	0,2	2,2	4,0	1,8	0,7	0,5	0,1	0,1	1,6	6,4	8,5	9,5	8,5	8,5	8,5	8,5	0,5	0,5	0,6	0,5	0,1	0,2	0,4	1,4	0,8	0,2	0,9	0,3	0,2	0,1	0,0	1,7	0,9	0,6	0,3	0,2	0,2		
stopy procentowej	0,3	0,6	1,7	1,3	0,5	0,6	0,9	0,7	1,5	3,4	5,9	5,3	5,0	3,9	3,2	5,9	3,0	5,6	7,2	6,7	6,7	6,7	6,7	0,3	0,6	1,7	1,3	0,5	0,6	0,9	0,7	1,5	3,4	5,9	5,3	5,0	3,9	3,2	5,9	3,0	5,6	7,2	6,7	6,7	6,7	
cen surowców	24,9	6,7	7,7	17,1	26,2	10,6	3,1	11,7	13,0	15,4	28,2	55,6	76,7	85,6	93,7	14,3	10,8	16,3	23,0	36,6	36,6	36,6	36,6	24,9	6,7	7,7	17,1	26,2	10,6	3,1	11,7	13,0	15,4	28,2	55,6	76,7	85,6	93,7	14,3	10,8	16,3	23,0	36,6	36,6	36,6	
fiskalne	24,9	6,7	7,7	17,1	26,2	10,6	3,1	11,7	13,0	15,4	28,2	55,6	76,7	85,6	93,7	14,3	10,8	16,3	23,0	36,6	36,6	36,6	36,6	24,9	6,7	7,7	17,1	26,2	10,6	3,1	11,7	13,0	15,4	28,2	55,6	76,7	85,6	93,7	14,3	10,8	16,3	23,0	36,6	36,6	36,6	
zewnątrzne (SVAR)	24,9	6,7	7,7	17,1	26,2	10,6	3,1	11,7	13,0	15,4	28,2	55,6	76,7	85,6	93,7	14,3	10,8	16,3	23,0	36,6	36,6	36,6	36,6	24,9	6,7	7,7	17,1	26,2	10,6	3,1	11,7	13,0	15,4	28,2	55,6	76,7	85,6	93,7	14,3	10,8	16,3	23,0	36,6	36,6	36,6	

Tablica 7.2. Dekompozycja wariacji. Reżim 1, część 2

Zaburzenie	Zatrudnienie						Płace realne						Inflacja - defl. Inw.						Inflacja - CPI																							
	1q		4q		8q		12q		20q		1q		4q		8q		12q		20q		1q		4q		8q		12q		20q													
stacjonarne technologiczne	12,6	5,9	2,3	2,1	3,8	3,2	4,5	6,2	5,3	1,9	4,3	5,7	2,8	1,1	0,7	6,6	5,7	1,8	0,6	1,0	4,1	6,3	8,1	6,1	18,6	0,4	2,0	8,7	18,8	19,0	1,1	2,7	5,2	2,8	1,1	0,7	6,6	5,7	1,8	0,6	1,0	
asymetryczne technologiczne	0,3	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,4	0,2	0,2	0,3	0,2	0,4	0,6	0,1	0,2	0,7	1,7	6,2	5,7	9,4	18,3	29,9	31,4	0,4	1,0	1,3	1,8	1,8	1,9	0,6	1,2	1,4	1,8	1,8
niestacjonarne technologiczne	0,5	0,7	1,6	3,6	12,9	2,2	3,1	5,3	9,0	11,5	4,1	0,3	2,1	3,7	4,1	1,0	2,2	2,8	3,7	3,9	8,0	10,0	10,8	10,5	13,0	1,4	2,9	5,5	7,6	5,6	2,1	3,3	3,5	3,5	3,5	4,1	2,2	2,8	3,7	3,9		
preferencji podaży pracy	5,7	9,6	11,4	8,4	8,4	0,3	15,0	13,9	6,9	2,2	2,6	4,5	8,6	6,5	4,7	6,1	10,0	6,3	3,6	4,1	7,9	5,0	0,0	2,3	2,8	19,7	8,5	5,3	2,9	1,1	9,4	2,5	0,3	1,0	0,6	17,7	1,4	1,2	0,4	0,8		
marży produktów krajowych	0,9	0,9	0,9	1,8	0,8	0,3	0,5	0,2	0,7	2,0	2,3	30,5	16,9	14,3	3,8	2,2	0,5	0,2	0,8	1,4	0,9	0,9	0,9	1,8	0,8	1,3	1,4	1,8	2,7	2,1	2,8	2,0	5,2	2,7	0,8	8,6	0,2	4,5	2,7	1,5		
marży w imporcie konsumpcyjnym	0,8	0,6	3,0	3,5	0,3	0,5	0,2	0,7	2,0	2,3	2,6	4,0	1,5	0,7	0,2	1,6	2,0	2,3	0,9	1,3	0,8	0,6	3,0	3,5	0,3	0,5	0,2	0,7	2,0	2,3	2,6	4,0	1,5	0,7	0,2	1,6	2,0	2,3	0,9	1,3		
marży w imporcie na eksport	4,5	1,8	5,4	4,4	4,5	1,6	0,9	1,5	2,7	2,6	2,6	4,0	1,5	0,7	0,2	1,6	2,0	2,3	0,9	1,3	11,3	7,1	0,6	1,5	1,2	0,9	0,2	0,9	0,6	0,5	4,6	0,5	3,2	2,1	0,3	1,7	0,8	0,0	0,6	0,6		
marży na rynku pracy	18,8	32,6	40,6	32,2	2,0	42,4	44,1	26,1	2,2	9,0	15,1	29,6	24,0	18,5	6,7	20,0	34,8	24,1	14,9	7,3	8,6	5,5	1,3	3,7	3,8	0,5	1,8	1,2	1,3	1,2	5,6	3,5	2,6	0,4	0,2	3,5	1,0	2,4	1,2	0,9		
premię za ryzyko kursowe	2,3	2,0	0,7	0,1	0,7	0,8	1,3	1,1	0,8	0,4	1,1	0,1	0,0	0,1	0,2	0,8	0,6	0,1	0,0	0,3	2,3	2,0	0,7	0,1	0,7	0,8	1,3	1,1	0,8	0,4	1,1	0,1	0,0	0,1	0,2	0,8	0,6	0,1	0,0	0,3		
stopę procentową	0,1	1,5	3,5	4,2	4,4	0,8	1,0	3,1	4,8	2,9	5,3	9,4	9,4	9,4	11,7	9,2	10,7	11,3	12,4	9,5	0,1	1,5	3,5	4,2	4,4	0,8	1,0	3,1	4,8	2,9	5,3	9,4	9,4	11,7	9,2	10,7	11,3	12,4	9,5			
celu inflacyjnego	0,5	0,4	0,4	0,4	0,5	0,9	0,6	0,5	0,4	0,3	0,9	0,4	0,4	0,0	0,1	0,2	0,2	0,2	0,0	0,1	0,5	0,4	0,4	0,4	0,5	0,9	0,6	0,5	0,4	0,3	0,9	0,4	0,4	0,0	0,1	0,2	0,2	0,0	0,1	0,2		
cen surowców	3,7	4,2	6,8	10,3	20,5	1,2	2,5	3,7	3,9	1,7	1,9	4,4	5,6	8,1	7,3	16,7	9,7	13,4	12,6	6,2	3,7	4,2	6,8	10,3	20,5	1,2	2,5	3,7	3,9	1,7	1,9	4,4	5,6	8,1	7,3	16,7	9,7	13,4	12,6	6,2		
fiskalne	9,3	5,5	2,0	3,2	3,5	1,4	1,6	2,9	4,5	3,4	3,9	8,4	13,4	25,4	41,5	5,2	12,6	17,7	27,7	40,5	9,3	5,5	2,0	3,2	3,5	1,4	1,6	2,9	4,5	3,4	3,9	8,4	13,4	25,4	41,5	5,2	12,6	17,7	27,7	40,5		
zewnętrzne (SVAR)																																										

Źródło: opracowanie własne

Tablica 7.3. Dekompozycja wariacji. Reżim 2, część 1

Zaburzenie	Inflacja - defl. PKB				PKB				Konsumpcja				Inwestycje											
	4q		8q		12q		20q		4q		8q		12q		20q									
	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q								
stacjonarne technologiczne	10,9	4,6	2,2	1,7	0,7	0,8	8,0	6,1	4,2	0,9	2,6	0,9	2,4	2,4	1,8	4,1	4,6							
stacjonarne w inwestycjach	0,7	2,0	3,9	5,4	7,2	2,8	9,1	15,6	13,7	19,1	19,1	13,7	22,7	50,2	50,2	41,1	30,2							
asymetryczne technologiczne	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,6	0,0	0,0	0,3	0,1	0,1	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,5							
asymetryczne w inwestycjach	0,8	1,2	1,1	1,0	1,1	2,7	7,8	13,4	13,4	21,1	21,1	38,0	25,4	25,4	2,7	3,3	4,6							
niestacjonarne technologiczne	1,2	2,1	2,2	2,2	2,3	1,0	2,5	4,7	8,7	18,4	1,3	1,8	3,0	6,2	0,6	2,2	5,3							
niestacjonarne w inwestycjach	1,7	3,0	3,3	2,9	2,5	6,7	10,6	7,9	39,1	31,6	20,7	7,3	4,2	6,9	8,4	9,8	10,7							
preferencji konsumpcji	8,4	9,7	1,7	1,4	0,6	1,5	8,8	10,8	7,2	2,3	3,6	6,8	10,2	9,2	2,6	4,6	6,1							
preferencji podaży pracy	33,8	8,5	3,7	0,0	0,9	12,2	7,7	0,0	1,2	0,5	8,7	6,2	4,0	2,1	1,5	7,3	3,7							
marży produktów krajowych	1,1	2,4	1,6	1,0	0,3	0,8	2,2	0,4	2,2	1,6	1,1	1,6	0,3	1,9	0,1	1,5	3,3							
marży w imporcie konsumpcyjnym	0,1	0,5	1,1	0,5	0,6	1,9	0,4	4,3	4,7	2,3	1,6	2,3	2,9	1,2	4,9	7,6	6,2							
marży w imporcie inwestycyjnym	0,2	3,2	3,7	2,2	1,3	10,5	3,7	5,2	0,9	1,6	2,7	4,9	6,3	5,1	3,2	4,7	5,4							
marży w imporcie na eksport	1,5	0,6	3,4	2,6	0,6	15,0	8,0	2,1	1,9	0,5	3,8	2,6	0,7	0,1	0,8	1,2	1,8							
marży w eksporcie	9,5	10,3	1,1	1,8	0,7	1,7	9,7	11,4	7,3	2,3	4,1	7,5	11,0	9,7	2,9	5,1	6,6							
marży na rynku pracy	2,4	1,4	2,6	2,1	0,8	11,1	6,1	4,5	2,8	0,4	0,7	0,9	3,7	4,0	1,7	0,2	2,3							
premił za ryzyko kursowe	1,9	3,0	1,6	0,2	0,4	3,3	4,4	1,0	0,1	0,3	3,8	2,9	1,9	1,1	0,8	3,3	2,4							
stopy procentowej	13,1	21,7	23,7	20,3	12,9	2,1	0,7	3,6	4,2	3,0	5,1	2,8	0,7	3,3	2,7	4,0	2,2							
celu inflacyjnego	1,8	0,1	0,1	0,1	0,2	2,8	0,1	0,1	0,1	0,2	0,7	0,9	0,8	0,6	0,4	2,3	0,8							
cen surowców	2,2	4,4	5,5	5,2	3,3	6,8	4,6	6,6	8,5	9,0	4,4	6,7	10,4	11,0	0,6	0,7	1,3							
fiskalne	8,7	21,1	37,2	49,0	63,1	15,7	5,6	2,4	3,3	3,3	4,9	2,6	3,0	5,4	3,9	3,8	5,2							
zewnątrzne (SVAR)																								
Zaburzenie	Eksport				Import				R. kurs dolara				Stopa proc.											
	4q		8q		12q		20q		4q		8q		12q		20q		4q		8q		12q		20q	
	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q	1q	4q
stacjonarne technologiczne	0,3	1,5	0,9	0,9	1,0	0,2	1,8	1,5	3,1	4,8	2,0	2,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,0	3,7	5,2	4,2	2,7	2,7	0,8
stacjonarne w inwestycjach	0,4	2,3	10,7	18,9	14,6	3,4	7,2	11,1	3,3	3,3	4,2	0,1	1,5	2,8	3,2	1,7	2,5	5,2	7,0	5,2	7,0	5,6	6,1	6,1
asymetryczne technologiczne	1,2	0,9	2,1	3,3	4,2	0,8	1,4	3,4	3,6	3,6	4,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,5	0,3	0,5	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
asymetryczne w inwestycjach	1,2	2,7	8,3	16,2	29,5	1,3	3,6	11,4	14,3	26,1	13,1	0,0	0,2	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	0,9	1,5	2,4
niestacjonarne technologiczne	0,5	0,9	2,7	6,5	14,7	0,2	1,3	5,6	7,5	13,1	0,0	0,5	0,5	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	1,4	2,7	4,8
niestacjonarne w inwestycjach	1,3	1,5	1,6	3,8	3,8	3,4	4,3	1,4	7,1	6,1	2,1	0,9	0,6	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	6,8	9,9	10,3	8,9	4,6	4,6
preferencji konsumpcji	0,1	1,8	3,2	0,9	0,2	0,8	1,4	1,8	5,3	4,0	0,6	1,4	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,2	6,0	6,2	5,0	1,9	1,9
preferencji podaży pracy	0,9	0,5	2,5	2,5	0,5	8,5	0,4	6,5	4,5	0,5	1,5	0,0	0,8	0,4	0,1	1,3	4,8	2,6	1,0	1,3	4,8	2,6	1,0	0,3
marży w imporcie konsumpcyjnym	5,4	9,5	6,7	2,1	0,4	6,3	9,6	5,2	0,9	1,8	10,9	12,9	3,8	0,9	0,0	5,5	9,7	1,7	5,5	9,7	1,7	0,9	0,8	0,8
marży w imporcie inwestycyjnym	2,0	3,9	6,1	6,4	3,0	5,0	6,2	2,8	1,1	2,9	2,8	2,5	1,4	1,0	0,3	1,3	1,5	3,4	3,0	3,4	3,0	0,1	0,1	0,1
marży w imporcie na eksport	18,9	31,8	18,7	5,9	0,7	34,8	29,6	1,1	6,6	2,0	8,4	4,6	1,4	0,6	0,1	8,6	6,2	6,5	3,2	1,2	6,2	6,5	3,2	1,2
marży w eksporcie	30,0	27,5	12,2	2,2	0,6	17,7	24,4	20,2	6,4	0,5	10,7	6,9	1,9	0,6	0,1	13,2	3,8	1,0	0,5	0,2	3,8	1,0	0,5	0,2
marży na rynku pracy	0,1	2,0	3,3	0,6	0,2	1,0	1,6	2,2	5,9	4,1	0,6	1,5	0,7	0,0	0,0	2,5	6,6	6,7	5,2	2,0	6,6	6,7	5,2	2,0
premił za ryzyko kursowe	9,6	2,6	6,9	6,2	0,7	2,0	2,1	7,3	7,1	2,9	20,4	0,7	2,0	1,0	0,1	13,4	7,0	4,3	4,0	1,0	7,0	4,3	4,0	1,0
stopy procentowej	1,9	1,4	0,3	0,6	0,3	0,3	0,3	0,3	2,2	1,7	0,2	3,6	0,6	0,2	0,1	11,7	2,0	0,9	0,4	0,2	2,0	0,9	0,4	0,2
celu inflacyjnego	1,0	0,9	4,1	3,5	1,1	1,1	1,0	0,5	2,5	5,7	3,2	0,3	0,7	0,2	0,1	2,9	10,3	12,5	13,9	11,9	10,3	12,5	13,9	11,9
cen surowców	0,5	0,5	0,6	0,5	0,1	0,2	0,5	1,3	0,9	0,2	0,9	0,2	0,2	0,1	0,0	1,9	1,1	0,6	0,3	0,1	0,6	0,3	0,1	0,1
fiskalne	0,3	0,4	1,7	2,2	2,2	0,5	0,6	0,7	1,9	3,5	5,7	5,4	5,1	4,1	3,5	6,3	1,8	3,7	4,6	3,8	1,8	3,7	4,6	3,8
zewnątrzne (SVAR)	24,6	7,5	7,5	16,9	26,4	10,9	3,1	12,1	14,8	16,6	28,0	58,2	76,6	86,2	93,6	15,7	17,5	25,6	36,2	57,4	17,5	25,6	36,2	57,4

Źródło: opracowanie własne

Tablica 7.4. Dekompozycja wariacji. Reżim 2, część 2

Zaburzenie	Zatrudnienie				Place realne				Inflacja - defl. Inw.				Inflacja - CPI			
	1q	4q	8q	12q	20q	1q	4q	8q	12q	20q	1q	4q	8q	12q	20q	
stacjonarne technologiczne	13,0	6,3	1,0	0,6	3,4	4,1	6,7	9,4	6,4	2,4	4,1	5,2	1,5	0,3	0,2	0,4
stacjonarne w inwestycjach	4,5	7,7	10,7	8,7	15,4	0,3	2,7	11,2	18,1	20,0	0,1	0,4	1,3	5,7	11,2	2,6
asymetryczne technologiczne	0,3	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,1	0,1	0,2	0,3
niestacjonarne technologiczne	0,1	0,2	0,7	1,9	5,9	7,4	13,1	23,3	28,3	32,1	0,3	0,8	0,9	1,3	1,3	1,1
niestacjonarne inwestycyjne	0,5	0,8	1,9	4,0	12,2	2,8	4,3	6,7	8,4	11,6	4,9	1,5	1,3	2,6	2,8	2,1
preferencji podaży pracy	9,2	13,4	15,3	13,7	12,3	1,6	3,2	5,7	6,3	5,4	0,1	3,3	3,9	2,7	1,5	3,9
marży produktów krajowych	6,2	12,0	16,0	12,7	1,2	19,2	18,4	6,8	2,3	3,4	3,8	7,4	4,1	1,6	0,3	5,6
marży w imporcie konsumpcyjnym	9,4	7,8	1,8	2,0	3,4	25,9	13,1	8,5	3,6	1,4	9,8	1,5	1,1	1,5	0,4	20,1
marży w imporcie inwestycyjnym	1,4	2,1	0,7	1,2	0,1	2,0	1,2	0,8	1,7	1,9	3,5	1,5	6,9	4,6	0,2	9,7
marży w imporcie inwestycyjnym	1,0	0,6	3,8	4,6	0,3	0,7	0,4	0,8	2,0	2,5	34,1	23,5	20,5	6,3	1,5	0,7
marży w imporcie na eksport	5,0	2,2	7,3	5,7	4,1	2,2	1,4	1,6	2,4	2,6	4,3	1,9	1,4	1,3	0,6	2,2
marży w eksporcie	12,7	9,8	1,4	2,0	1,7	1,6	0,6	0,5	0,4	0,6	4,8	0,1	4,2	2,6	0,1	1,6
marży na rynku pracy	6,9	13,2	17,1	13,0	0,7	23,8	20,9	6,6	3,0	3,6	4,2	8,0	4,2	1,4	0,3	6,3
premił za ryzyko kursowe	9,7	6,6	2,3	4,7	3,2	1,1	3,1	1,5	1,0	1,2	6,6	5,6	3,0	0,3	0,3	4,4
stopy procentowej	3,9	4,4	2,3	0,3	1,2	1,7	3,3	3,0	1,6	0,8	2,2	1,6	0,6	0,5	0,2	1,9
celu inflacyjnego	1,5	0,0	4,1	6,4	7,0	0,7	0,1	3,4	5,1	3,7	8,8	18,0	16,6	18,8	12,4	9,9
cen surowców	0,4	0,3	0,4	0,5	0,5	1,2	0,9	0,8	0,5	0,3	1,0	0,3	0,2	0,2	0,1	1,3
fiskalne	4,1	5,4	9,6	13,8	24,1	1,7	3,6	4,5	3,0	1,1	1,3	3,4	3,9	4,9	3,5	19,1
zewnątrzne (SVAR)	10,3	7,1	3,5	4,2	3,0	2,0	2,7	4,9	5,7	5,1	5,9	15,6	24,4	43,4	63,0	7,9
																22,1
																32,8
																47,7
																61,6

Źródło: Opracowanie własne

7.2 Funkcje reakcji

Rysunki 7.1–7.19 przedstawiają reakcje wybranych zmiennych obserwowalnych na strukturalne zaburzenia² specyfikowane modelu SOE^{PL-2009}, tzn. funkcje reakcji (IRF). Funkcje reakcji uwzględniają istnienie wszystkich równoczesnych i opóźnionych współzależności między zmiennymi modelu, persystencji impulsów i (w przypadku zaburzeń obserwowalnych) ewentualnej korelacji między zaburzeniami. Jest to zatem ilustracja cech dynamicznych modelu oraz konsekwencji związków, jakie w nim występują. Narzędzie to jest zatem wykorzystywane zarówno do diagnostyki samego modelu (pozwala lepiej zrozumieć funkcjonowanie modelu, wychwycić ewentualne niespójności), jak też — zakładając, że model jest adekwatnym opisem fragmentu rzeczywistości — dostarcza informacji o efektach zaburzeń, reakcji kluczowych zmiennych polityki makroekonomicznej (kierunek, siła, rozkład opóźnień, etc.).

Tak jak w przypadku dekompozycji wariacji błędów prognoz prezentowane dalej funkcje reakcji wyznaczono dla punktowej oceny parametrów odpowiadającej dominancie rozkładu *a posteriori*. Nie są zatem uwzględniane efekty niepewności parametrów. Badany impuls ma wielkość jednego odchylenia standardowego innowacji danego zaburzenia i trwa jeden kwartał, z uwzględnieniem autokorelacji zaburzenia. Choć więc za każdym razem impuls jest inny, to odpowiada typowym dla próby wartościom (por. tablica 6.2 i 6.1).

W przypadku zmiennych obserwowalnych wyrażonych w formie annualizowanej (deflator PKB, deflator inwestycji, CPI, inflacja w strefie euro, inflacja w USA oraz stopy procentowe) wykresy IRF przedstawiają odchylenia od stanu ustalonego liczone w punktach procentowych³. Funkcje reakcji obserwowalnych zmiennych realnych (PKB, konsumpcja, inwestycje, konsumpcja, eksport, import, płace realne) oraz kursów walutowych i zatrudnienia charakteryzują procentowe odchylenia od stanu ustalonego. Każda z funkcji reakcji jest prezentowana dla obu uwzględnianych w SOE^{PL-2009} reżimów. Należy jednak pamiętać, że różnice w reakcjach wynikają także z różnicy w wielkości impulsów i ich autokorelacji.

Mając na uwadze cel, dla którego zbudowano model SOE^{PL-2009}, interesujące są funkcje reakcji pozwalające przeanalizować cechy mechanizmu transmisji monetarnej, tzn. reakcje gospodarki na impuls monetarny (stopy procentowej) i dalej na zaburzenia celu inflacyjnego oraz premii za ryzyko. Funkcje reakcji zaburzenia monetarnego (rys. 7.15) mają standardowe, oczekiwane przez autorów modeli DSGE, cechy. Wzrost krajowej, krótkookresowej stopy procentowej spowodowany impulsem przenosi się najszybciej na nominalny i realny kurs walutowy, którego aprecjacja prowadzi do spadku eksportu. Wzrost importu jest jednak ograniczony efektem dochodowym; racjonalne, antycypujące podmioty redukują inwestycje i spożycie, co przekłada się na spadek PKB, zatrudnienia i płac (z efektami mnożnikowymi dla konsumpcji i importu). W związku z tym, że spadający eksport zawiera w sobie komponent importowany, który w pewnym

²Formalnie rzecz biorąc, chodzi o innowacje zaburzeń. W dalszej części tego paragrafu — tam, gdzie to nie powinno prowadzić do nieporozumień — będziemy używali tego skrótu. Odwołujemy się tu bowiem do głębokich parametrów modelu, a tymi są odchylenie standardowe innowacji zaburzeń i współczynnik autokorelacji (persystencji) zaburzenia. Odchylenia standardowe/wariancja zaburzenia (procesu AR(1)) są funkcją głębokich parametrów.

³W sensie technicznym sposób prezentacji funkcji reakcji dla zmiennych rosnących pozwala traktować je jak tzw. mnożniki skumulowane. Informują one bowiem o skumulowanym (w czasie) wpływie badanego impulsu na obserwowalne zmienne rosnące.

stopniu może substytuować komponent wytwarzany w kraju, powoduje to wahania importu w pierwszych kwartałach. Aprecjacja waluty krajowej, spadek zagregowanego popytu oraz płac prowadzą do spadku inflacji⁴. Ceny krajowe, choć sztywne, zawierają komponent aktualnie optymalizowany, więc i inflacja krajowa reaguje bez zwłoki⁵. Porównując funkcje reakcji dla dwóch reżimów, zauważamy, że relatywnie małej zmianie wielkości impulsu monetarnego towarzyszy dość znaczna zmiana skali reakcji zmiennych — w drugim reżimie zarówno ceny, jak i kategorie realne reagują gwałtowniej na impuls, w przypadku CPI maksymalna reakcja niemal podwoiła się. Charakterystyczne jest jednak, że nie wpłynęło to znacząco na czas absorbowania szoku, w obu reżimach jest on podobny.

Także reakcje na zaburzenie premii za ryzyko kursowe wydają się zbliżone do uzyskiwanych w klasie modeli zakładających antycypacyjne zachowania podmiotów i motywujące zmiany kursu niezabezpieczonym dysparitetem stóp procentowych (UIP). W takiej sytuacji — w znanych nam modelach — kurs walutowy oraz krajowa stopa procentowa muszą być kształtowane endogenicznie (regułą stopy procentowej) albo model będzie wykazywał reakcje eksplodujące. Technika zastosowana do konstrukcji modelu $SOE^{PL-2009}$ sprawia, że jego niestabilność wyklucza możliwość sprowadzenia modelu do postaci zredukowanej (warunki Blancharda-Khana przestają być spełnione) — model „przestaje się rozwiązywać”. Dlatego funkcje reakcji są wyznaczane wyłącznie dla endogenicznej stopy procentowej (aktywnej reguły stopy). W takiej sytuacji wzrost premii za ryzyko wywołuje natychmiastową deprecjację kursu (nominalnego i realnego), prowadząc do wzrostu cen importowanych komponentów dóbr konsumpcyjnych, inwestycyjnych i eksportu. Skutkiem jest szybka redukcja importu i wzrostu eksportu. Dochodzi także do zastępowania komponentów importowanych krajowymi, co przy spadku konsumpcji i inwestycji daje jednak wzrost PKB i zatrudnienia. Przy wzroście popytu na produkty krajowe rosną także ceny dóbr produkowanych w kraju, więc nieuchronna staje się podwyżka stopy procentowej. Rozkład w czasie (także efekty równoczesne) opisanych powyżej zależności sprawia, że absorpcja następuje dość szybko — np. szybka reakcja stopy procentowej na zaburzenie premii niweluje skalę deprecjacji. Zmiana reżimu, jaka — zgodnie z wynikami estymacji — zaszła w 1999 roku, praktycznie nie zmieniła reakcji większości zmiennych obserwowalnych na szok premii (w tym inflacji), wyjątkiem są tu konsumpcja i inwestycje, które w nowym reżimie reagują słabiej oraz zatrudnienie.

Kolejna z interesujących (z perspektywy banku centralnego) funkcja reakcji — IRF zaburzenia stochastycznego celu inflacyjnego (por. rys. 7.14) — opisuje konsekwencje niespodziewanego powstawania się wśród producentów i konsumentów przekonania (oczekiwań?) o (przejściowo) wyższej inflacji (stochastycznego celu inflacyjnego). Ponieważ cel inflacyjny stanowi podstawę indeksacji cen i płac w gospodarce (i to jest jego zasadnicza funkcja), automatycznie dochodzi do wzrostu rzeczywistej inflacji, której wzrost przekracza skalę szoku. Mimo iż — w optyce podmiotów — wyższy cel inflacyjny względnie łagodzi politykę stopy (bank centralny akceptuje

⁴W kategoriach modelu teoretycznego, którego postać strukturalną zamieściliśmy w aneksie, sekwencja zdarzeń jest inicjowana wzrostem krańcowej użyteczności dochodu (skutek wzrostu stopy procentowej), co prowadzi do natychmiastowej redukcji spożycia.

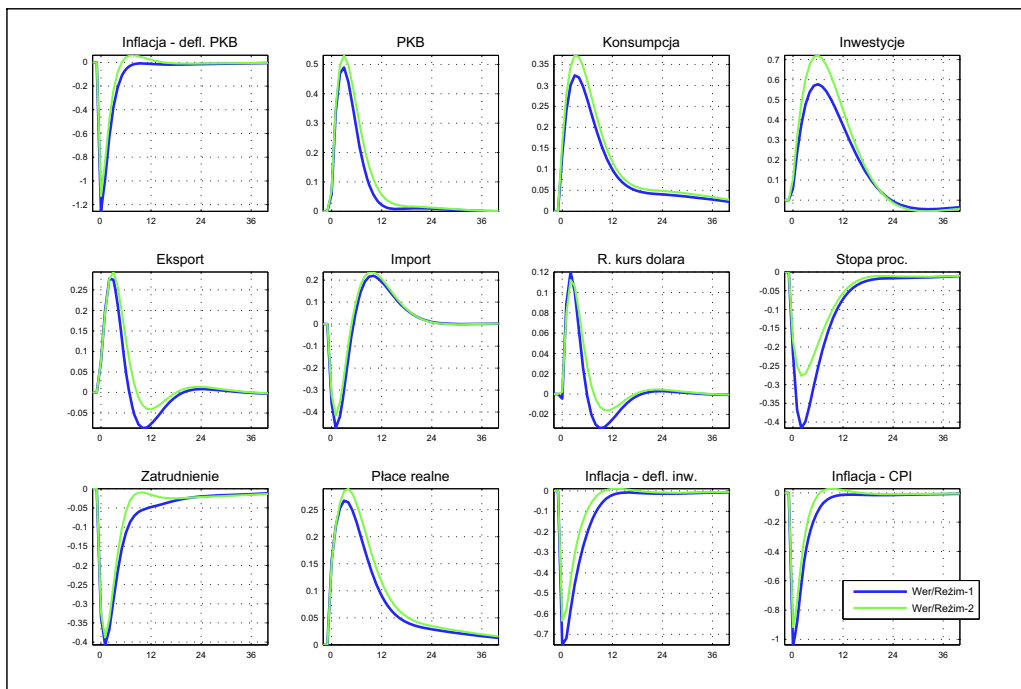
⁵Z drugiej strony koszty kredytu obrotowego wiążą bezpośrednio koszt krańcowy dóbr wytwarzanych w kraju ze stopą procentową. W tym przypadku relacja ta zmniejsza antyinflacyjne efekty zaburzenia monetarnego.

wyższe poziomy inflacji), efekty mnożnikowe windujące inflację ponad bieżący cel wymuszają, z opóźnieniem, wzrost stopy. Szybka jest natomiast reakcja realnego kursu walutowego, który po relatywnie dużej, ale krótkotrwałej, deprecjacji (jedynie śladowo wpływającej na eksport) wzmacnia się — przeważają więc konsekwencje spodziewanej podwyżki stopy procentowej. Dla kategorii realnych chwilowa deprecjacja kursu jest impulsem pobudzającym, ale po wzroście stopy i aprecjacji kursu dochodzi do spadku PKB, konsumpcji, inwestycji, eksportu, za czym podąża import. Funkcje reakcji celu inflacyjnego można zatem traktować jako ilustrację kosztów tłumienia inflacji, gdy takie zjawisko się nasili. Korzyści (wzrost produkcji, spożycia, etc.) szybko się kończą, koszty (wyższa inflacja, spadek zatrudnienia, PKB) są odczuwane znacznie dłużej. Nowy reżim, jaki ujawnił się po 1999 roku, spowodował znacznie silniejsze dodatnie reakcje PKB, konsumpcji i inwestycji w pierwszych kwartałach, reakcje te były na tyle znaczne, że wywołały chwilowy wzrost zatrudnienia i płac realnych (czego nie obserwujemy w reżimie pierwszym). W kolejnych kwartałach reakcje zmiennych są zbliżone w obu reżimach.

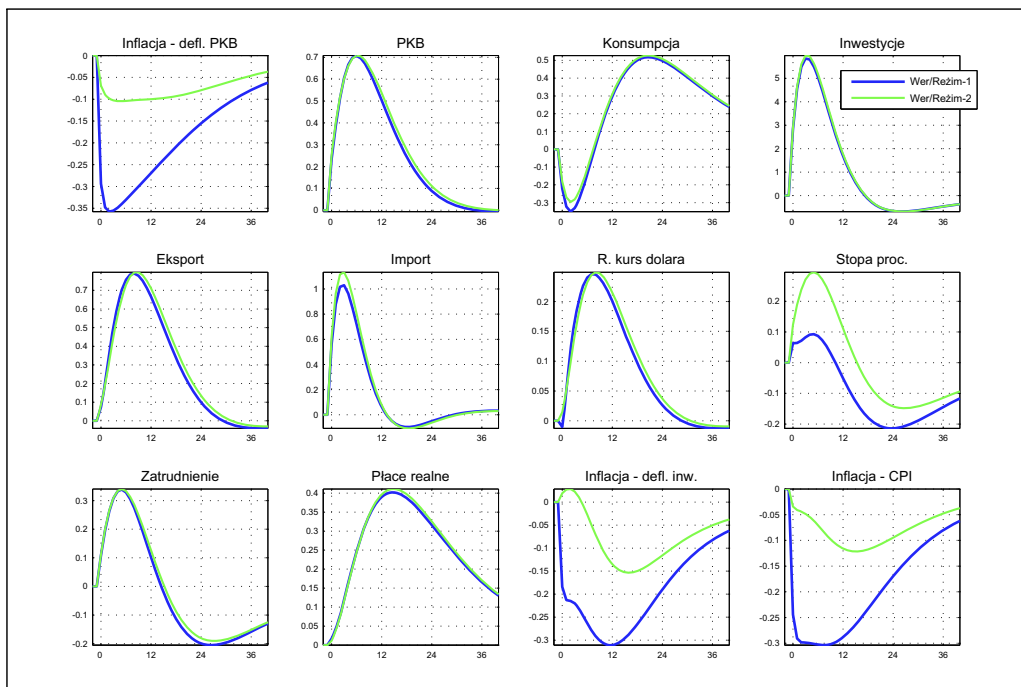
Z grupy stacjonarnych zaburzeń technologicznych (TFP, inwestycyjne oraz asymetryczne) pierwsze (por. rys. 7.1) reprezentuje wzrost ogólnej efektywności wytwarzania prowadzącej do spadku kosztów krańcowych produkcji krajowej oraz zapotrzebowania na czynniki produkcji (na jednostkę produktu). Efektem tego jest spadek dynamiki cen oraz wzrost PKB, konsumpcji, inwestycji, płac realnych. Niższa inflacja implikuje redukcję stopy procentowej i wynikającą z antycypacji zmian stopy deprecjacją kursu realnego, przyczyniając się do zwiększenia udziału produktów krajowych w produkcie finalnym. Całość prowadzi oczywiście do wzrostu eksportu i spadku importu. Obok wzrostu udziału dóbr wytwarzanych w kraju w produkcie finalnym zmienia się także proporcja wykorzystania czynników produkcji — maleje zatrudnienie, rosną inwestycje. Ważnym elementem okazuje się tutaj sztywna cena pracy oraz elastyczne wynagrodzenie usług kapitału.

Stacjonarne zaburzenie inwestycyjne powoduje wzrost efektywności transformacji nakładów inwestycyjnych w środki trwałe, zatem z jednostki nakładów uzyskujemy więcej kapitału przynoszącego gospodarstwu rentę. Dlatego pojawianie się takiego zaburzenia (por. rys. 7.2) powoduje bardzo duży wzrost nakładów inwestycyjnych. Wzrost ten w pierwszym okresie prowadzi nawet do wyparcia konsumpcji z puli wydatków gospodarstw. Równocześnie spadek ceny usług kapitału redukuje koszt krańcowy komponentów dóbr finalnych wytwarzanych w kraju, co — *ceteris paribus* — zmniejsza inflację krajową i zwiększa konkurencyjność eksportu. Łącznym efektem jest wzrost eksportu, ale i wzrost importu (duża importochłonność inwestycji) — pojawianie się ujemnego eksportu netto, co daje impuls do deprecjacji realnego kursu. Przy deprecjacji kursu oraz szybkim wzroście PKB następuje wzrost stopy procentowej.

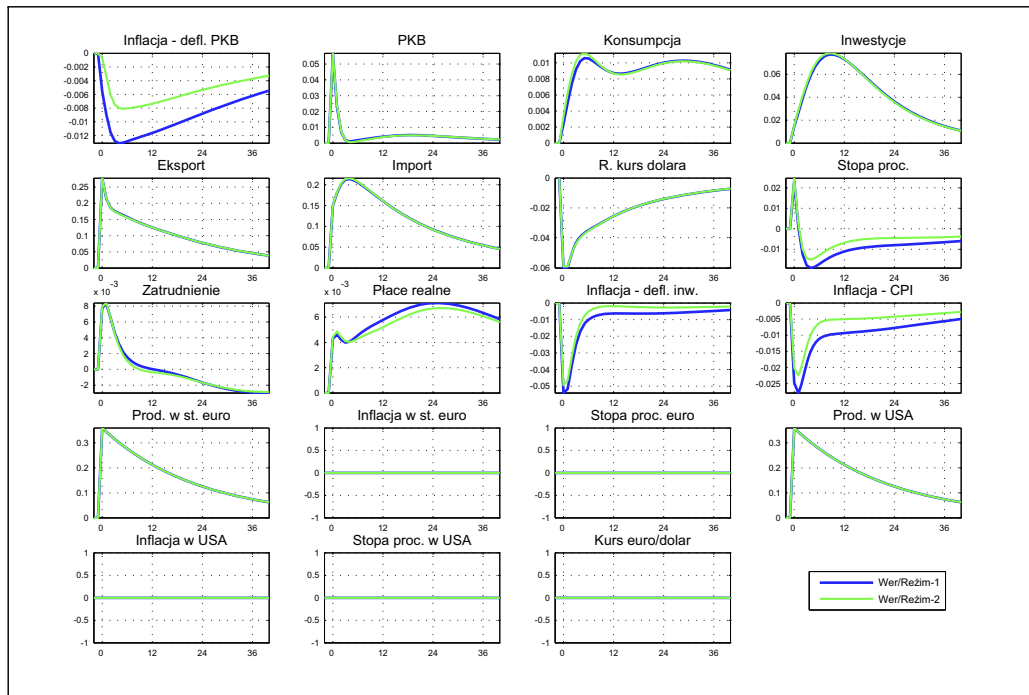
Rysunek 7.1. Stacjonarne zaburzenie technologiczne



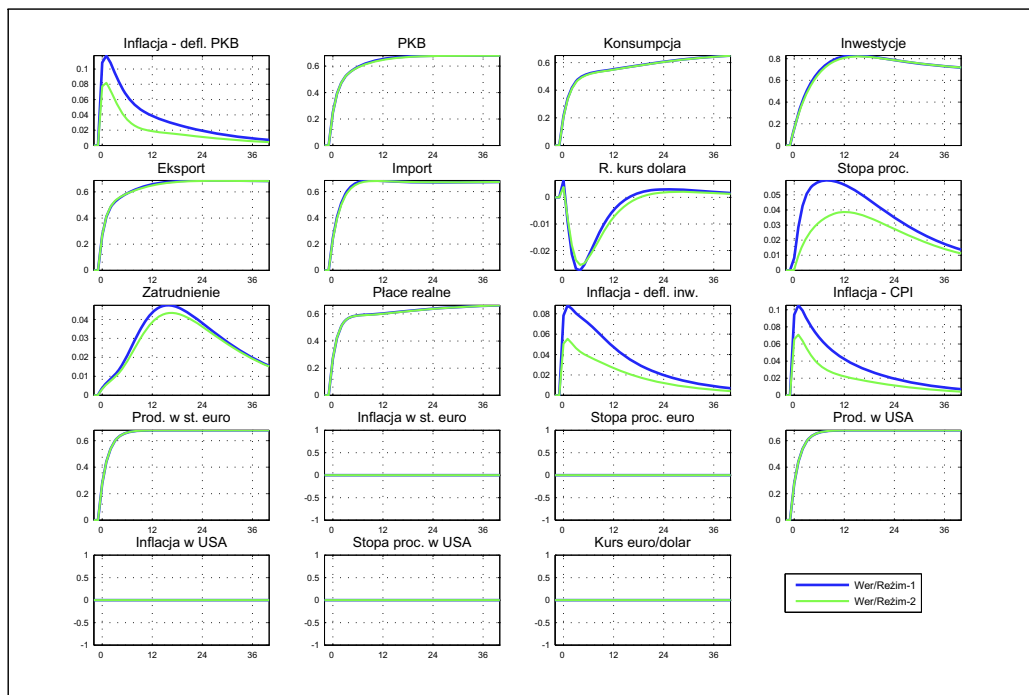
Rysunek 7.2. Stacjonarne zaburzenie inwestycyjne



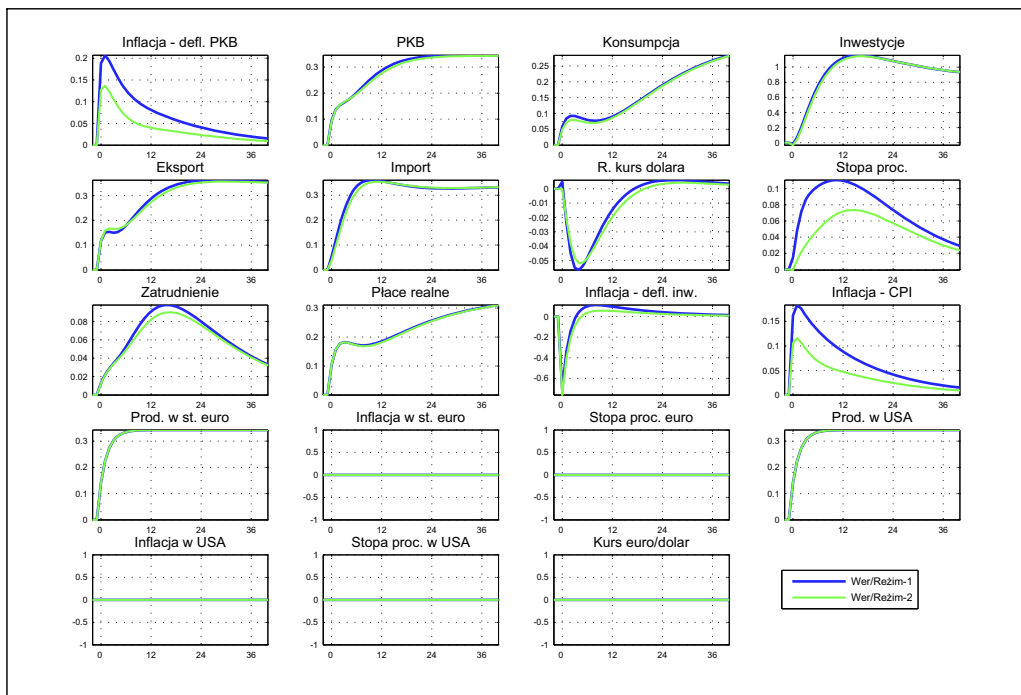
Rysunek 7.3. Zaburzenie asymetryczne



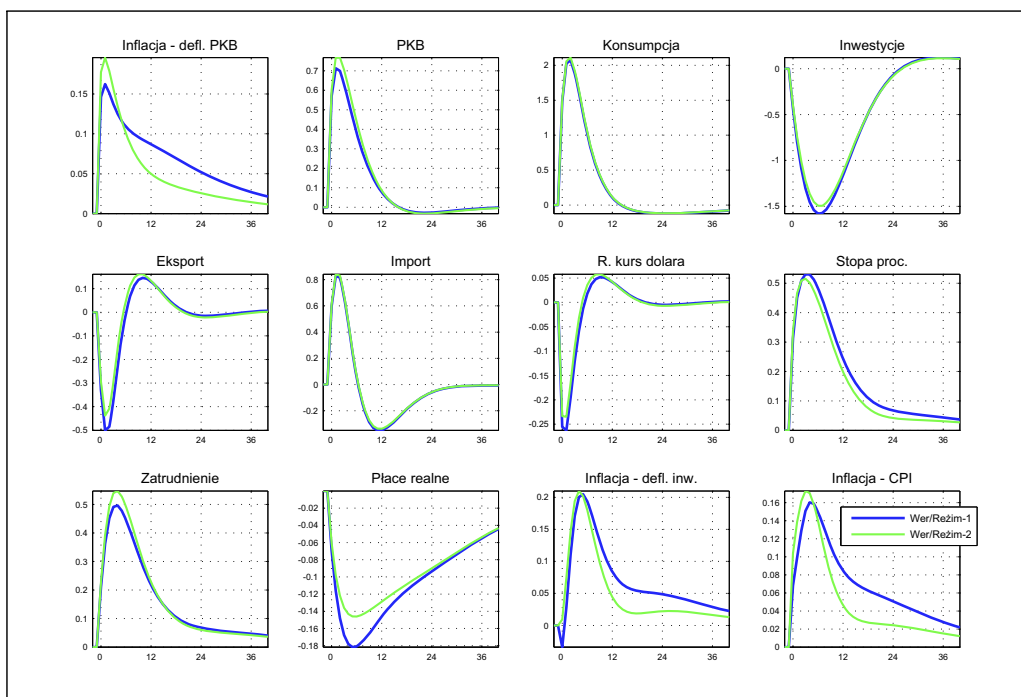
Rysunek 7.4. Niestacjonarne zaburzenie technologiczne



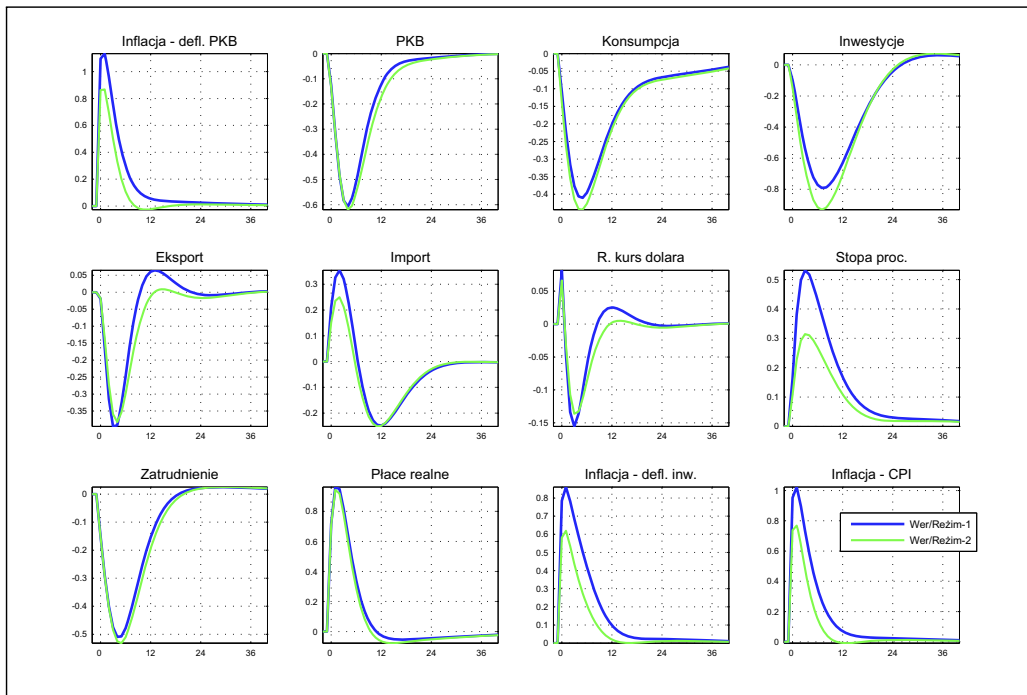
Rysunek 7.5. Niestacjonarne zaburzenie inwestycyjne



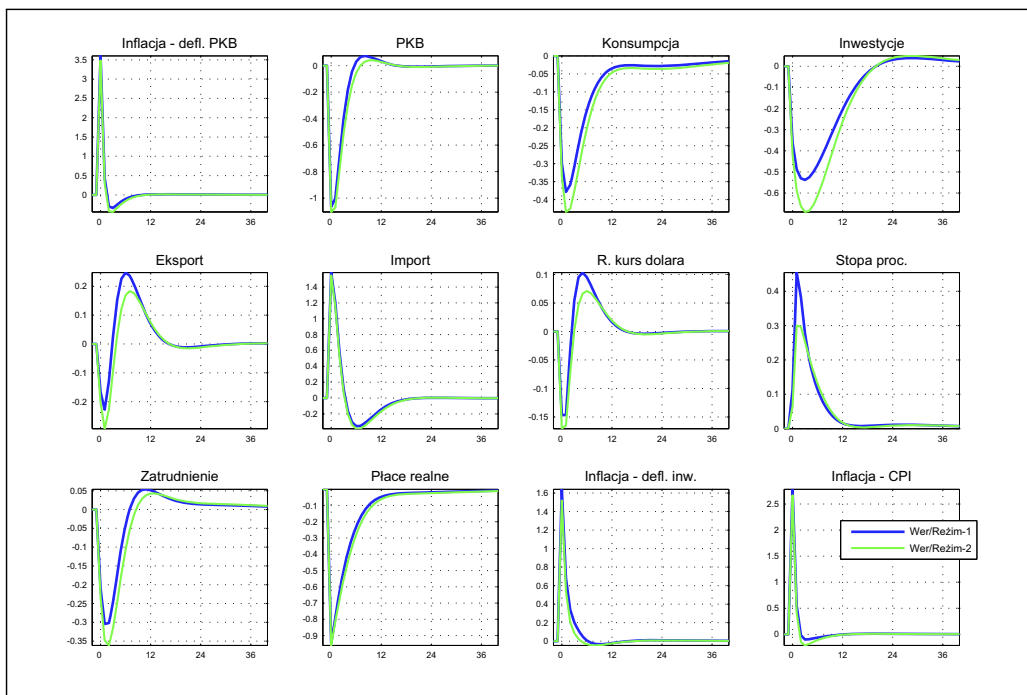
Rysunek 7.6. Zaburzenie preferencji konsumpcyjnych



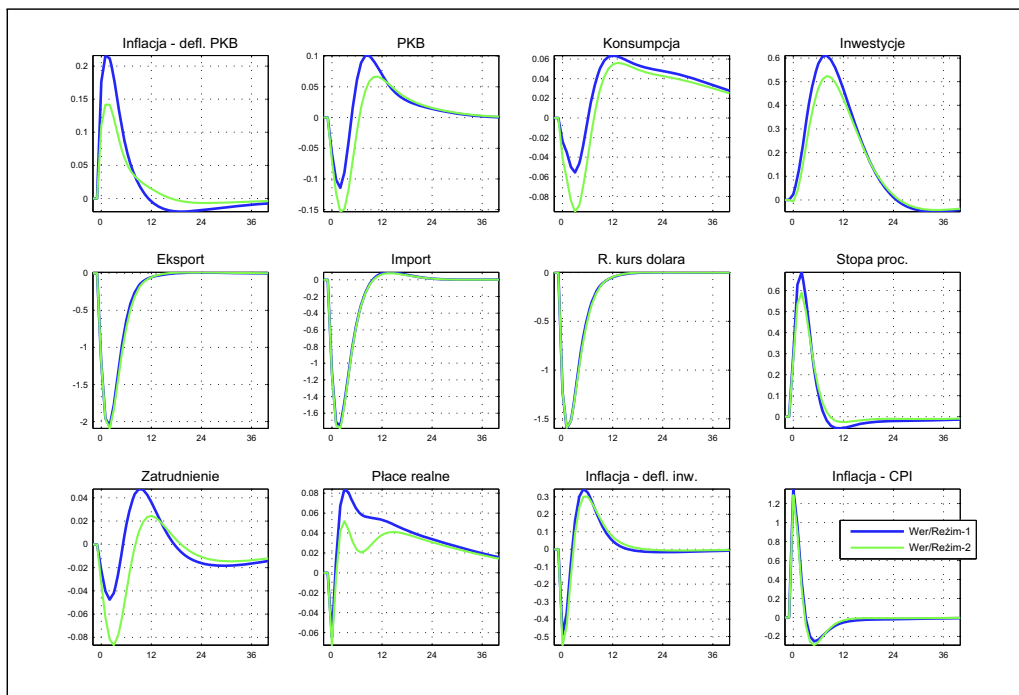
Rysunek 7.7. Zaburzenie preferencji podaży pracy



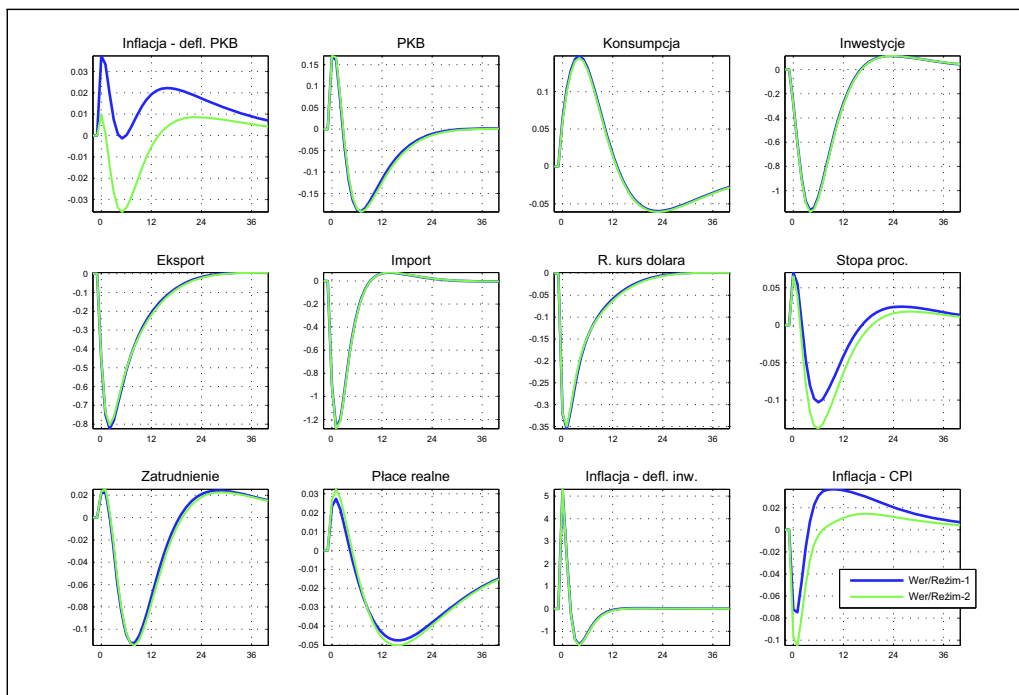
Rysunek 7.8. Zaburzenie marż dóbr produkowanych w kraju



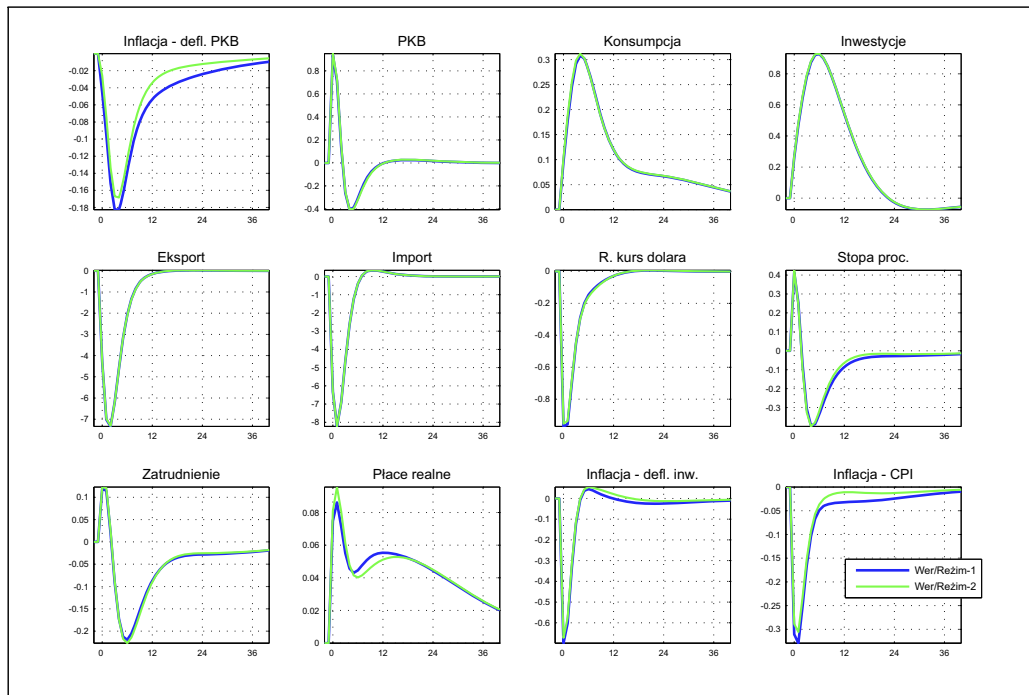
Rysunek 7.9. Zaburzenie marż importowanych dóbr konsumpcyjnych



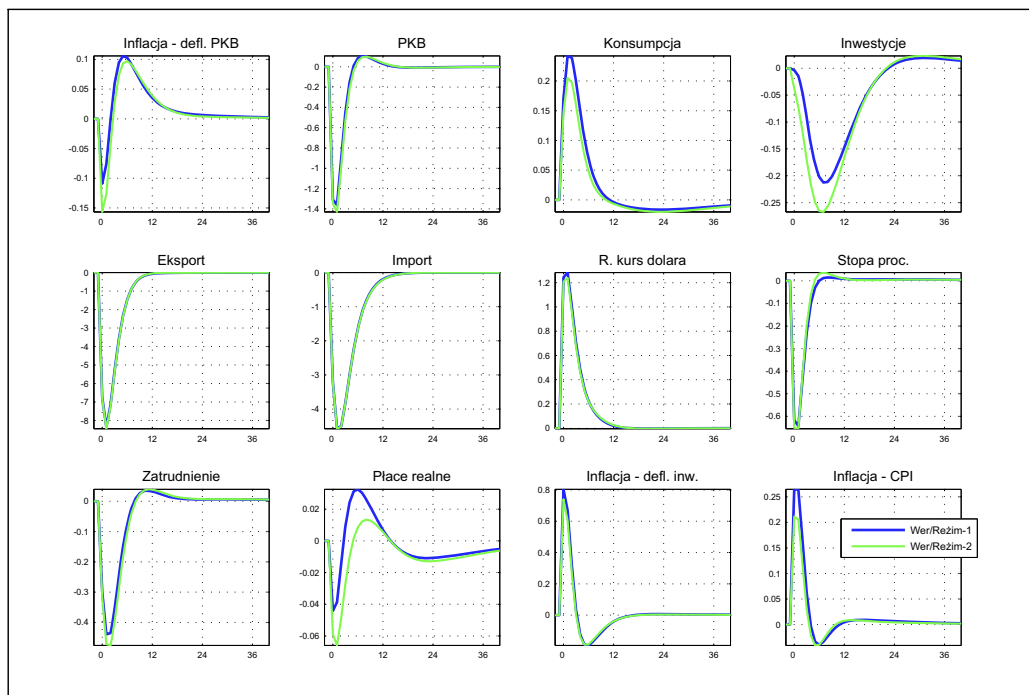
Rysunek 7.10. Zaburzenie marż importowanych dóbr inwestycyjnych



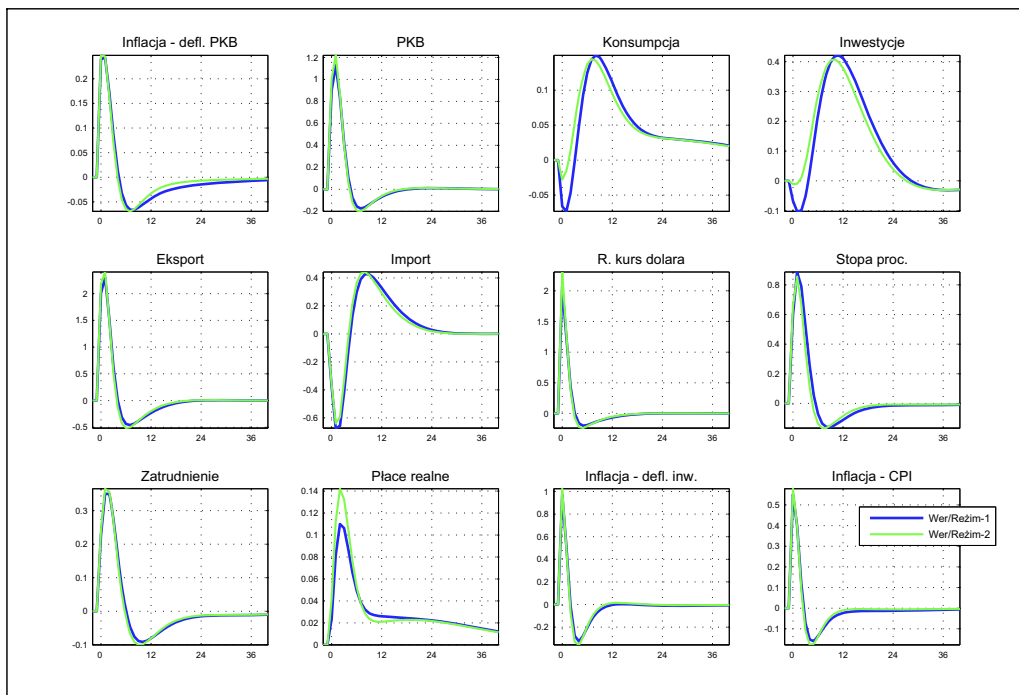
Rysunek 7.11. Zaburzenie marż importowanych komponentów eksportu



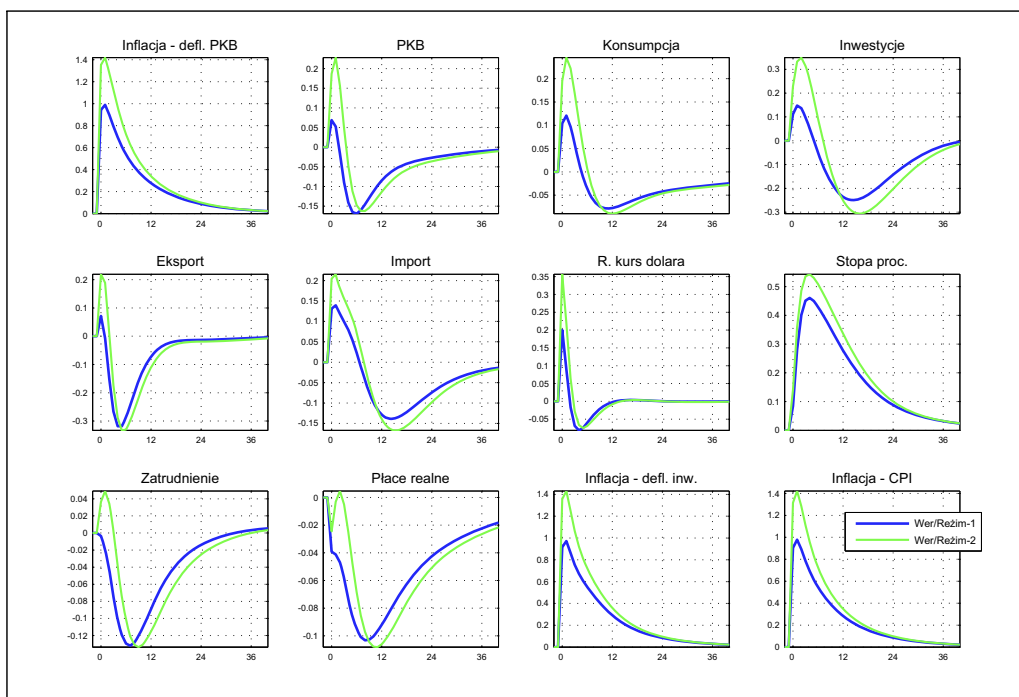
Rysunek 7.12. Zaburzenie marż w eksporcie



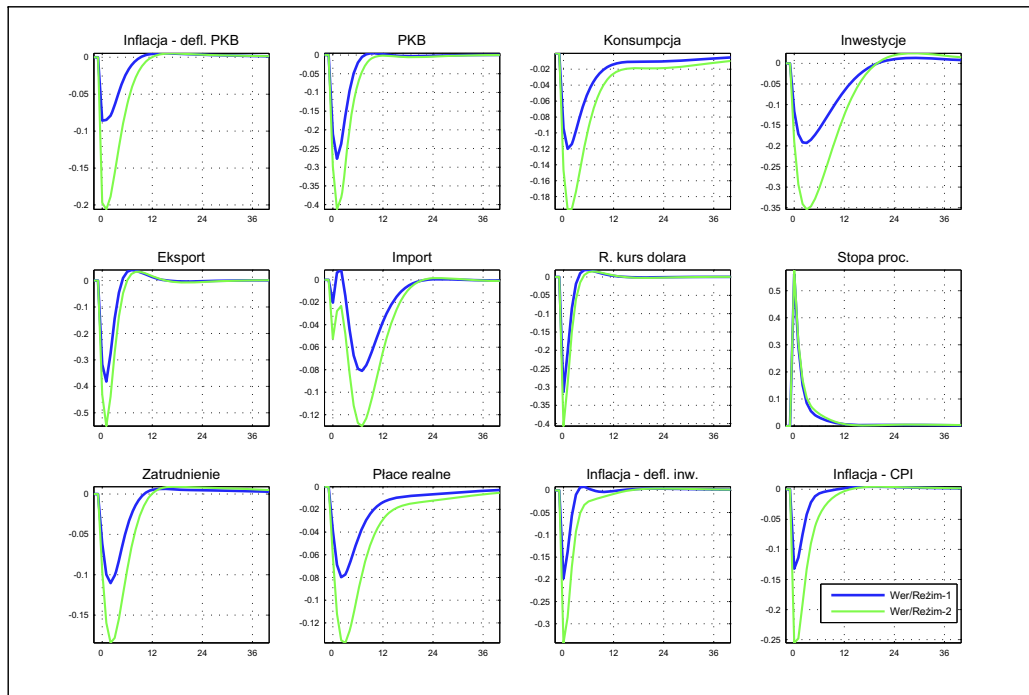
Rysunek 7.13. Zaburzenie premii za ryzyko



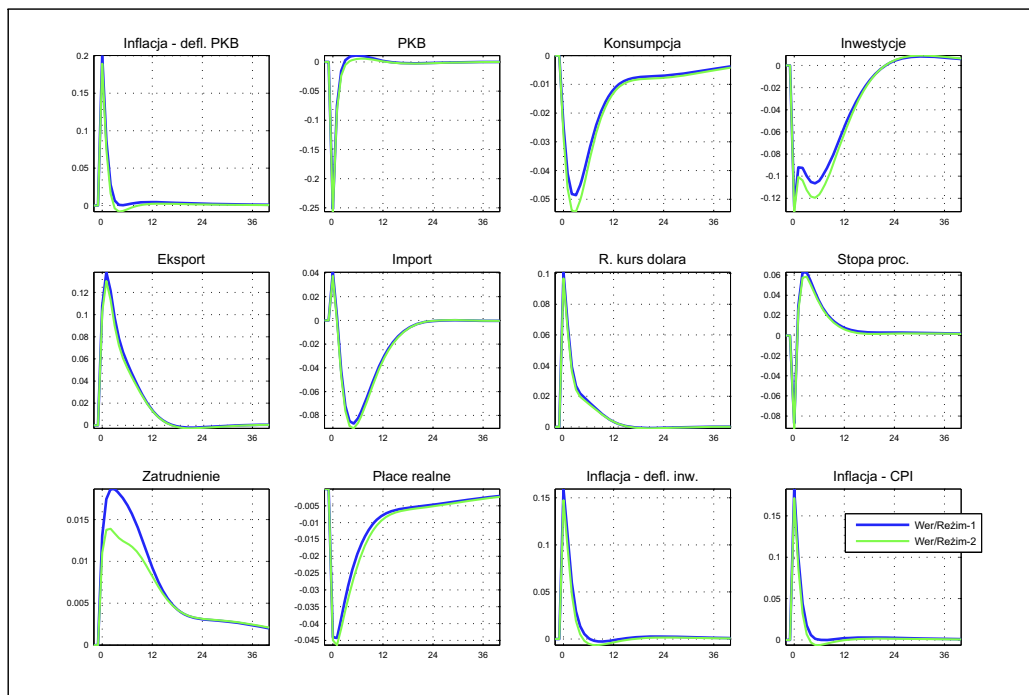
Rysunek 7.14. Zaburzenie celu inflacyjnego



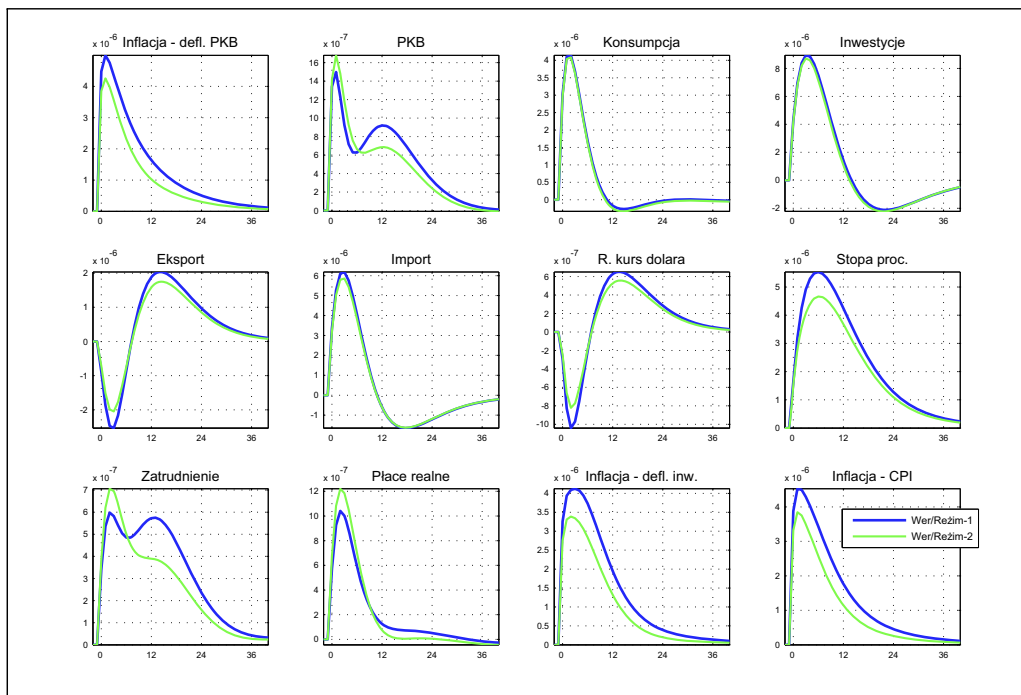
Rysunek 7.15. Zaburzenie monetarne (stopy procentowej)



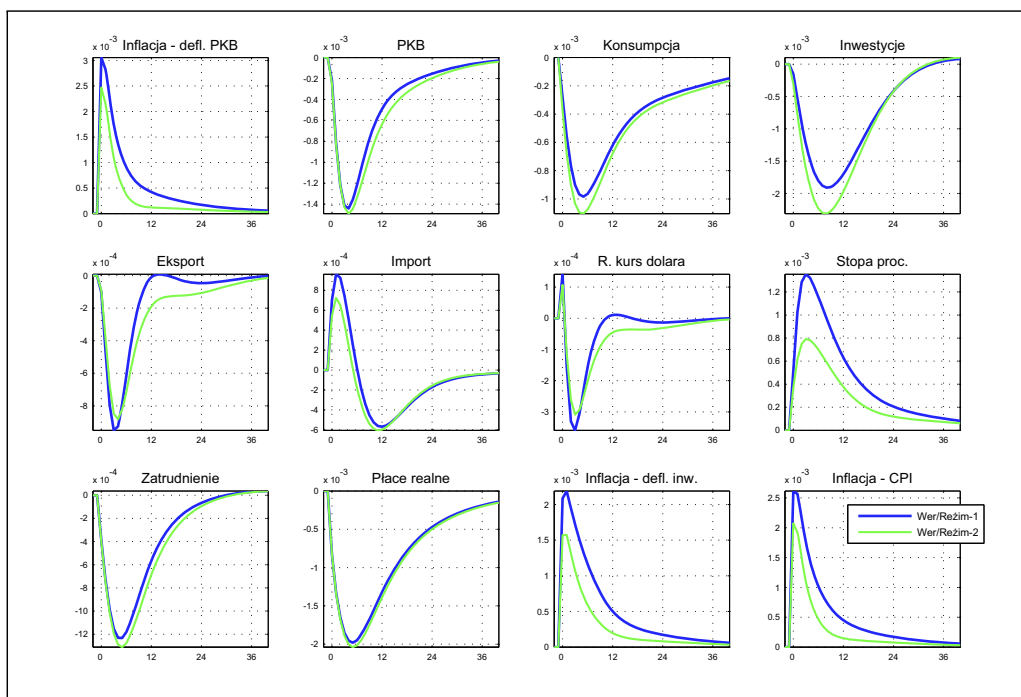
Rysunek 7.16. Zaburzenie cen surowców



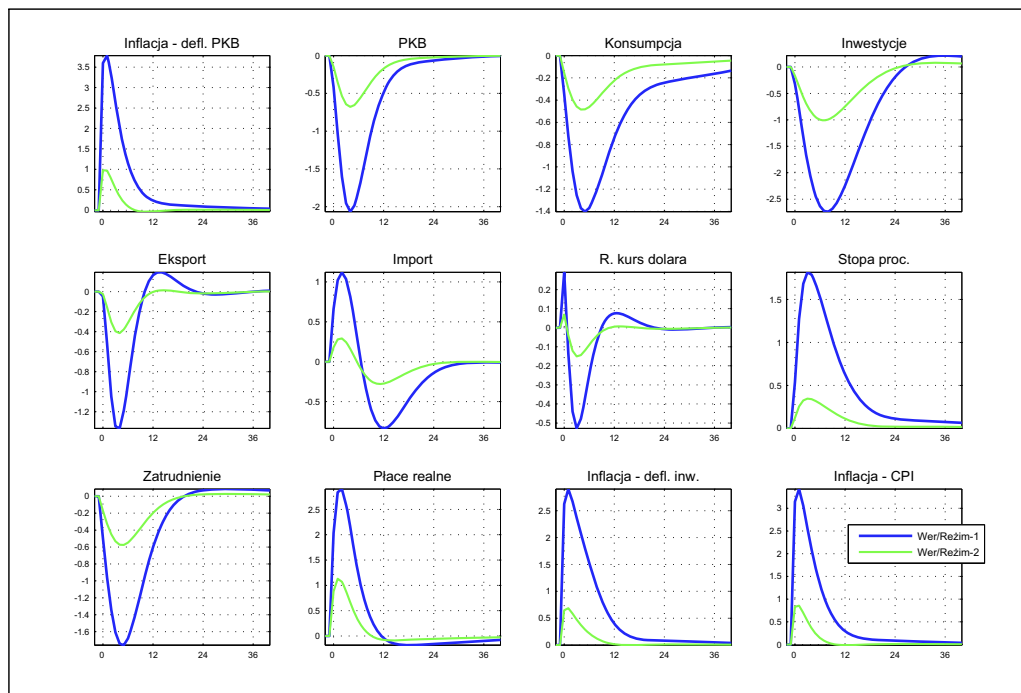
Rysunek 7.17. Zaburzenie podatku kapitałowego



Rysunek 7.18. Zaburzenie składek ubez. płaconych przez pracodawcę



Rysunek 7.19. Zaburzenie marży płac



W małej otwartej gospodarce, w świecie otwartych gospodarek, tempo postępu technicznego jest jednakowe dla wszystkich, mogą jednak występować zaburzenia czasowo różnicujące dynamikę wzrostu. Taką funkcję pełni zaburzenie asymetryczne. Pojawienie się takiego zaburzenia zwiększa dynamikę wzrostu PKB na świecie, powodując wzrost popytu na dobra eksportowane z kraju, zmiana dynamiki wzrostu gospodarki światowej nie wpływa jednak na światowe ceny, stopy procentowe i kurs krzyżowy. Sytuację tę ilustrują funkcje reakcji zgrupowane na rysunku 7.3. Szybszy wzrost eksportu niż importu prowadzi do aprecjacji kursu (nominalnego i realnego), co przekłada się na spadek cen dóbr importowanych. Krajowa stopa procentowa reaguje bardziej na pojawiającą się lukę podażową niż minimalnie malejącą inflację krajową. Generalnie rzecz biorąc, zaburzenie asymetryczne słabo oddziałuje na gospodarkę, tak jak w poprzednich wersjach modelu SOE^{PL}.

Specyficzne reakcje obserwujemy dla zaburzeń niestacjonarnych (technologicznego — por. rys. 7.4 oraz technologicznego w inwestycjach — por. rys. 7.5). Niestacjonarność zaburzeń oznacza permanentny wpływ szoków na poziom obserwowalnych zmiennych rosnących (PKB, konsumpcja, inwestycje, eksport, import, płace realne, PKB zewnętrzne), natomiast na inflację, zatrudnienie, dynamikę kursu i stopy procentowe szoki te nie mają permanentnego wpływu. Obserwowalne zmienne realne przesuwają się zatem na nową trajektorię, a wahania cen są konsekwencją związku między kosztem krańcowym produkcji krajowej i tempem wzrostu postępu technicznego $\mu_{z,t}$ ⁶. Przebiegi funkcji reakcji dla obu wspomnianych zaburzeń są zbliżone i wynikają z tego samego mechanizmu zależności. Jedyna różnica dotyczy deflatora inwestycji.

⁶Dokładniej tempo to wpływa na realną rentę za usługi kapitału, występującą w koszcie krańcowym \bar{r}_t .

Dla zaburzenia technologicznego reakcje deflatora są takie same jak innych cen; w przypadku szoku w inwestycjach — na mocy definicji zaburzenia — obserwujemy w jego efekcie spadek cen inwestycji, ponieważ szybszy wzrost wolumenu redukuje dynamikę cen.

Skutki zaburzeń preferencji konsumpcyjnych oraz preferencji czasu wolnego (podaży pracy) ilustrują rysunki 7.6 oraz 7.7. Chwilowe zwiększenie zainteresowania konsumpcją oznacza równoczesne zmniejszenie względnej wagi przykładanej do innych źródeł użyteczności specyfikowanych w funkcji maksymalizowanej przez gospodarstwa domowe. Natychmiastowym efektem szoku jest wzrost spożycia i spadek inwestycji. Spadek wagi czasu wolnego prowadzi równocześnie do wzrostu zatrudnienia. Sumarycznym efektem wymienionych zjawisk jest wzrost PKB oraz zatrudnienia i cen krajowych, który redukuje płace realne. Ponieważ dobra konsumpcyjne zawierają importowane komponenty, a krajowe drożeją, rośnie import (mimo spadku inwestycji), równocześnie wskutek wzrostu cen produktów krajowych maleje konkurencyjność eksportu, który ostatecznie także maleje. Przy wzroście inflacji dóbr produkowanych w kraju nieuchronnie staje się podwyższenie stopy procentowej, a więc i antycypującej to zdarzenie aprecjacji kursu nominalnego, której skala jest na tyle duża, iż przekłada się na aprecjację kursu realnego. Zmiany kursu zwiększają głębokość reakcji eksportu i importu. Oglądając całość reakcji na zaburzenie preferencji sprowadzające się do wzrostu produkcji i wzrostu cen, można szok preferencji konsumpcji potraktować jako popytowy, aczkolwiek terminologia „zaburzenia popytowe/podażowe” nie pasuje do logiki modeli DSGE.

Zaburzenie preferencji czasu wolnego (podaży pracy) oznacza wzrost znaczenia czasu wolnego (co automatycznie zmniejsza podaż pracy), maleje także względna waga konsumpcji w funkcji użyteczności gospodarstw domowych. Skutkiem takiego impulsu jest redukcja konsumpcji, inwestycji, PKB oraz zatrudnienia. Spadek podaży pracy jest rekompensowany zwiększeniem wykorzystania środków trwałych, ale i tak rośnie cena usług pracy, co prowadzi do wzrostu kosztów krańcowych produkcji krajowej i wzrostu inflacji. Wzrost cen krajowych redukuje konkurencyjność eksportu oraz pobudza import, który rośnie mimo spadku popytu krajowego (efekt cenowy okazuje się silniejszy niż dochodowy). Ujemny eksport netto, wraz ze wzrostem cen krajowych, wywołuje deprecjację kursu realnego, który jednak w obliczu nieuchronnej podwyżki stopy procentowej aprecjonuje. Sumaryczny obraz sprowadza się więc do wzrostu inflacji oraz spadku poziomu aktywności gospodarczej.

Gdy weźmiemy pod uwagę specyfikację postaci strukturalnej modelu, to zaburzenie marż płac (marż na rynku pracy) pełni analogiczną funkcję, jak zaburzenia preferencji podaży pracy⁷, dlatego funkcje reakcji prezentowane na rysunku 7.19 replikują rysunek 7.7, z dokładnością do skali reakcji. Jednak treść przypisywana tym zaburzeniom jest całkowicie odmienna. W przypadku zaburzenia marży płac mówimy o zjawiskach natury instytucjonalnej, regulacjach zmieniających, na przykład, pozycję związków zawodowych w negocjacjach płacowych (jeśli przyjąć istnienie dodatkowej instytucji zajmującej się sprzedażą jednorodnych usług pracy, a przedtem agregujących i transformujących niejednorodną podaż pracy w usługi). Przebiegi IRF

⁷W formalnym sensie statystycznym zaburzenia te są nierozróżnialne, w modelu DSGE identyfikujemy je jedynie dzięki wiedzy dostarczonej rozkładem *a priori* w estymacji bayesowskiej.

marży płac dla obu reżimów wyjaśniają, dlaczego zaburzenie to miało tak duże znaczenie w pierwszym reżimie.

Dużą grupę zaburzeń stanowią szoki marż (dóbr produkowanych w kraju, importowanych dóbr konsumpcyjnych, inwestycyjnych i reeksportowanych oraz dóbr eksportowanych, por. rys. 7.8-7.12). Już pobieżna analiza specyfikacji krzywej Phillipsa dla cen krajowych pokazuje, że marża oddziałuje tak jak koszt krańcowy (por. stacjonarne zaburzenie technologiczne, ale z przeciwnym znakiem). W przypadku marż dóbr importowanych, gdzie — generalnie — zachodzi analogiczna sytuacja jak dla marż produktów krajowych, pojawiają się bardziej rozbudowane efekty związane z substytucją komponentów importowanych produkcją krajową oraz wynikające z tego zmiany proporcji składowych zagregowanego popytu. I tak szok marży importowanych dóbr konsumpcyjnych (rys. 7.9) zwiększa ceny importowanego komponentu spożycia, automatycznie rośnie CPI (powodując reakcję stopy procentowej), dochodzi więc do redukcji konsumpcji ogółem, w tym importu konsumpcyjnego. W koszyku gospodarstw domowych znajduje się zatem więcej względnie tańszych dóbr inwestycyjnych, ale mimo wzrostu importu inwestycyjnego import ogółem maleje, pojawia się więc dodatni eksport netto i aprecjacja kursu. Zwiększenie udziału produkcji krajowej w konsumpcji oznacza także wzrost cen komponentów wytwarzanych w kraju, co pobudza wzrost inflacji. Dla zaburzenia marż importu inwestycyjnego reakcje zmiennych obserwowalnych są analogiczne (por. rys. 7.10) — tym razem jednak rośnie konsumpcja kosztem inwestycji.

Shok marż importowanego komponentu eksportu (rys. 7.11) powoduje zastępowanie importu produktami krajowymi, a pojawienie się dodatniego eksportu netto prowadząc do aprecjacji kursu, która natychmiast uderza w eksport. Wzrost popytu na dobra krajowe skutkuje wzrostem zatrudnienia i płac, a gwałtowność tej reakcji wywołuje chwilowy wzrost stopy procentowej (stopa zależy od poziomu luki oraz jej dynamiki). Gdy efekty aprecjacji przełożą się na ceny krajowe, następuje również gwałtowna obniżka stopy. Przy niższej stopie i większym (przynajmniej początkowo) zatrudnieniu rośnie konsumpcja i inwestycje. Szok marży w eksporcie (rys. 7.12) redukuje eksport, co natychmiast prowadzi do spadku PKB i zatrudnienia, mimo redukcji importu. Chwilowo pojawia się nadwyżka produktów krajowych i spadku cen tych dóbr, ale wywołana pojawieniem się ujemnego eksportu netto deprecjacja powoduje podrożenie importu, dlatego CPI rośnie. Przy spadku inflacji dla produktów wytwarzanych w kraju oraz spadku PKB reakcja stopy procentowej jest jednak odwrotna do ruchu CPI — stopa maleje. Decyduje o tym duża skala spadku PKB (liczona w punktach procentowych) przy relatywnie małym wzroście inflacji CPI (dziesiąte części punktu procentowego).

7.3 Wygładzanie — oszacowania zaburzeń strukturalnych

Rysunki 7.20–7.21 przedstawiają dekompozycje historyczne ważniejszych zaburzeń strukturalnych (i odpowiadającym im innowacji) występujących w modelu $SOE^{PL-2009}$. Zgodnie z wcześniejszymi sugestiami zaburzenia są w modelach DSGE najważniejszym czynnikiem „napędzającym” wahania zmiennych. Gospodarka znajdująca się w stanie równowagi długookresowej jest z niej wytrącana pojawianiem się kolejnych szoków, a podejmowane przez podmioty decyzje powodują, w skali makro, absorbowanie zaburzeń. Gdyby zaburzenia nie pojawiały się,

gospodarka rozwijałaby się zgodnie z charakterystykami stanu ustalonego. W świecie modeli DSGE same zaburzenia (strukturalne) stanowią rodzaj przyczyny zjawisk i zdarzeń, które obserwujemy w gospodarce. Dlatego na pytanie o źródła obserwowalnych zdarzeń, odpowiadamy poszukując zaburzeń (innowacji), jakie wystąpiły. Zaburzenia strukturalne są jednak zbiorem artefaktów, które konstruujemy czy kwantyfikujemy używając konkretnego modelu DSGE. Dwa różne modele DSGE tego samego obiektu, w tym samym okresie, zwykle inaczej odtwarzają zaburzenia formalnie pełniące tę samą funkcję w modelach — uzyskujemy różne szeregi. Stąd analiza zaburzeń (czy szerzej dekompozycji historycznych) dotyczy konkretnego modelu (por. także Canova i Sala, 2005). Szeregi prezentowane na kolejnych rysunkach pokazują zatem obraz fragmentu historii gospodarki Polski widzianej z perspektywy $\$OE^{PL-2009}$ i jest to obraz specyficzny dla tej wersji/wariantu modelu ⁸.

W modelu $\$OE^{PL-2009}$ przyjęto, że zaburzenia strukturalne generowane są przez proces stochastyczny klasy AR(1). Jedynie w nielicznych przypadkach współczynnik autokorelacji przybiera wartości zerowe (np. dla zaburzenia stopy procentowej), wówczas przebiegi zaburzeń i innowacji są tożsame. Niezerowe współczynniki autokorelacji sprawiają, że niemal wszystkie zaburzenia przedstawione na rysunku 7.20 wykazują stosunkowo dużą inercję⁹, największą — zaburzenie celu inflacyjnego i asymetryczne zaburzenia technologii.

Ponieważ „naturalną” wartością zaburzeń jest zero, silniejsze dodatnie/ujemne odchylenia prędzej czy później będą niwelowane, zatem — na podstawie aktualnych oceny zaburzeń oraz wiedzy o sposobie reagowania zmiennych obserwowalnych — można formułować motywowane konstrukcją modelu przypuszczenia o przebiegu zmiennych obserwowalnych przy braku kolejnych szoków. Taka jest też logika techniki prognozowania modelem DSGE.

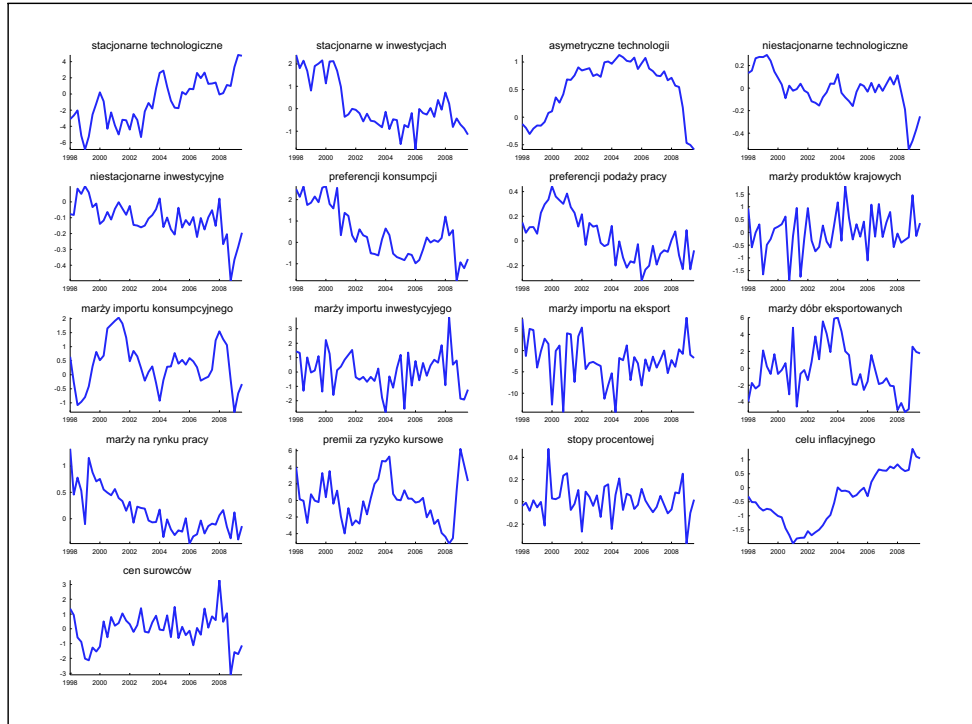
Próbując zinterpretować część zaprezentowanych na wykresach ścieżek zaburzeń, zauważmy specyficzną rolę technologicznych zaburzeń niestacjonarnych. W poprzednich wersjach $\$OE^{PL}$ występowało tylko jedno zaburzenie technologiczne niestacjonarne, wówczas jego przebieg odtwarzał (w przybliżeniu) światowy cykl koniunkturalny. Obecnie efekt ten rozbija się na dwa zaburzenia i nie jest już tak widoczny, zwłaszcza że głębokie (ujemne) innowacje pojawiające się w końcu próby (związane z kryzysem na rynkach finansowych) dodatkowo zacierają proporcje (skalę). Od początku XXI wieku niestacjonarne zaburzenie inwestycyjne kształtuje się na ujemnym poziomie, pojawiają się natomiast dodatnie innowacje stacjonarnego zaburzenia inwestycyjnego. Zatem zaobserwowane w latach 2005-2007 zwiększenie dynamiki inwestycji było, trzymając się logiki modelu, specyficzne dla gospodarki polskiej i krótkookresowe. Analogiczny wniosek możemy formułować, patrząc na stacjonarne zaburzenie technologiczne (typu TFP), które utrzymuje się powyżej zera od 2004 roku (z krótkim epizodem ujemnej innowacji około 2005 roku), a silne dodatnie innowacje kompensują negatywne szoki wynikające ze wspólnych dla całej gospodarki światowej tendencji kształtowanych zaburzeniami niestacjonarnymi.

Przebieg (a nawet średniookresowe tendencje), jaki można zaobserwować dla zaburzenia celu inflacyjnego sugeruje, że po okresie względnej stabilizacji w okolicach stanu ustalonego w

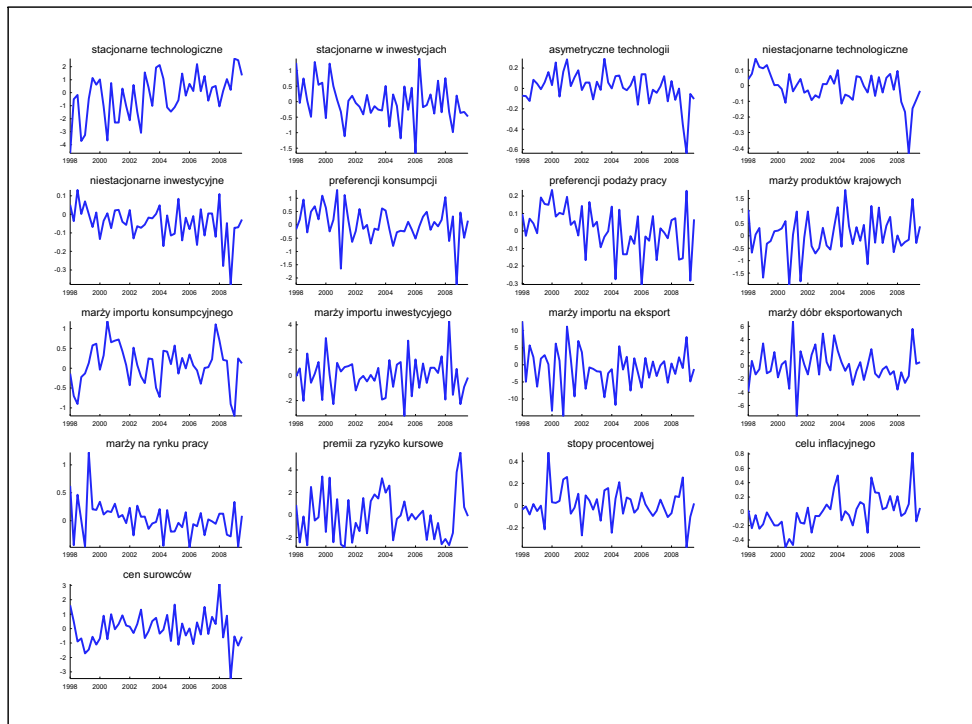
⁸Od strony technicznej procedura wyznaczania/estymacji nieobserwowalnych zaburzeń strukturalnych na podstawie modelu mającego formę modelu przestrzeni stanów nazywana jest wygładzaniem, por. Hamilton (1994, rozdz. 13)

⁹Warto jednak pamiętać, że część współczynników autokorelacji zaburzeń została skalibrowana.

Rysunek 7.20. Zaburzenia strukturalne — wygładzanie filtrem Kalmana



Rysunek 7.21. Innowacje strukturalne — wygładzanie filtrem Kalmana



okresie 2003–2005 pojawiła się tendencja do podwyższania celu, tzn. podmioty indeksują ceny swoich produktów na podstawie coraz wyższego tempa (przyszłej) inflacji i uważają, że bank centralny również reguluje stopę akceptując wyższą inflację¹⁰. Relatywnie wysoka, dodatnia wielkość zaburzenia implikuje jednak zmianę tej tendencji. W przebiegu innowacji celu wyraźnie widać epizod inflacyjny związany z przystąpieniem do Unii Europejskiej, są także trudniejsze do zinterpretowania wahania z lat 2000–2001 oraz roku 2006.

Zaburzenie premii za ryzyko kursowe — w przybliżeniu — odpowiada intuicji. Większe innowacje premii za ryzyko wiążą się innymi z kryzysem finansowym 2008–2009, okresem uwalniania złotego (1999–2000) i przystępowania do Unii Europejskiej. W przebiegu zaburzenia premii odnajdujemy fazę silnej (spekulacyjnej?) aprecjacji z lat 2006–2008 oraz gwałtownej deprecjacji później.

Zaburzenie stopy procentowej (z założenia tożsame z innowacjami) wykazuje gwałtowniejsze odchylenia w okolicach 1999–2000 roku, co wydaje się naturalne, gdy weźmiemy pod uwagę wprowadzanie płynnego reżimu kursu oraz implementację strategii bezpośredniego celu inflacyjnego. Jawne uwzględnienie zmiany strukturalnej dla reguły stopy procentowej spowodowało bardziej jednorodny przebieg ścieżki zaburzenia — wcześniejsze wersje modelu identyfikowały fazy gwałtownych wahań w latach 1997–1999 oraz względnej stabilizacji (wyraźnego zmniejszenia wariacji) po 2001 roku. Wahania w końcu próby sugerują jednak najsilniejszy w ciągu ostatnich 10 lat dyskrecjonalny ujemny impuls stopy.

¹⁰Oczywiście przeciwny wniosek można formułować dla okresu przed 2004 rokiem.

8

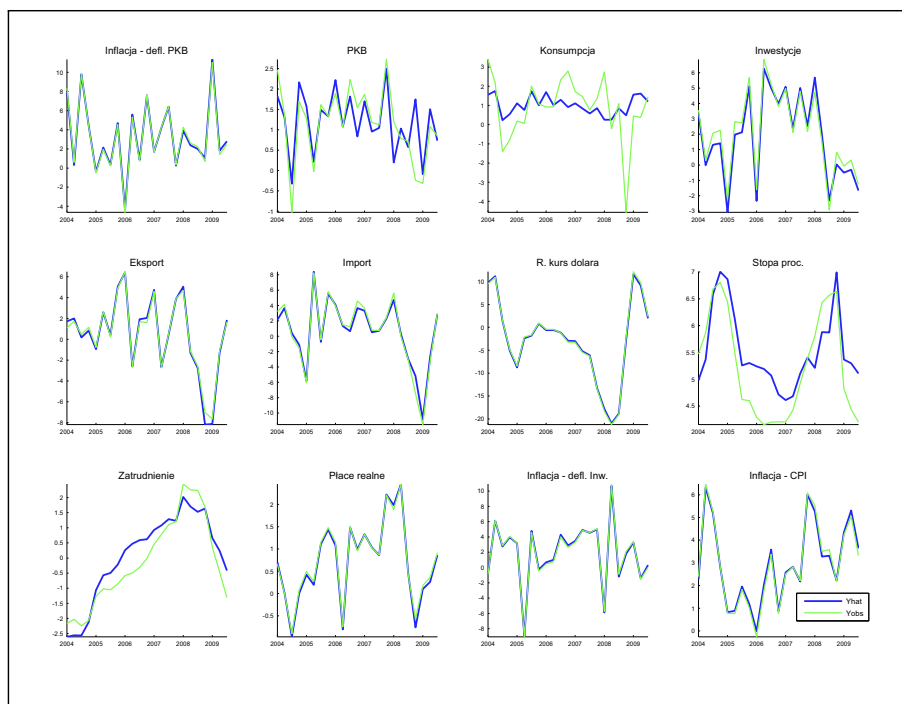
Dekompozycje historyczne i prognozy

8.1 Dekompozycje historyczne

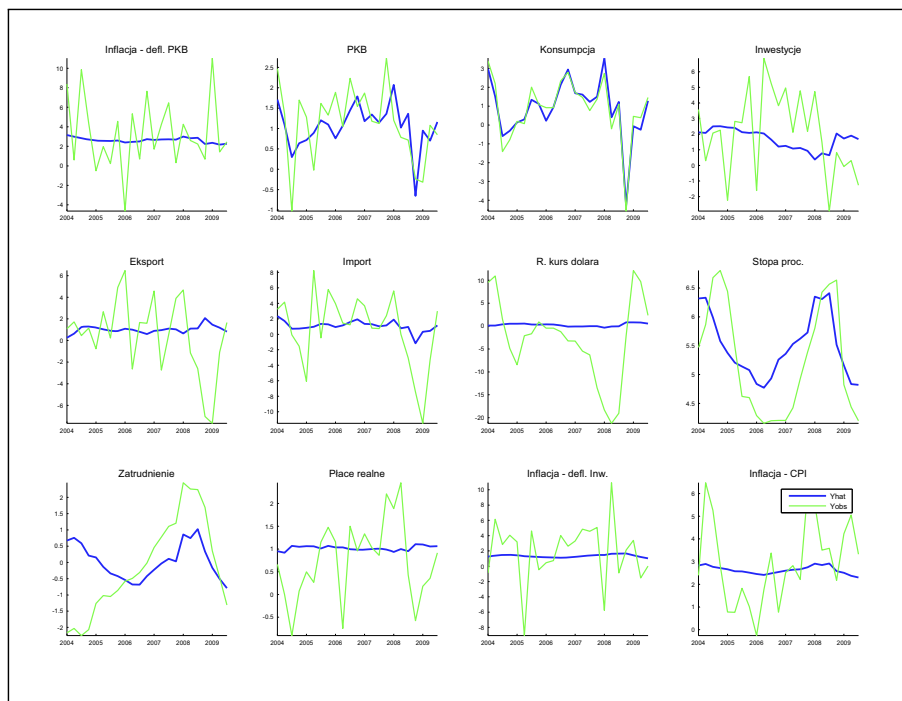
Zestaw procedur obliczeniowych, jakie zbudowano dla modeli w reprezentacji przestrzeni stanów umożliwia wykonanie dekompozycji historycznych, a zatem badanie wpływu szoków (grup szoków) na przebieg zmiennych obserwowalnych w całym historycznym kontekście zdarzeń; zestaw ten pozwala prowadzić eksperymenty kontrfaktyczne odpowiadające na pytanie, jak przebiegałyby ścieżki zmiennych, gdyby dane szoki nie pojawiły się. Ocenimy zatem wpływ i rolę danych zaburzeń dla rzeczywistego ciągu wydarzeń z uwzględnieniem interakcji między innowacjami (np. efektu znoszenia się, synergii), stanu gospodarki w konkretnych punktach czasu itp. Mówimy tu nie o teoretycznym czy potencjalnym wpływie zaburzeń na zmienne obserwowalne modelu, tak jak to jest w przypadku dekompozycji wariancji czy funkcji reakcji, ale o rzeczywistym wpływie na historyczne zdarzenia. Dekompozycje wariancji i funkcje reakcji są wyznaczone przy założeniu, że gospodarka znajduje się w stanie ustalonym, a badana innowacja zaburzenia występuje pojedynczo i jej efekty nie są zniekształcane innymi szokami. Dekompozycje historyczne prowadzimy przy uwzględnieniu ewentualne odchyień wszystkich zmiennych od stanu ustalonego oraz nakładania/znoszenia się efektów innych szoków. Korzystając z takiej aparatury, można zatem podjąć próbę wskazania zaburzeń, które miały największe znaczenie dla konkretnych zmiennych lub/i epizodów historycznych. W charakterze prezentacji możliwości analitycznej tej aparatury przedstawiamy ćwiczenie dotyczące poszukiwania zaburzeń kluczowych w przebiegu poszczególnych zmiennych obserwowalnych (analizę ograniczymy do okresu po 2004 roku).

Rysunki 8.1-8.2 przedstawiają trajektorie zmiennych obserwowalnych, ich przebieg historyczny (zielona linia) oraz hipotetyczny (niebieska linia) — w pierwszym przypadku, gdy uwzględniamy

Rysunek 8.1. Dekompozycje historyczne — brak zaburzenia preferencji konsumpcji



Rysunek 8.2. Dekompozycje historyczne — tylko zaburzenie preferencji konsumpcji

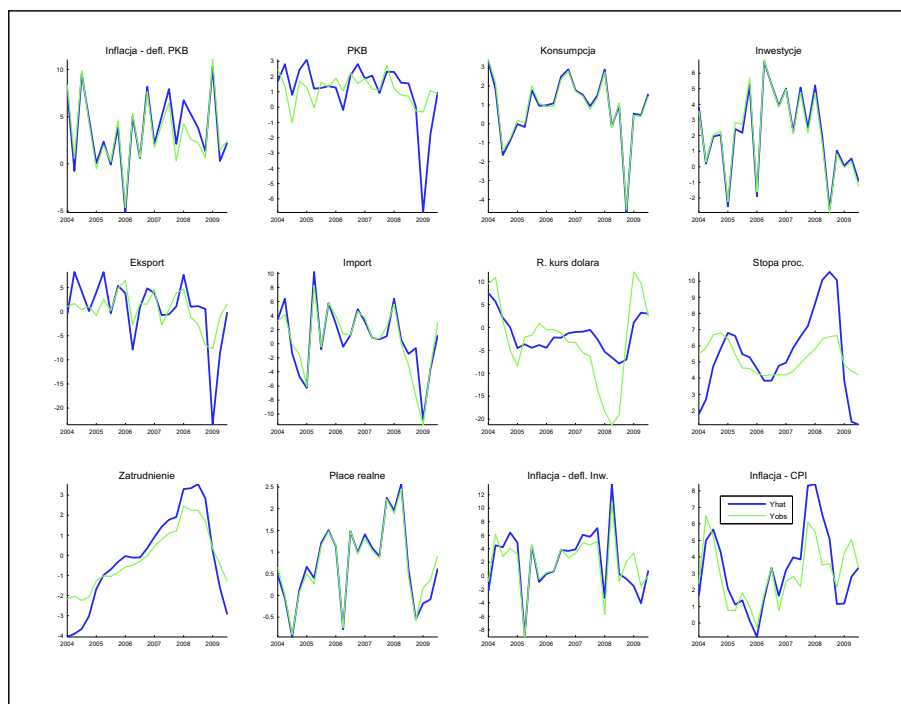


jedynie zaburzenie preferencji konsumpcji, w drugim, gdy występują wszystkie zaburzenia z wyjątkiem zaburzenia preferencji konsumpcji. W każdym razie uzyskujemy przebiegi zmiennych wynikające z odchylenia gospodarki od stanu ustalonego, uwzględnionych zaburzeń oraz zależności między zmiennymi endogenicznymi modelu. Wspomniane wykresy pokazują zatem, że konsumpcja była w badanym okresie kategorią zależną praktycznie jedynie od egzogenicznego szoku preferencji, rola szoków fiskalnych, technologicznych czy preferencji podaży pracy wskazywanych w dekompozycji wariancji jako ważne (zwłaszcza w dłuższym horyzoncie, por. rozdz. 7.1) pozostaje trudna do zauważenia. Prowadząc analogiczne badania zauważamy, że ścieżkę nakładów inwestycyjnych wyznacza stacjonarne zaburzenie technologiczne w inwestycjach. Rolę szoków niestacjonarnych czy preferencji trudno zaobserwować. W przypadku eksportu nie można znaleźć pojedynczego zaburzenia, które wyjaśniałoby dominującą/większą część wariancji tej zmiennej (pozwalałoby odtworzyć jej historyczną trajektorię). Eksperymentalnie ustalono, że dla odtworzenia przebiegu eksportu w badanym fragmencie próby potrzebne są zaburzenia zewnętrzne ujęte w modelu SVAR (z wyjątkiem stóp procentowych) oraz zaburzenia marż w eksporcie oraz marż w imporcie komponentów eksportu. Dla importu kluczowymi okazały się zaburzenia marż dóbr importowanych (konsumpcyjnych, inwestycyjnych oraz komponentów eksportu) oraz marży eksportu.

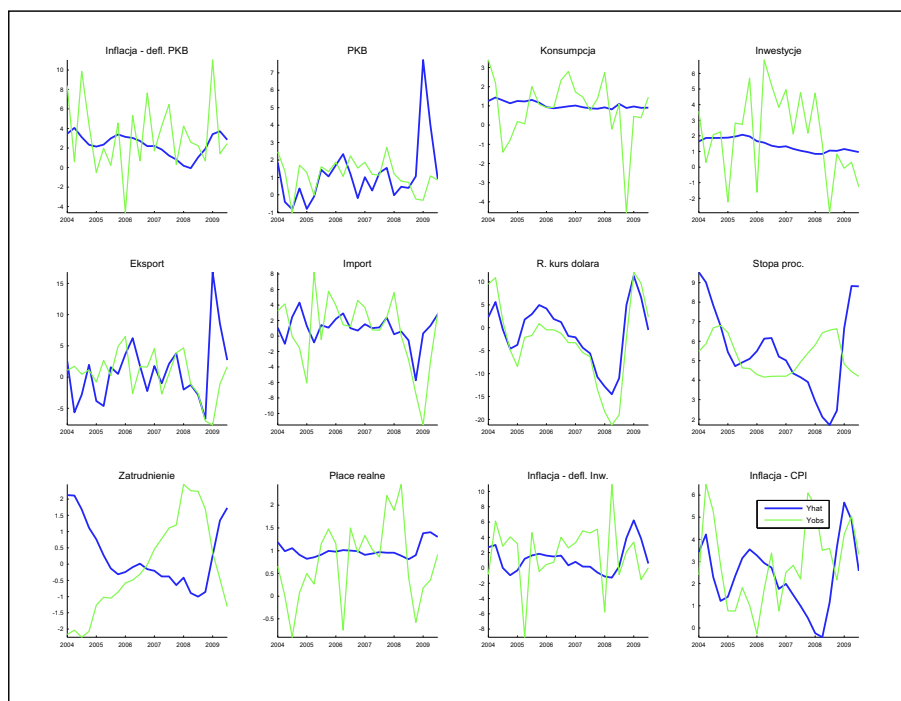
Proponowana powyżej metoda pozwala stwierdzić, że wahania deflatora PKB wynikają w badanym okresie z realizacji zaburzenia celu inflacyjnego oraz marży dóbr produkowanych w kraju. Z kolei trajektorię deflatora inwestycji można odtworzyć wykorzystując zaburzenia marż importowanych dóbr inwestycyjnych oraz stacjonarne zaburzenie technologiczne w inwestycjach. Tak dla deflatora PKB, jak i deflatora inwestycji w ostatnich 2–3 latach znaczenie ma także premia za ryzyko kursowe. Do odtworzenia (uzyskania względnie poprawnej aproksymacji) trajektorii płac realnych w latach 2004–2009 potrzeba czterech zaburzeń: marż płac, preferencji podaży pracy, celu inflacyjnego oraz marż dóbr produkowanych w kraju.

Jak pokazują rysunki 8.3 i 8.4, historyczny przebieg realnego kursu dolara można odtworzyć korzystając z zaburzenia premii za ryzyko oraz trzech komponentów modelu SVAR: zmiany nominalnego kursu krzyżowego oraz inflacji w USA i strefie euro (realnego kursu krzyżowego). Dla pozostałych zmiennych obserwowalnych (PKB, CPI, krajowa stopa procentowa, zatrudnienie) bardzo trudno ustalić wąski zestaw szoków, który pozwalałby odtworzyć przebiegi w badanej próbie.

Rysunek 8.3. Dekompozycje historyczne — brak zaburzeń premii za ryzyko i realnego kursu krzyżowego



Rysunek 8.4. Dekompozycje historyczne — tylko zaburzenie premii za ryzyko i realnego kursu krzyżowego



8.2 Technika prognozowania

$\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$ jest przykładem liniowego modelu DSGE formułowanego w reprezentację przestrzeni stanów. Dla tej klasy modeli początkowym etapem sporządzania prognozy jest zidentyfikowanie wartości wektora zmiennych stanu (za pomocą filtru Kalmana) w punkcie startowym prognozy czyli określenie w jakim stanie, z perspektywy modelu, znajduje się gospodarka. Dysponując wartościami wektora zmiennych stanu w punkcie startowym możemy sporządzić prognozę warunkową lub bezwarunkową, punktową lub stochastyczną. Ponieważ wszystkie zmienne egzogeniczne modelu (zaburzenia) są opisane znanymi procesami stochastycznymi, nie potrzeba żadnych zewnętrznych założeń dotyczących zmiennych egzogenicznych. Prognoza bezwarunkowa, zakładająca, że w przyszłości nie zrealizują się żadne nowe szoki, ma tę cechę, że wszystkie zaburzenia zidentyfikowane w punkcie startowym będą wygasać i po odpowiednim długim czasie (na mocy konstrukcji modelu) zmienne powrócą do równowagi długookresowej — ilustruje to np. dodatek C. W najprostszym przypadku tak sporządzona prognoza może być prognozą punktową, ale bardziej naturalnym środowiskiem estymowanych modeli DSGE (w tym $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$) jest świat uwzględniający istnienie niepewności. W naszym przypadku możliwe jest kwantyfikowanie ryzyka związanego z:

- niepewnością parametrów — gdy prowadzona jest (pełna) estymacja bayesowska, dysponujemy informacją o całych rozkładach, w przypadku estymacji klasycznej można wykorzystać błędy ocen parametrów,
- niepewnością stanu w punkcie startowym — uwzględnia niepewność związaną z prognozą zmiennych stanu,
- niepewnością przyszłych szoków — informacje o wariancji szoków pozwalają na generowanie niepewności związanej z realizacją szoków w przyszłości,
- błędami pomiaru — prognozy obserwowalnych zmiennych są dodatkowo obciążone niepewnością związaną z pomiarem (obserwacją) zmiennych obserwowalnych.

Choć lista ta nie obejmuje wszystkich potencjalnie ważnych źródeł niepewności (np. szerzej rozumiana niepewność modelu, danych, niepewność w sensie F. Knighta, por. np. Kłós (2004)), sam fakt możliwości (selektywnego) kwantyfikowania istotnej części ryzyka, wyznaczania np. przedziałów wiarygodności, pokazuje potencjał tej klasy modeli DSGE.

Za pomocą modelu $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$ mogą być także tworzone prognozy warunkowe (scenariuszowe), tj. przy założonej ścieżce jednej lub więcej zmiennych obserwowalnych¹. Ponieważ cały czas obowiązuje zasada, że to szoki wyjaśniają zachowania zmiennych, użytkownik musi wskazać, jakie zaburzenia mają gwarantować spełnienie założonej ścieżki, co pozwala na jednoznaczne dobranie wartości szoków². Dla tej techniki stworzono test na umiarkowanie interwencji (ang. *modest intervention*) Leepera i Zha (2003), por. także Adolfson i in. (2005a);

¹Ten typ prognoz określa się w literaturze prognozami warunkowymi w sensie Waggonera-Zha lub Leepera-Zha, por. np. Waggoner i Zha (1999).

²Przy tworzeniu scenariusza można oczywiście zacząć od szoków, tj. zadeklarować określone wartości szoków, jako zdarzeń, których efekty badamy. Jakkolwiek zaburzenia mają interpretację ekonomiczną, co może nam pomóc w ustaleniu odpowiedniej wielkości innowacji, to najczęściej ten sposób postępowania wymaga monitorowania reakcji zmiennych obserwowalnych, co do których mamy intuicję i wiedzę, i dopiero to daje nam podstawy do ostatecznego ustalenia wielkości szoków.

jego celem jest sprawdzenie, czy wartości szoków, które muszą zostać zrealizowane w celu spełnienia założonej ścieżki nie są zbyt duże. Duże wartości szoków zmniejszają wiarygodność warunkowej prognozy ponieważ w rzeczywistości mogłyby zostać potraktowane przez podmioty gospodarcze jako zmiana obowiązującego reżimu gospodarczego i zmienić ich zachowanie (zgodnie z krytyką Lucasa).

Standardowo, w powyższej technice konstrukcji prognoz warunkowych do wypełnienia założonej ścieżki zmiennych obserwowalnych używa się szoków nieoczekiwanych. W pewnych sytuacjach ścieżki, na których warunkujemy, mogą być powszechnie znane (np. oczekiwane zmiany podatkowe) i nie mogą/nie powinny być traktowane jako zdarzenia nieoczekiwane. Wówczas jest możliwe wykorzystanie szoków oczekiwanych, które pozwalają podmiotom zareagować już na samą informację o przyszłym zdarzeniu, a zrealizowanie się szoku w przyszłości nie jest zaskoczeniem.

Szczególnym przypadkiem prognoz warunkowych, interesującym z punktu widzenia banku centralnego, są prognozy wykorzystujące założenia dotyczące stopy procentowej. Zgodnie z historycznie ukształtowaną tradycją prognozy, a w zasadzie projekcje, w bankach centralnych powstają (często) przy założeniu egzogenicznej stopy procentowej (stałej lub implikowanej oczekiwaniami rynkowymi). W świecie racjonalnych podmiotów (antycypujących i optymalizujących) bardzo trudno jednak odpowiedzieć na pytanie, jakie będą ich reakcje (decyzje), gdy bank centralny na kilka, kilkanaście kwartałów zaprzestanie wykorzystywać regułę znaną podmiotom, tzn. gdy przestanie modyfikować stopę procentową stosownie do zachodzących zdarzeń. Wielokwartalna przerwa w funkcjonowaniu banku centralnego nie mieści się w standardach, więc wiedza, że bank centralny zacznie zachowywać się „niestandardowo” skłoni podmioty do „niestandardowych” zachowań. Jeśli zaś, na mocy założenia, wykluczmy możliwość przewidzenia przez podmioty „niestandardowej” postawy banku centralnego, dochodzimy do sprzeczności z pierwotnym założeniem o racjonalności podmiotów. W pierwszym przypadku uzyskujemy „irracjonalne” prognozy ścieżek zmiennych (efekt założenia o „niestandardowej” polityce banku) — problem ten porusza np. Laséen i Svensson (2009). W drugim przypadku ewentualne projekcje będą wewnętrznie niespójne i podlegają krytyce Lucasa. W każdym przypadku więc projekcja nie dostarcza miarodajnej, poprawnej metodologicznie, odpowiedzi na zadane pytanie. Rozwiązaniem problemu jest sporządzanie prognoz przy założeniu endogenicznej stopy procentowej.

8.3 Własności prognostyczne modelu $\text{SOE}^{\text{PL}-2009}$ w próbie

Dysponując obserwacjami zmiennych obserwowalnych Y_t dla $t = 0, 1, 2, \dots, T$, jakość prognoz modelu w próbie możemy weryfikować poprzez porównanie wartości teoretycznych zmiennych obserwowalnych, oznaczanych przez \hat{Y}_t , z prawdziwymi ich wartościami w próbie Y_t dla $t = 1, 2, \dots, T-1$. Zmienne obserwowalne są prognozowane na $h = 1, 2, \dots, H$ okresów do przodu, gdzie H jest maksymalnym horyzontem prognozy. Prognozę zmiennych obserwowalnych na okres $t + h$ wykonaną w okresie t oznaczamy przez \hat{Y}_{t+h} , a prawdziwą wartość zmiennych

obserwowalnych w okresie $t + h$ przez Y_{t+h} . Różnica:

$$\gamma_{t+h} = Y_{t+h} - \hat{Y}_{t+h}$$

nazywana jest błędem prognozy z okresu t dla horyzontu prognozy h . Przechodząc przez $t = 0, 1, 2, \dots, T - h$, można wyznaczyć różne statystyki błędów prognoz γ_{t+h} w zależności od ustalonego horyzontu prognozy $h = 1, 2, \dots, H$. Na ich podstawie są konstruowane miary jakości prognostycznej modelu. Analizie zostaną poddane miary jednowymiarowe oraz wielowymiarowe (łącznie).

W prezentowanych niżej ćwiczeniach przyjmujemy maksymalny horyzont prognozy $H = 12$ kwartałów, a próba, na której dokonujemy obliczeń obejmuje lata 2004:4–2009:3, tzn. okres po przystąpieniu Polski do Unii Europejskiej. Badanie obejmuje zatem najbardziej burzliwy okres kryzysu finansowego (2008:2–2009:3), który trudno uznać za typowy czy reprezentatywny.

8.3.1 Jednowymiarowe miary jakości prognostycznej

Z grupy jednowymiarowych miar jakości prognostycznej wykorzystamy dwie: pierwiastek średniego błędu kwadratowego, w skrócie RMSE od ang. *root mean square error* (nazywany też błędem średniokwadratowym) oraz średni błąd procentowy, w skrócie MPE od ang. *mean percentage error*.

Pierwiastek średniego błędu kwadratowego dla horyzontu prognozy $h = 1, 2, \dots, H$ dla i -tej zmiennej obserwowalnej jest liczony jako:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=0}^{T-h} (\gamma_{t+h}(i))^2}{T-h+1}}$$

gdzie: $\gamma_{t+h}(i)$ oznacza i -ty element wektora γ_{t+h} . RMSE informuje o tym, o ile prognoza \hat{Y}_{t+h} średnio różni się co do wartości bezwzględnej od prawdziwej wartości zmiennej obserwowalnej Y_t . Średni błąd procentowy dla horyzontu prognozy $h = 1, 2, \dots, H$ dla i -tej zmiennej obserwowalnej jest liczony jako:

$$MPE = \frac{\sum_{t=0}^{T-h} \frac{\gamma_{t+h}(i)}{Y_{t+h}}}{T-h+1}$$

wielkość ta informuje, o ile procent prognoza \hat{Y}_{t+h} średnio różni się od prawdziwej wartości zmiennej obserwowalnej Y_t . Zasadniczą funkcją tej miary jest pokazywanie ewentualnego obciążenia. Gdy rzeczywista wartość prognozowanej zmiennej przyjmuje wartości bliskie zeru, relacja $\frac{\gamma_{t+h}(i)}{Y_{t+h}}$ staje się bardzo duża, nawet przy umiarkowanym $\gamma_{t+h}(i)$.

Analiza błędów RMSE wskazuje na kilka systematycznych cech własności prognostycznych modelu DSGE SOE^{PL-2009}. Po pierwsze, błędy prognoz inflacji (krajowej, dóbr konsumpcyjnych, dóbr inwestycyjnych i CPI) rosną do horyzontu około 3–4 kwartałów, a następnie spadają. Oznacza to, że najmniej narażona na błędy jest prognoza inflacji na 1–2 kwartałów, a potem następnie w okolicach horyzontu 7–11 kwartałów, w zależności od rodzaju inflacji. Największym błędem obarczona jest prognoza inflacji w perspektywie 3–5 kwartalnej. Inaczej układa się

skuteczność prognostyczna modelu w przekroju horyzontów prognozy dla pozostałych zmiennych, kiedy błąd prognozy RMSE wykazuje tendencję do wzrostu wraz z długością horyzontu. Po drugie, poza pojedynczymi przypadkami, model zawsze wygrywa skutecznością prognostyczną z modelem naiwnym. Przewaga modelu DSGE ma wyraźną tendencję do wzrostu wraz z wydłużaniem horyzontu prognozy. Po trzecie, inspekcja błędów MPE wskazuje, że prognozy większości zmiennych są obciążone, czyli systematycznie niedoszacowane lub przeszacowane niezależnie od horyzontu prognozy. Wnioski te formułujemy na podstawie danych szczegółowej analizowanych w dodatku D.

8.3.2 Wielowymiarowe miary jakości prognostycznej

Wielowymiarowa analiza błędów prognostycznych modelu³ opiera się na macierzy kowariancji błędów Ω_h , którą wyznacza się na podstawie wektorów reszt $\gamma_{t+h} = Y_{t+h} - \hat{Y}_{t+h}$ dla ustalonego horyzontu prognozy $h = 1, 2, \dots, H$:

$$\Omega_h = \frac{\sum_{t=1}^{T-H} \gamma_{t+h} \Phi \gamma_{t+h}^T}{T-h}$$

gdzie Ψ jest macierzą skalującą. W obliczeniach przyjęto, że Ψ jest macierzą diagonalną z wariancjami kolejnych błędów prognoz na głównej przekątnej. Dla macierzy Ω_h wyznacza się jej wartości własne λ_i^h i odpowiadające im wektory własne v_i^h . Wyznaczenie wektorów własnych macierzy Ω_h jest równoznaczne z wyznaczeniem tzw. głównych składowych błędów prognoz γ_{t+h} dla $t = 0, 1, 2, \dots, T - H$. Główne składowe są ortogonalnymi kierunkami, wzdłuż których realizuje się określona część zmienności (wariancji) błędów prognoz. Każdy wektor własny macierzy Ω_h określa jeden taki kierunek. Im większa jest wartość własna związana z tym wektorem własnym, tym większa zmienność błędów realizuje się na tym kierunku. Jeśli więc wybrać wektory własne, czyli kierunki — główne składowe, którym odpowiadają największe wartości własne — i sprawdzić, które zmienne tworzą te kierunki w największym stopniu, to okaże się, które zmienne generują największe błędy w procesie prognostycznym. Łatwo przy tym sprawdzić, jaka jest kontrybucja kolejnych zmiennych do wariancji wzdłuż któregośkolwiek z kierunków, gdyż udziały zmiennych są kwadratami ich współrzędnych w wektorze własnym definiującym ten kierunek. Analizę taką można przeprowadzić dla każdego horyzontu prognozy $h = 1, 2, \dots, H$, co daje klarowny obraz kształtowania się błędów prognoz w zależności od horyzontu prognozy. Dla celów prezentacyjnych przytaczamy wyniki dla horyzontów $h = 1, 4, 8, 12$ oraz, dla każdego horyzontu, dla kierunków związanych z czterema największymi wartościami własnymi.

Tabele 8.1 – 8.4 przedstawiają, jak w zależności od horyzontu prognozy zmieniają się udziały zmiennych generujących największe błędy prognoz w całkowitej wariancji tych błędów. Uwzględniono zmienne o co najmniej 10% kontrybucji. Tabela 8.1 wskazuje, że na pierwszym — najistotniejszym — ze zidentyfikowanych kierunków realizują się głównie błędy prognoz eksportu, importu i realnego kursu dolara (oXu). Kontrybucja każdej z tych zmiennych jest znaczna,

³Interesujący przegląd technik analizy błędów prognoz modeli DSGE przedstawiają Adolfson i in. (2005c).

niezależnie od horyzontu prognozy, jednak udział α_X maleje dla horyzontów powyżej 9–10 kwartałów.

Tablica 8.1. Pierwszy kierunek o największej wariancji błędów prognoz

Zmienna	h=1	h=4	h=8	h=12
Eksport	0.26	0.27	0.20	0.37
Import	0.40	0.33	0.33	0.25
Realny kurs dolara	0.20	0.30	0.40	0.27

Uwagi: wartości własne dla pierwszego kierunku wynoszą 72, 478, 407 i 583 dla horyzontów prognoz 1, 4, 8 i 12 odpowiednio.

Tablica 8.2. Drugi kierunek o największej wariancji błędów prognoz

Zmienna	h=1	h=4	h=8	h=12
Inwestycje	0.05	0.07	0.04	0.13
Eksport	0.04	0.04	0.16	0.07
Import	0.08	0.16	0.20	0.24
Realny kurs dolara	0.68	0.62	0.41	0.25
EUR/USD	0.04	0.00	0.11	0.16

Uwagi: wartości własne dla drugiego kierunku wynoszą 26, 110, 104 i 188 dla horyzontów prognoz 1, 4, 8 i 12 odpowiednio.

Tabela 8.2 wskazuje, że na drugim ze zidentyfikowanych kierunków największy udział w błędach prognoz ma realny kurs dolara (α_X), przy czym dla horyzontów powyżej 8 kwartału udział ten wynosi nawet 80%. Dla horyzontów między 1 a 6 kwartałem znaczny udział ma eksport, a między 7 a 10 kwartałem import. Dla krótkich horyzontów niezanedbywalną kontrybucję wykazują import i kurs EUR/USD, natomiast udział inwestycji jest umiarkowany, ale realizuje się dla większości horyzontów.

Tablica 8.3. Trzeci kierunek o największej wariancji błędów prognoz

Zmienna	h=1	h=4	h=8	h=12
Inwestycje	0.00	0.01	0.26	0.45
Eksport	0.00	0.00	0.01	0.14
Wydatki rządowe	0.19	0.23	0.13	0.00
EUR/USD	0.62	0.65	0.35	0.23

Uwagi: wartości własne dla trzeciego kierunku wynoszą 11, 25, 32 i 45 dla horyzontów prognoz 1, 4, 8 i 12 odpowiednio.

Jak widać z tabeli 8.3 na trzecim ze zidentyfikowanych kierunków dla krótkich horyzontów, 1–4 kwartały, dominującą kontrybucję do błędów prognoz wykazują inwestycje, natomiast dla horyzontów powyżej 6 kwartałów wydatki rządowe i, przede wszystkim, kurs EUR/USD.

Na czwartym ze zidentyfikowanych kierunków, tabela 8.4, dla horyzontów do 5–6 kwartałów największy udział w błędach prognoz mają inwestycje i kurs EUR/USA, dla horyzontów 6–8 kwartalnych eksport i kurs EUR/USD, natomiast dla 12-kwartalnego horyzontu prognozy dominują inwestycje.

8.3.3 Prognozy kroczące

Rysunki 8.5–8.6 przedstawiają historyczne przebiegi zmiennych obserwowalnych (gruba linia) oraz ciąg prognoz o 12-kwartalnym horyzoncie (wykonanych zgodnie z opisem z początku pa-

Tablica 8.4. Czwarty kierunek o największej wariancji błędów prognoz

Zmienna	h=1	h=4	h=8	h=12
Inflacja inw.	0.10	0.46	0.57	0.1
Inwestycje	0.52	0.46	0.57	0.1
Wydatki rządowe	0.05	0.00	0.10	0.21
Realny kurs dolara	0.28	0.00	0.02	0.02
EUR/USD	0.13	0.20	0.00	0.00

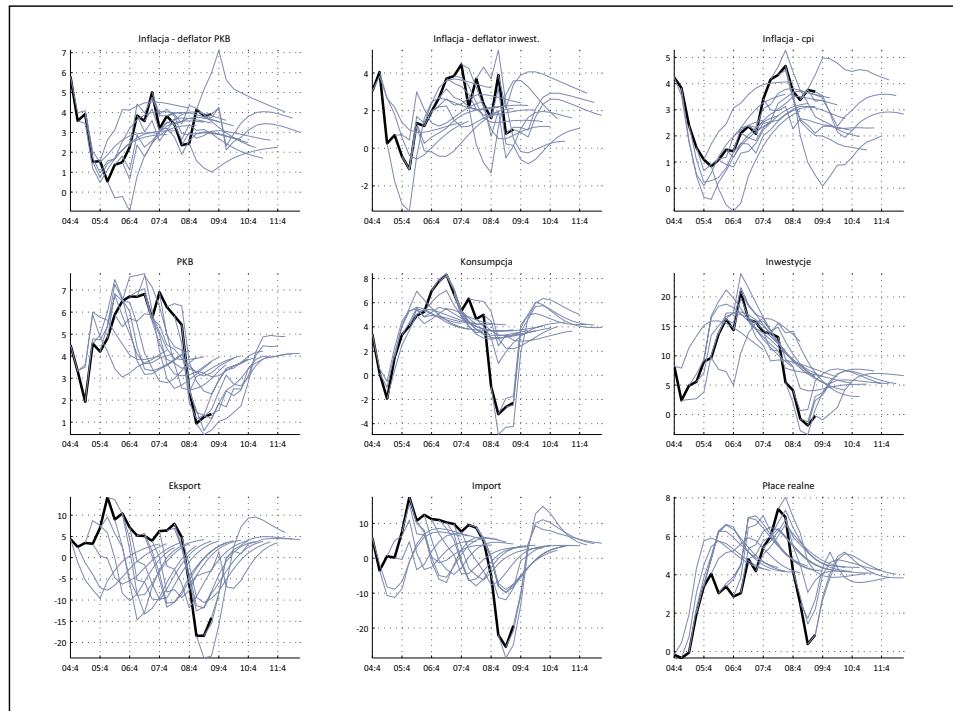
Uwagi: wartości własne dla czwartego kierunku wynoszą 5, 20, 10 i 7 dla horyzontów prognoz 1, 4, 8 i 12 odpowiednio.

ragrafu 8.3), na wykresach zaznaczono roczne dynamiki zmiennych⁴. Korzystając z tej ilustracji, możemy uzupełnić charakterystykę cech prognostycznych modelu SOE^{PL2009} , mamy do wglądu nie tylko formalne miary błędów, ale także zdolność modelu do przewidywania średniookresowych tendencji, punktów zwrotnych, czy też wrażliwość prognoz na nowe informacje.

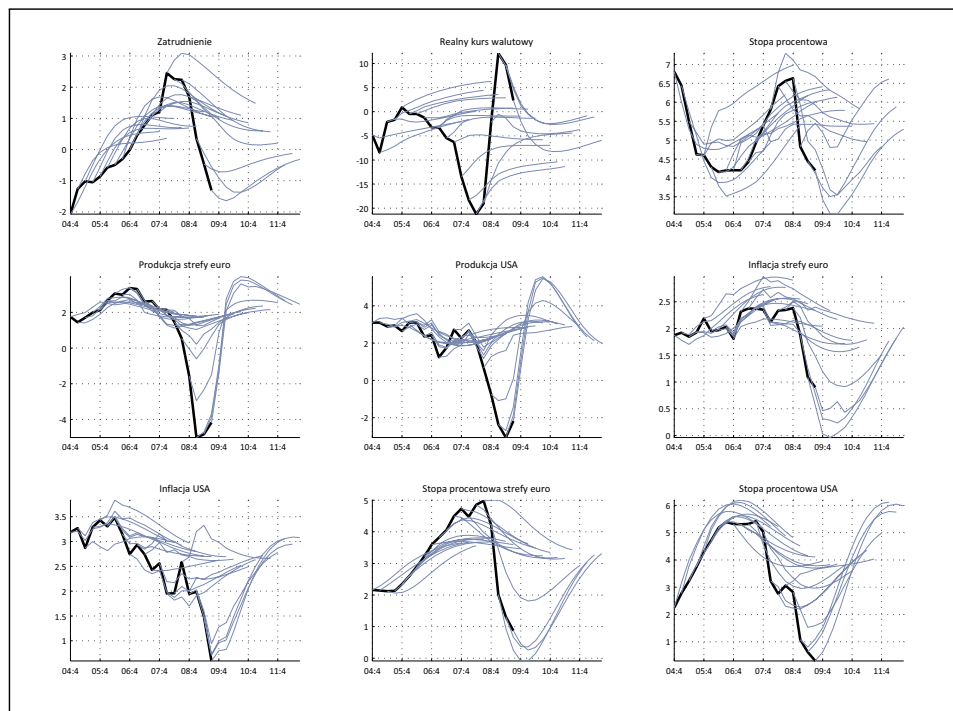
Pierwsze spostrzeżenie, jakie się nasuwa, dotyczy nieco przerysowanego obrazu niedokładności prognoz, który wynika z zaprezentowanych wcześniej miar jednowymiarowych. W przypadku wielu zmiennych (np. konsumpcja, inwestycje) relatywnie duże błędy średniokwadratowe wynikają z pojedynczych obserwacji (jednostkowych dużych błędów z okresu kryzysu finansowego). Wbrew prezentowanym wcześniej miarom konsumpcja, a także inflacja (CPI, deflator PKB), czy nawet inwestycje zdają się być relatywnie trafnie prognozowane. Wyjątkiem jest okres, gdy gospodarka była wystawiona na zaburzenia światowego kryzysu finansowego. Gdy pojawiają się tak gwałtowne szoki, kolejne prognozy (np.) stają się niestabilne (kolejne prognozy różnią się znacznie). Potwierdza się natomiast skłonność modelu do niedoszacowywania dynamiki eksportu i importu (czego efekty widać w prognozach PKB) oraz niewielka siła wyjaśniająca modelu dla kursu walutowego. Podkreślenia wymaga jednak trafne przewidywanie wielu punktów zwrotnych przebiegów inwestycji, PKB oraz inflacji.

⁴Wyjątkiem jest zatrudnienie mające formę odchylen (wielkości absolutnych) od trendu HP i realny kurs dolara wyrażony w formie odchylen od trendu liniowego.

Rysunek 8.5. Prognozy *ex post* dla wybranych zmiennych modelu (cz. 1)



Rysunek 8.6. Prognozy *ex post* dla wybranych zmiennych modelu (cz. 2)



Uwagi końcowe

Zaprezentowany materiał dokumentuje wyniki prac nad wariantem estymowanego, dynamicznego stochastycznego modelu równowagi ogólnej $SOE^{PL-2009}$, który od początku w 2010 roku jest wykorzystywany do budowania średniookresowych prognoz i projekcji procesów inflacyjnych oraz koniunktury gospodarczej w Polsce, tzn. wspomaga i uzupełnia materiały prognostyczne przygotowywane na podstawie tradycyjnego modelu makroekonometrycznego oraz opinii ekspertów w NBP.

Modele DSGE są jednym z ważniejszych narzędzi analiz teoretycznych współczesnej makroekonomii. Nowe koncepcje teoretyczne są rozwijane przy wykorzystaniu modeli DSGE czy też w środowisku gospodarki będącej w dynamicznej równowadze ogólnej. Będąc efektywnym narzędziem badań teoretycznych, modele DSGE stają się także użytecznym narzędziem badań empirycznych. Bardziej kompleksowe prowadzenie estymacji parametrów, zwłaszcza z wykorzystaniem idei ekonometrii bayesowskiej, pozwoliło powiązać motywowane teorią ekonomii modele z danymi — odwoływać się do realnie istniejących gospodarek, badać rzeczywiste epizody, analizować przyczyny obserwowalnych zdarzeń. Wszystko z punktu widzenia jawnie deklarowanego (specyfikacją modelu) paradygmatu ekonomicznego. Ścisłe podstawy teoretyczne i jednoznacznie deklarowany paradygmat są cechami, które ułatwiają interpretację wyników, ale — jak się pierwotnie wydawało — zmniejszają potencjał prognostyczny modeli. Gdy interesuje nas dokładność prognoz, modele eklektyczne, w których mniej czy bardziej przypadkowe korelacje danych pozwalają redukować błędy, dominowały nad modelami z bardziej klarowną (jednoznaczną) treścią ekonomiczną. Dlatego prognostyczne eksperymenty z estymowanym bayesowsko modelem DSGE przeprowadzone przez F. Smetsa i R. Woutersa (2004) spotkały się z dużym zainteresowaniem instytucji prowadzących politykę makroekonomiczną. Eksperymenty te pokazały, że estymowany model DSGE ma nie tylko potencjał analityczny, ale także prognostyczny. Wnioski te potwierdziły się dla innych estymowanych modeli DSGE rozwiniętych i ustabilizowanych gospodarek rynkowych (por. np. Adolfson i in., 2005c; Christoffel i in., 2007b).

Prognozowanie inflacji, koniunktury gospodarczej dla ustabilizowanych, rozwiniętych gospodarek rynkowych różni się jednak od prognozowania reakcji podmiotów poddawanych od kilkunastu lat serii zmian instytucjonalnych, społeczeństw próbujących budować od podstaw instytucje rynkowe oraz kształtować racjonalność makro- i mikroekonomiczną firm, gospodarstw domowych, organizacji społecznych i instytucji państwowych. Postulowane specyfikacją modelu DSGE niezmiennicze zależności, punkty odniesienia (głębokie parametry) definiujące strukturę modelu gospodarki są trudniej identyfikowalne, a ogólna niepewność znacznie większa. Dlatego zadanie budowy modelu DSGE gospodarki polskiej pozwalającego konstruować średniookresowe prognozy i projekcje okazało się zadaniem trudniejszym niż budowa analogicznego modelu np. dla krajów strefy euro. Eksperymenty z rodziną modeli SOE^{PL} pozwalają jednak formułować ostrożny wniosek, że także dla grupy gospodarek, do której zalicza się Polska, można uzyskać model DSGE o istotnym potencjale tak analitycznym, jak i prognostycznym⁵. Używając słowa „potencjał” modelu chcemy zaznaczyć, że — choć uzyskany postęp w stosunku do wcześniejszych wariantów modeli rodziny SOE^{PL} jest znaczący — aktualne właściwości modelu $SOE^{PL-2009}$, w tym prognostyczne, wymagają dalszej pracy, a właśnie potencjał rozwojowy modeli DSGE gwarantuje efektywność takich przedsięwzięć.

⁵Potwierdzają to doświadczenia analityków zajmujących się modelami DSGE w bankach centralnych Węgier i Czech, (por. Benesz i in., 2005; Andrie i in., 2009; Jakab i Világi, 2008).

Część IV

Aneksy

$$\theta^{x'}_t = \begin{bmatrix} 35 & 36 & 37 & 38 & 39 & 40 & 41 & \dots \\ \widehat{y}_t^e & \widehat{\pi}_t^e & \widehat{R}_t^e & \widehat{y}_t^u & \widehat{\pi}_t^u & \widehat{R}_t^u & \Delta \widehat{S}_t^x & \dots \\ 42 & 43 & 44 & 45 & 46 & 47 & 48 & \dots \\ \dots & \widehat{y}_{t-1}^e & \widehat{\pi}_{t-1}^e & \widehat{R}_{t-1}^e & \widehat{y}_{t-1}^u & \widehat{\pi}_{t-1}^u & \widehat{R}_{t-1}^u & \widehat{S}_{t-1}^x \end{bmatrix}$$

Po rozwiązaniu modelu algorytmem Andersona i Moora z postaci strukturalnej eliminowane są (m.in.) zmienne antycypowane. Uzyskujemy zatem zależność:

$$\begin{cases} \tilde{z}_{t+1} = A\tilde{z}_t + B\theta_{t+1} \\ \theta_{t+1} = \rho\theta_t + \epsilon_{t+1} \end{cases}$$

albo

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{z}_{t+1} \\ \theta_{t+1} \end{bmatrix}}_{\xi_{t+1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & B\rho \\ 0 & \rho \end{bmatrix}}_{F_\xi} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{z}_t \\ \theta_t \end{bmatrix}}_{\xi_t} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix}}_{v_{t+1}} \epsilon_{t+1}$$

Model przestrzeni stanów ma formę:

$$\begin{cases} \xi_{t+1} = F_\xi \xi_t + v_{t+1}, & \mathbb{E}(v_{t+1} v'_{t+1}) = Q, \\ \underline{y}_t = A'_x x_t + H' \xi_t + u_t, & \mathbb{E}(u_t u'_t) = R. \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Elementy macierzy występujących w powyższych formułach są funkcjami parametrów modelu DSGE.

Lista zmiennych modelu

Lista zmiennych endogenicznych modelu SOE^{PL-2009}, składowe wektora \tilde{z}_t

1. π_t^d — inflacja liczona dla dóbr pośrednich wytwarzanych w kraju $[= \frac{P_t^d}{P_{t-1}^d}]$
2. π_t^x — inflacja liczona dla dóbr eksportowanych $[= \frac{P_t^x}{P_{t-1}^x}]$
3. π_t^{mc} — inflacja liczona dla importowanych dóbr konsumpcyjnych $[= \frac{P_t^{mc}}{P_{t-1}^{mc}}]$
4. π_t^{mi} — inflacja liczona dla importowanych dóbr inwestycyjnych $[= \frac{P_t^{mi}}{P_{t-1}^{mi}}]$
5. π_t^{mx} — inflacja liczona dla importowanych komponentów eksportu $[= \frac{P_t^{mx}}{P_{t-1}^{mx}}]$
6. \bar{w}_t — płace realne
7. H_t — roboczogodziny
8. c_t — konsumpcja
9. i_t — inwestycje
10. $\psi_{z,t}$ — krańcowa użyteczność dochodu
11. $p_{k',t}$ — cena względna środków trwałych
12. ΔS_t^u — przyrost kursu złotego do dolara USA
13. y_t — produkt krajowy brutto
14. \bar{k}_{t+1} — środki trwałe
15. u_t — poziom wykorzystania środków trwałych
16. q_t — zasób pieniądza gotówkowego
17. m_{t+1} — zasób pieniądza szerokiego
18. μ_t — dynamika podaży pieniądza szerokiego
19. a_t — aktywa zagraniczne netto ogółem
20. a_t^e — aktywa zagraniczne netto w handlu ze strefą euro
21. γ_t^{mcd} — relacja cen import. dóbr konsumpcyjnych do cen krajowych $[= \frac{P_t^{mc}}{P_t^d}]$
22. γ_t^{mid} — relacja cen import. dóbr inwestycyjnych do cen krajowych $[= \frac{P_t^{mi}}{P_t^d}]$
23. γ_t^{mxd} — relacja cen import. komponentów eksportu do cen krajowych $[= \frac{P_t^{mx}}{P_t^d}]$
24. γ_t^{xu} — relacja cen eksportu do cen strefy dolara $[= \frac{P_t^x}{P_t^u}]$
25. x_t^u — realny kurs dolara
26. x_t^x — realny kurs krzyżowy
27. R_t^d — krajowa krótkookresowa stopa procentowa (brutto)
28. E_t — zatrudnienie

Lista zmiennych egzogenicznych modelu SOE^{PL-2009}, składowe wektora $\tilde{\theta}_t$, zaburzenia strukturalne

1. ϵ_t — stacjonarne zaburzenie technologiczne (TFP)
2. Υ_t — stacjonarne zaburzenie inwestycyjne
3. \tilde{z}_t^* — stacjonarne zaburzenie asymetryczne
4. $\mu_{z,t}$ — niestacjonarne zaburzenie technologiczne
5. $\mu_{\psi,t}$ — niestacjonarne zaburzenie technologiczne specyficzne dla inwestycji
6. ζ_t^c — zaburzenie preferencji konsumpcyjnych
7. ζ_t^h — zaburzenie preferencji pracy (podaż pracy)
8. ζ_t^q — zaburzenie preferencji posiadania gotówki
9. λ_t^d — zaburzenie marż krajowych dóbr pośrednich
10. λ_t^{mc} — zaburzenie marż importowanych dóbr konsumpcyjnych
11. λ_t^{mi} — zaburzenie marż importowanych dóbr inwestycyjnych
12. λ_t^{mx} — zaburzenie marż importowanych komponentów eksportu
13. λ_t^x — zaburzenie marży dóbr eksportowanych
14. λ_t^w — zaburzenie marży płac
15. $\tilde{\phi}_t^e$ — zaburzenie premii za ryzyko na rynku euro
16. $\tilde{\phi}_{t-1}^e$ — jw.
17. $\tilde{\phi}_t^u$ — zaburzenie premii za ryzyko na runku dolara
18. $\tilde{\phi}_{t-1}^u$ — jw.
19. $\epsilon_{R,t}$ — zaburzenie stopy procentowej
20. $\bar{\pi}_t^c$ — zaburzenie celu inflacyjnego
21. v_t^w — zaburzenie popytu na kredyt obrotowy na sfinansowania usług pracy
22. v_t^k — zaburzenie popytu na kredyt obrotowy na sfinansowania usług kapitału
23. τ_t^k — zaburzenie podatku kapitałowego
24. τ_t^w — zaburzenie składek ubezpieczeniowych płaconych przez pracobiorców
25. τ_t^s — zaburzenie składek ubezpieczeniowych płaconych przez pracodawców
26. π_t^{oil} — zaburzenie surowcowe (energii)

Lista zmiennych egzogenicznych modelu SOE^{PL-2009}, składowe wektora $\tilde{\theta}_t$, fiskalne zaburzenia obserwowalne

27. τ_t^p — zaburzenie efektywnej stawki podatku od dochodów przedsiębiorstw
28. τ_t^y — zaburzenie efektywnej stawki podatku dochodowego
29. τ_t^c — zaburzenie efektywnej stawki podatku od konsumpcji
30. g_t — konsumpcja rządowa (zbiorowa)

Lista zmiennych egzogenicznych modelu SOE^{PL-2009}, składowe wektora $\tilde{\theta}_t$, zaburzenia obserwowalne gospodarki światowej

35. y_t^e — zaburzenie PKB strefy euro
36. π_t^e — zaburzenie inflacji w strefie euro
37. R_t^e — zaburzenie krótkookresowej stopy procentowej w strefie euro
38. y_t^u — zaburzenie PKB w USA
39. π_t^u — zaburzenie inflacji w USA
40. R_t^u — zaburzenie dolarowej krótkookresowej stopy procentowej
41. ΔS_t^x — zaburzenie zmiany nominalnego kursu krzyżowego

Lista równań postaci strukturalnej modelu

Poniżej przedstawiamy loglinearyzowane równania modelu, zestaw ten pozwala zbudować postać strukturalną modelu i zapisać ją w formie danej przez A.1. Zmienne loglinearyzowane są oznaczane daszkiem. Jawnie zapisano też funkcje głębokich parametrów modelu, którymi są elementy macierzy $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ oraz β_0, β_1 . Konstrukcja macierzy ρ oraz pominiętej w tej formule macierzy wariancji-kowariancji zaburzeń opiera się (m.in.) na wynikach estymacji modeli SVAR omawianych wcześniej.

Inflacja cen krajowych

$$\begin{aligned} (1 + \kappa_d \beta \mu) \widehat{\pi}_t^d &= (1 - \kappa_d) (1 - \beta \mu \rho_\pi) \widehat{\pi}_t^c + \beta \mu \widehat{\pi}_{t+1}^d + \kappa_d \widehat{\pi}_{t-1}^d \\ &+ \frac{(1 - \xi_d)}{\xi_d} (1 - \beta \mu \xi_d) \left[\widehat{w}_t + \varpi \widehat{H}_t - \varpi \widehat{k}_t - \varpi \widehat{u}_t + \frac{\nu^{fw} R}{R^{fw}} \widehat{R}_{t-1} \right. \\ &+ \frac{\nu^{fw} (R - 1)}{R^{fw}} \widehat{v}_t^{fw} + \frac{\varpi}{1 - \varpi} \widehat{\mu}_{\psi,t} + \varpi \widehat{\mu}_{z,t} \\ &\left. + \frac{\tau^s}{1 + \tau^s} \widehat{\tau}_t^s + \nu^\tau (\widehat{\pi}_t^{oil} - \widehat{\pi}_t^u) - \widehat{\epsilon}_t + \widehat{\lambda}_t^d \right] \end{aligned} \quad (A.5)$$

Inflacja cen importowanych dóbr konsumpcyjnych

$$\begin{aligned} (1 + \kappa_{mc} \beta \mu) \widehat{\pi}_t^{mc} &= (1 - \kappa_{mc}) (1 - \beta \mu \rho_\pi) \widehat{\pi}_t^c + \beta \mu \widehat{\pi}_{t+1}^{mc} + \kappa_{mc} \widehat{\pi}_{t-1}^{mc} \\ &+ \frac{(1 - \xi_{mc})}{\xi_{mc}} (1 - \beta \mu \xi_{mc}) \left(\widehat{x}_t^u + (\omega^{mcu} - 1) \widehat{x}_t^x - \frac{c^d}{c \gamma^{cd}} \widehat{\gamma}_t^{mcd} + \widehat{\lambda}_t^{mc} \right) \end{aligned} \quad (A.6)$$

Inflacja cen importowanych dóbr inwestycyjnych

$$\begin{aligned} (1 + \kappa_{mi} \beta \mu) \widehat{\pi}_t^{mi} &= (1 - \kappa_{mi}) (1 - \beta \mu \rho_\pi) \widehat{\pi}_t^c + \beta \mu \widehat{\pi}_{t+1}^{mi} + \kappa_{mi} \widehat{\pi}_{t-1}^{mi} \\ &+ \frac{(1 - \xi_d)}{\xi_{mi}} (1 - \beta \mu \xi_{mi}) \left(\widehat{x}_t^u + (\omega^{miu} - 1) \widehat{x}_t^x + \frac{c^m}{c \gamma^{cmc}} \widehat{\gamma}_t^{mcd} - \widehat{\gamma}_t^{mid} + \widehat{\lambda}_t^{mi} \right) \end{aligned} \quad (A.7)$$

Inflacja cen importowanych komponentów eksportu

$$\begin{aligned} (1 + \kappa_{mx} \beta \mu) \widehat{\pi}_t^{mx} &= (1 - \kappa_{mx}) (1 - \beta \mu \rho_\pi) \widehat{\pi}_t^c + \beta \mu \widehat{\pi}_{t+1}^{mx} + \kappa_{mx} \widehat{\pi}_{t-1}^{mx} \\ &+ \frac{(1 - \xi_{mx})}{\xi_{mx}} (1 - \beta \mu \xi_{mx}) \left(\widehat{x}_t^u + (\omega^{mxu} - 1) \widehat{x}_t^x + \frac{c^m}{c \gamma^{cmc}} \widehat{\gamma}_t^{mcd} - \widehat{\gamma}_t^{mxd} + \widehat{\lambda}_t^{mx} \right) \end{aligned} \quad (A.8)$$

Inflacja cen dóbr eksportowanych

$$\begin{aligned} (1 + \kappa_x \beta \mu) \widehat{\pi}_t^x &= (1 - \kappa_x) (1 - \beta \mu \rho_\pi) \widehat{\pi}_t^c + \beta \mu \widehat{\pi}_{t+1}^x + \kappa_x \widehat{\pi}_{t-1}^x \\ &+ \frac{(1 - \xi_x)}{\xi_x} (1 - \beta \mu \xi_x) \left(-\frac{c^m}{c \gamma^{cmc}} \widehat{\gamma}_t^{mcd} - \widehat{\gamma}_t^{xu} - \widehat{x}_t^u + \omega_x \widehat{\gamma}_t^{mxd} + \widehat{\lambda}_t^x \right) \end{aligned} \quad (A.9)$$

Płace realne

$$\begin{aligned}
& b_w \beta \xi_w \widehat{\pi}_{t+1}^d - b_w \xi_w \left(1 + \kappa_w \beta \frac{c^d}{c \gamma^{cd}} \right) \widehat{\pi}_t^d + b_w \xi_w \kappa_w \frac{c^d}{c \gamma^{cd}} \widehat{\pi}_{t-1}^d \\
& - b_w \kappa_w \beta \xi_w \frac{c^m}{c \gamma^{cm}} \widehat{\pi}_t^{mc} + b_w \xi_w \kappa_w \frac{c^m}{c \gamma^{cm}} \widehat{\pi}_{t-1}^{mc} \\
& + b_w \beta \xi_w \widehat{w}_{t+1} + \left[\lambda^w \sigma_L - b_w (1 + \beta \xi_w^2) \right] \widehat{w}_t + b_w \xi_w \widehat{w}_{t-1} \\
& - (\lambda^w - 1) \widehat{\psi}_{z^+,t} + (\lambda^w - 1) \sigma_L \widehat{H}_t \\
& + (\lambda^w - 1) \widehat{\zeta}_t^h - b_w \beta \xi_w (1 - \kappa_w) \widehat{\pi}_{t+1}^c + b_w \xi_w (1 - \kappa_w) \widehat{\pi}_t^c \\
& + (\lambda^w - 1) \widehat{\lambda}_t^w + \left[\frac{\tau_w (\lambda^w - 1)}{1 - \tau^w} \right] \widehat{\tau}_t^w + \left[\frac{\tau_y (\lambda^w - 1)}{1 - \tau^y} \right] \widehat{\tau}_t^y = 0
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Popyt na usługi pracy

$$\begin{aligned}
\widehat{H}_t = & \frac{1}{(1 - \varpi)} \widehat{y}_t - \frac{1}{(1 - \varpi)} \widehat{\epsilon}_t + \frac{1}{(1 - \varpi)} \frac{\varpi}{1 - \varpi} \widehat{\mu}_{\psi,t} + \frac{\varpi}{(1 - \varpi)} \widehat{\mu}_{z,t} - \frac{\varpi}{(1 - \varpi)} \widehat{k}_t \\
& - \frac{\varpi}{(1 - \varpi)} \widehat{u}_t
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Konsumpcja

$$\begin{aligned}
& \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) b \widehat{c}_{t-1} - \left(\left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right)^2 + \beta b^2 \right) \widehat{c}_t + \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) b \beta \widehat{c}_{t+1} \\
& - \left(\beta b - \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \right) \left(b - \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \right) \frac{c^m}{c \gamma^{cm}} \widehat{\gamma}_t^{mcd} \\
& - \left(\beta b - \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \right) \left(b - \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \right) \widehat{\psi}_{z^+,t} \\
& - b \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \frac{\varpi}{1 - \varpi} \widehat{\mu}_{\psi,t} + \beta b \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \frac{\varpi}{1 - \varpi} \widehat{\mu}_{\psi,t+1} \\
& - b \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \widehat{\mu}_{z,t} + \beta b \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \widehat{\mu}_{z,t+1} \\
& - \left(\beta b - \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \right) \left(b - \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \right) \frac{\tau^c}{(1 + \tau^c)} \widehat{\tau}_t^c \\
& - \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \left(b - \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \right) \widehat{\zeta}_t^c + \beta b \left(b - \left(\mu_{\psi}^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \right) \right) \widehat{\zeta}_{t+1}^c = 0
\end{aligned} \tag{A.12}$$

Inwestycje

$$\begin{aligned}
& \widehat{p}_{k',t} + \widehat{\gamma}_t - \omega_i (\gamma^{imi})^{\eta_i - 1} \widehat{\gamma}_t^{mid} \\
& + \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)^2 \widetilde{S}'' \widehat{i}_{t-1} - (1 + \beta) \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)^2 \widetilde{S}'' \widehat{i}_t + \beta \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)^2 \widetilde{S}'' \widehat{i}_{t+1} \\
& - \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)^2 \widetilde{S}'' \widehat{\mu}_{z,t} + \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)^2 \widetilde{S}'' \beta \widehat{\mu}_{z,t+1} \\
& - \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)^2 \widetilde{S}'' \left(\frac{1}{1 - \varpi} \widehat{\mu}_{\psi,t} \right) + \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)^2 \widetilde{S}'' \beta \left(\frac{1}{1 - \varpi} \widehat{\mu}_{\psi,t+1} \right) = 0
\end{aligned} \tag{A.13}$$

Mnożnik dochodu

$$\begin{aligned} \widehat{\psi}_{z^+,t} = & \widehat{\psi}_{z^+,t+1} - \left(\frac{\varpi}{1-\varpi} \widehat{\mu}_{\psi,t+1} + \widehat{\mu}_{z,t+1} \right) - \widehat{\pi}_{t+1} - \frac{\tau^k}{(1-\tau^k)} \frac{\pi \mu_{z^+} - \beta}{\mu_{z^+} \pi} \widehat{\tau}_{t+1}^k \\ & + \frac{\pi \mu_{z^+} - \beta \tau^k}{\mu_{z^+} \pi} \widehat{R}_t \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Ceny względne środków trwałych

$$\begin{aligned} \widehat{p}_{k',t} = & -\widehat{\psi}_{z^+,t} + \widehat{\psi}_{z^+,t+1} + \beta \frac{1-\delta + \delta \tau^p}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \widehat{p}_{k',t+1} - \frac{\tau^p}{(1-\tau^p)} \frac{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right) - \beta}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \widehat{\tau}_{t+1}^p \\ & + \frac{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right) - \beta (1 + \delta \tau^p - \delta)}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \left(\left[\frac{\nu^w R}{R^{fw}} - \frac{\nu^k R}{R^{fk}} \right] \widehat{R}_t + \frac{\nu^w (R-1)}{R^{fw}} \widehat{\nu}_{t+1}^w \right. \\ & \left. - \frac{\nu^k (R-1)}{R^{fk}} \widehat{\nu}_{t+1}^k + \widehat{w}_{t+1} + \widehat{H}_{t+1} - \left(\widehat{u}_{t+1} + \widehat{k}_{t+1} \right) + \frac{\tau^s}{1+\tau^s} \widehat{\tau}_{t+1}^s \right) \\ & - \frac{1}{1-\varpi} \left(\frac{\beta (1 + \delta \tau^p - \delta)}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \right) \widehat{\mu}_{\psi,t+1} - \left(\frac{\beta (1 + \delta \tau^p - \delta)}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \right) \widehat{\mu}_{z,t+1} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Dynamika nominalnego kursu dolara

$$(1 - \phi_s^e) \Delta \widehat{S}_{t+1}^u = (1 - \phi_s^e) \Delta \widehat{S}_{t+1}^x - \phi_s^e \Delta \widehat{S}_t^x + \phi_s^e \Delta \widehat{S}_t^u + (\widehat{R}_t - \widehat{R}_t^e) + \check{\phi}_a^e a^e \widehat{a}_t^e - \check{\phi}_t^e \quad (\text{A.16})$$

Dochód realny, bilans dla realnego PKB

$$\begin{aligned} \widehat{y}_t = & \frac{g}{y} \widehat{g}_t + \frac{c^d}{y} \widehat{c}_t + \frac{c^d}{y} \eta_c \frac{c^m}{c \gamma_{cmc}} \widehat{\gamma}_t^{mcd} + \frac{i^d}{y} \widehat{i}_t + \frac{i^d}{y} \eta_i \frac{i^m}{i \gamma_{imi}} \widehat{\gamma}_t^{mid} \\ & + \frac{x^d}{x} \frac{x}{y} \left[\frac{y^e}{y^*} \widehat{y}_t^e + \left(1 - \frac{y^e}{y^*} \right) \widehat{y}_t^u - \left(\eta_{fu} + (\eta_{fe} - \eta_{fu}) \frac{y^e}{y^*} \right) \widehat{\gamma}_t^{x,u} \right. \\ & \left. - \eta_{fe} \frac{y^e}{y^*} \widehat{x}_t^x + \widehat{z}_t^{x,+} \right] \\ & + \frac{x}{y} \frac{x^d}{x} \eta_{xx} \omega_x \widehat{\gamma}_t^{mxd} + \frac{k}{y} \frac{\bar{r}^k}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \widehat{u}_t \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Środki trwałe

$$\begin{aligned} \widehat{k}_{t+1} = & \frac{1-\delta}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \widehat{k}_t + \frac{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right) + \delta - 1}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \widehat{i}_t \\ & + \frac{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right) + \delta - 1}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \widehat{\gamma}_t - \frac{1-\delta}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \widehat{\mu}_{z,t} - \frac{1-\delta}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \frac{1}{1-\varpi} \widehat{\mu}_{\psi,t} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Stożenie wykorzystania mocy produkcyjnych

$$\begin{aligned} \hat{u}_t = & \frac{1}{1 + \sigma_a} \left(\left[\frac{\nu^w R}{R^{fw}} - \frac{\nu^k R}{R^{fk}} \right] \hat{R}_{t-1} + \frac{\nu^w (R-1)}{R^{fw}} \hat{v}_t^w - \frac{\nu^k (R-1)}{R^{fk}} \hat{v}_t^k + \hat{w}_t + \hat{H}_t - \hat{k}_t \right. \\ & \left. + \frac{1}{1 - \varpi} \hat{\mu}_{\psi,t} + \hat{\mu}_{z,t} + \frac{\tau^s}{1 + \tau^s} \hat{\tau}_t^s \right) - \frac{1}{1 + \sigma_a} \nu^{a\tau} \left(\Delta \hat{S}_t^u + \hat{\pi}_t^{oil} \right) \end{aligned} \quad (A.19)$$

Gotówka

$$\hat{q}_t = \frac{1}{\sigma_q} \left[\hat{\zeta}_t^q - \hat{\psi}_{z^+,t} + \frac{\tau^k}{(1 - \tau^k)} \hat{\tau}_t^k - \frac{R}{(R-1)} \hat{R}_{t-1} \right] \quad (A.20)$$

Pieniądz szeroki

$$\hat{m}_{t+1} = \hat{\mu}_t + \hat{m}_t - \hat{\pi}_t^d - \frac{\varpi}{1 - \varpi} \hat{\mu}_{\psi,t} - \hat{\mu}_{z,t} \quad (A.21)$$

Dynamika pieniądza szerokiego

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_t = & \frac{q}{m} \hat{q}_t - \hat{m}_t + \hat{\pi}_t + \frac{\nu^k \bar{r}^k k R}{m \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \left[\frac{\nu^w}{R^{fw}} - \frac{\nu^k}{R^{fk}} \right] \hat{R}_{t-1} \\ & + \frac{\nu^k \bar{r}^k k}{m \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \left[1 - \frac{\nu^k (R-1)}{R^{fk}} \right] \hat{v}_t^k \\ & + \frac{\nu^w}{m} \left[\frac{\nu^k \bar{r}^k k}{\left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} \frac{(R-1)}{R^{fw}} + (1 + \tau^s) \bar{w} H \right] \hat{v}_t^w \\ & + \left(\frac{\nu^k \bar{r}^k k}{m \left(\mu_z \mu_{\psi}^{\frac{1}{1-\sigma}} \right)} + \frac{\nu^w}{m} (1 + \tau^s) \bar{w} H \right) \left[\hat{w}_t + \hat{H}_t + \frac{\tau^s}{1 + \tau^s} \hat{\tau}_t^s \right] \\ & + \frac{\varpi}{1 - \varpi} \hat{\mu}_{\psi,t} + \hat{\mu}_{z,t} + \left(1 - \frac{q}{m} \right) \nu^{\tau} \left(\hat{\pi}_t^{oil} - \hat{\pi}_t^u \right) \end{aligned} \quad (A.22)$$

Aktywa zagraniczne netto ogółem. Wersja klasyczna

$$\begin{aligned} \hat{a}_t = & -c^m \hat{c}_t - i^m \hat{i}_t + x \left[1 - (1 - u_x) \left(\eta_{fu} + (\eta_{fe} - \eta_{fu}) \frac{y^e}{y^*} \right) \right] \hat{\gamma}_t^{x,u} \\ & - x \left[u_c \omega^{mcu} + u_i \omega^{miu} + u_x \omega^{mxu} - 1 + (1 - u_x) \eta_{fe} \frac{y^e}{y^*} \right] \hat{x}_t^x \\ & + \frac{c^m c^d}{c} \frac{\eta_c}{\gamma^{cd}} \hat{\gamma}_t^{mcd} + \frac{i^m i^d}{i} \frac{\eta_i}{\gamma^{id}} \hat{\gamma}_t^{mid} + x^m \eta_{xx} (1 - \omega_x) \hat{\gamma}_t^{mxd} \\ & + x (1 - u_x) \left[\frac{y^e}{y^*} \hat{y}_t^e + \left(1 - \frac{y^e}{y^*} \right) \hat{y}_t^u + \hat{z}_t^{x,+} \right] \\ & + \frac{-R a^e}{\pi \mu_{z^+}} \left[\left(\hat{R}_{t-1}^u - \hat{R}_{t-1}^e \right) + a^e \left(\hat{\phi}^u + \hat{\phi}_a^e \right) \hat{a}_{t-1}^e - \left(1 + \hat{\phi}_a^u a^e \right) \frac{1}{a^e} \hat{a}_{t-1}^e \right. \\ & \quad \left. + \left(\hat{\phi}_s^e - \hat{\phi}_s^u \right) \Delta \hat{S}_t^u + \left(1 - \hat{\phi}_s^e \right) \Delta \hat{S}_t^x + \left(\hat{\phi}_s^e - \hat{\phi}_s^u \right) \Delta \hat{S}_{t-1}^u - \hat{\phi}_s^e \Delta \hat{S}_{t-1}^x \right. \\ & \quad \left. + \hat{\phi}_{t-1}^u - \hat{\phi}_{t-1}^e \right] \end{aligned} \quad (A.23)$$

Aktywa zagraniczne netto ogółem. Bilans dochodów i wydatków ogółem

$$\begin{aligned}
& \widehat{a}_t + g \widehat{g}_t + (c^d + c^m) \widehat{c}_t + (i^d + i^m) \widehat{i}_t = \\
& = \frac{-R a^e}{\pi \mu_{z^+}} \left[(\widehat{R}_{t-1}^u - \widehat{R}_{t-1}^e) + a^e (\tilde{\phi}^u + \tilde{\phi}_a^e) \widehat{a}_{t-1}^e \right. \\
& \quad - (1 + \tilde{\phi}_a^u a^e) \frac{1}{a^e} \widehat{a}_{t-1} + (\tilde{\phi}_s^e - \tilde{\phi}_s^u) \Delta \widehat{S}_t^u \\
& \quad \left. + (1 - \tilde{\phi}_s^e) \Delta \widehat{S}_t^x + (\tilde{\phi}_s^e - \tilde{\phi}_s^u) \Delta \widehat{S}_{t-1}^u - \tilde{\phi}_s^e \Delta \widehat{S}_{t-1}^x + \widehat{\phi}_{t-1}^u - \widehat{\phi}_{t-1}^e \right] \\
& - x \left[(u_c \omega^{mcu} + u_i \omega^{miu} + u_x \omega^{mxu}) - 1 \right] \widehat{x}_t^x + x \widehat{\gamma}_t^{xu} \\
& + \frac{c^d c^m}{c} \frac{\eta_c}{\gamma^{cd}} (1 - \gamma^{mcd}) \widehat{\gamma}_t^{mcd} + \frac{i^d i^m}{i} \frac{\eta_i}{\gamma^{id}} (1 - \gamma^{mid}) \widehat{\gamma}_t^{mid} \\
& + y \left(\frac{\lambda^d - 1}{\lambda^d} \right) \widehat{y}_t + \frac{y(1-\varpi)}{\lambda^d} \widehat{H}_t + \frac{y \varpi \widehat{k}}{\lambda^d} + \frac{y \varpi}{\lambda^d} \left(\frac{R^{fk} - 1}{R^{fk}} \right) \widehat{u}_t \\
& + \frac{y}{\lambda^d} \left((1 - \varpi) \frac{R^{fw} - 1}{R^{fw}} + \varpi \frac{R^{fk} - 1}{R^{fk}} - 1 \right) v^\tau (\widehat{\pi}_t^{oil} - \widehat{\pi}_t^u) \\
& + \frac{y}{\lambda^d} \widehat{\epsilon}_t - \frac{y \varpi}{\lambda^d} \frac{1}{1 - \varpi} \widehat{\mu}_{\psi,t} - \frac{y \varpi}{\lambda^d} \widehat{\mu}_{z,t}
\end{aligned} \tag{A.24}$$

Aktywa zagraniczne netto w euro

$$\widehat{a}_t^e = \frac{1}{a^e \tilde{\phi}_a^u} \left[(\widehat{R}_t - \widehat{R}_t^u) - (1 - \tilde{\phi}_s^u) \Delta \widehat{S}_{t+1}^u + \tilde{\phi}_a^u \widehat{a}_t + \tilde{\phi}_s^u \Delta \widehat{S}_t^u - \widehat{\phi}_t^u \right] \tag{A.25}$$

Równanie to uzyskano, zakładając, że aktywa zagraniczne netto a^u są niezerowe w stanie ustalonym.

Relacja cen importowanych dóbr konsumpcyjnych

$$\widehat{\gamma}_t^{mcd} = \widehat{\gamma}_{t-1}^{mcd} + \widehat{\pi}_t^{mc} - \widehat{\pi}_t^d \tag{A.26}$$

Relacja cen importowanych dóbr inwestycyjnych

$$\widehat{\gamma}_t^{mid} = \widehat{\gamma}_{t-1}^{mid} + \widehat{\pi}_t^{mi} - \widehat{\pi}_t^d \tag{A.27}$$

Relacja cen importowanych dóbr eksportowanych

$$\widehat{\gamma}_t^{mxd} = \widehat{\gamma}_{t-1}^{mxd} + \widehat{\pi}_t^{mx} - \widehat{\pi}_t^d \tag{A.28}$$

Relacja cen eksportu do cen strefy dolara

$$\widehat{\gamma}_t^{xu} = (\widehat{\gamma}_{t-1}^{xu} + \widehat{\pi}_t^x - \widehat{\pi}_t^u) \tag{A.29}$$

Realny kurs dolara

$$\widehat{x}_t^u = \widehat{x}_{t-1}^u + \Delta \widehat{S}_t^u + \widehat{\pi}_t^u - (1 - \omega_c) (\gamma^{cd})^{\eta_c - 1} \widehat{\pi}_t^d - \omega_c (\gamma^{cmc})^{\eta_c - 1} \widehat{\pi}_t^{mc} \tag{A.30}$$

Realny kurs krzyżowy

$$\widehat{x}_t^x = [\rho_{xx}] \widehat{x}_{t-1}^x + \widehat{\pi}_t^u - \widehat{\pi}_t^e + \Delta \widehat{S}_t^x \tag{A.31}$$

gdzie parametr $[\rho_{xx}]$ ma wartości bliskie, ale mniejsze od jedynki.

Stopa banku centralnego

$$\begin{aligned} \widehat{R}_t = & \rho_R \widehat{R}_{t-1} + (1 - \rho_R) (1 - r_\pi) \widehat{\pi}_t^c + r_{\Delta\pi} \frac{c^d}{c \gamma^{cd}} \widehat{\pi}_t^d + r_{\Delta\pi} \frac{c^m}{c \gamma^{cmc}} \widehat{\pi}_t^{mc} \\ & + ((1 - \rho_R) r_\pi - r_{\Delta\pi}) \frac{c^d}{c \gamma^{cd}} \widehat{\pi}_{t-1}^d + ((1 - \rho_R) r_\pi - r_{\Delta\pi}) \frac{c^m}{c \gamma^{cmc}} \widehat{\pi}_{t-1}^{mc} \\ & + r_{\Delta y} \widehat{y}_t + [(1 - \rho_R) r_y - r_{\Delta y}] \widehat{y}_{t-1} + (1 - \rho_R) r_x \widehat{x}_{t-1}^{eu} + \epsilon_{R,t} \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Zatrudnienie

$$\beta \xi_e \widehat{E}_{t+1} + (1 - \beta \xi_e) (1 - \xi_e) \widehat{H}_t - (1 + \beta \xi_e^2) \widehat{E}_t + \xi_e \widehat{E}_{t-1} = 0 \quad (\text{A.33})$$

Rozwiązanie stanu ustalonego

Na podstawie analiz teoretycznych przyjmujemy, że w stanie ustalonym zachodzi:

$$\lambda^x = 1, \quad \lambda^{mx} = 1, \quad \gamma^{xu} = 1, \quad \gamma^{xd} = 1, \quad \gamma^{mxd} = 1, \quad \mathbb{X}_0^* y^* = x$$

wówczas wartości pozostałych zmiennych wyznaczamy zgodnie z następującymi równaniami:

Dynamika postępu technicznego ogółem

$$\mu_{z^+} = \mu_\psi^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \mu_z \quad (\text{A.34})$$

Inflacja, cel (trend) inflacyjny

$$\pi = \frac{\mu}{\mu_{z^+}} \quad (\text{A.35})$$

Stopa procentowa

$$R = \frac{\mu - \tau^k \beta}{(1 - \tau^k) \beta} \quad (\text{A.36})$$

Kredyt obrotowy na usługi pracy

$$R^{fw} = v^w R + 1 - v^w \quad (\text{A.37})$$

Kredyt obrotowy na usługi kapitału

$$R^{fk} = v^k R + 1 - v^k \quad (\text{A.38})$$

Relacja cen importowanych dóbr konsumpcyjnych do cen krajowych

$$\gamma^{mcd} = \lambda^{mcd} \gamma^{xd} \quad \text{gd}y \quad \gamma^{xd} = 1 \quad \text{to} \quad \gamma^{mcd} = \lambda^{mc} \quad (\text{A.39})$$

Relacja cen importowanych dóbr inwestycyjnych do cen krajowych

$$\gamma^{mid} = \lambda^{mid} \gamma^{xd} \quad \text{gd}y \quad \gamma^{xd} = 1 \quad \text{to} \quad \gamma^{mid} = \lambda^{mi} \quad (\text{A.40})$$

Relacja cen dóbr konsumpcyjnych do cen krajowych

$$\gamma^{cd} = \left[(1 - \omega_c) + \omega_c (\lambda^{mc})^{1-\eta_c} \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}} \quad (\text{A.41})$$

Relacja cen dóbr inwestycyjnych do cen krajowych

$$\gamma^{id} = \left[(1 - \omega_i) + \omega_i (\lambda^{mi})^{1-\eta_i} \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}} \quad (\text{A.42})$$

Relacja cen dóbr konsumpcyjnych ogółem do cen importowanych dóbr konsumpcyjnych

$$\gamma^{cmc} = \left[(1 - \omega_c) (\lambda^{mc})^{\eta_c-1} + \omega_c \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}} \quad (\text{A.43})$$

Relacja cen dóbr inwestycyjnych ogółem do cen importowanych dóbr inwestycyjnych

$$\gamma^{imi} = \left[(1 - \omega_i) (\lambda^{mi})^{\eta_i-1} + \omega_i \right]^{\frac{1}{1-\eta_i}} \quad (\text{A.44})$$

Renta za dzierżawę usług środków trwałych

$$\bar{r}^k = \left[\frac{\beta (1 - \tau^p)}{\mu_{z^+} \mu_\psi - \beta [1 + \delta \tau^p - \delta]} \right]^{-1} \gamma^{id} \quad (\text{A.45})$$

Płace realne

$$\bar{w} = \frac{1}{(1 + \tau^s) R^{fw}} \left[\lambda^d \left(\frac{1}{\varpi} \right)^\varpi \left(\frac{1}{1 - \varpi} \right)^{1-\varpi} (R^{fk} \bar{r})^\varpi \right]^{\frac{1}{\varpi-1}} \quad (\text{A.46})$$

Relacja kapitału do pracy

$$\left(\frac{k}{H} \right) = \frac{\varpi}{1 - \varpi} \frac{R^{fw}}{R^{fk}} \frac{1}{\bar{r}^k} [(1 + \tau^s) \bar{w} \mu_\psi \mu_{z^+}] \quad (\text{A.47})$$

Zmienne pomocnicze

$$\begin{aligned}
D_1 &= \left[(1 - \omega_c) [\gamma^{cd}]^{\eta_c} + \omega_c [\gamma^{cmc}]^{\eta_c} \right] \\
D_2 &= \left[(1 - g_r) \left(\frac{1}{\mu_\psi \mu_{z^+}} \right)^\sigma \left(\frac{k}{H} \right)^\sigma \right. \\
&\quad \left. - \left((1 - \omega_i) [\gamma^{id}]^{\eta_i} + \omega_i [\gamma^{imi}]^{\eta_i} \right) \left(\frac{\mu_{z^+} \mu_\psi + \delta - 1}{\mu_{z^+} \mu_\psi} \right) \frac{k}{H} \right] \\
D_3 &= \left[\frac{1}{A_L} (1 - \tau^y) (1 - \tau^w) \frac{\bar{w}}{\lambda^w} \right]^{\frac{1}{\sigma_L}} \\
D_4 &= \frac{1}{\gamma^{cd} (1 + \tau^c)} \left(\frac{\mu_{z^+} - \beta b}{\mu_{z^+} - b} \right)
\end{aligned} \tag{A.48}$$

Usługi pracy

$$H = \left[\frac{D_1 D_4}{D_2} D_3^{\sigma_L} \right]^{\frac{1}{1 + \sigma_L}} \tag{A.49}$$

Usługi środków trwałych

$$k = H \frac{k}{H} \tag{A.50}$$

Konsumpcja ogółem

$$c = \frac{D_2}{D_1} H \tag{A.51}$$

Dobra konsumpcyjne produkowane w kraju

$$c^d = (1 - \omega_c) [\gamma^{cd}]^{\eta_c} c \tag{A.52}$$

Dobra konsumpcyjne importowane

$$c^m = \omega_c [\gamma^{cmc}]^{\eta_c} c \tag{A.53}$$

Nakłady inwestycyjne

$$i = k \frac{\mu_{z^+} \mu_\psi + \delta - 1}{\mu_{z^+} \mu_\psi} \tag{A.54}$$

Krajowy komponent dóbr inwestycyjnych

$$i^d = (1 - \omega_i) [\gamma^{id}]^{\eta_i} i \tag{A.55}$$

Importowany komponent dóbr inwestycyjnych

$$i^m = \omega_i [\gamma^{imi}]^{\eta_i} i \quad (\text{A.56})$$

Importowany komponent eksportu

$$x^m = \omega_x x \quad (\text{A.57})$$

Eksport ogółem

$$x = \frac{c^m + i^m}{1 - \omega_x} \quad (\text{A.58})$$

Produkcja

$$y = \left[\mu_{\psi}^{\frac{-\sigma}{1-\sigma}} \mu_z^{-\sigma} H \left(\frac{k}{H} \right)^{\sigma} \right] \quad (\text{A.59})$$

Pieniądz szeroki

$$m = \frac{\nu^k \frac{r^k k}{\mu_{\psi} \mu_z} + \nu^w (1 + \tau^s) \bar{w} H}{1 - A_q} \quad (\text{A.60})$$

Pieniądz gotówkowy

$$q = A_q m \quad (\text{A.61})$$

Dodatek B Model SVAR gospodarki światowej

Identyfikacja modelu SVAR

Przy estymacji postaci zredukowanej modelu gospodarki światowej założono następujący zestaw restrykcji ma strukturę dynamiczną modelu SVAR¹:

$$\begin{pmatrix} y_t^e \\ \pi_t^e \\ r_t^e \\ y_t^u \\ \pi_t^u \\ r_t^u \\ x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} * & * & 0 & * & * & * & * \\ * & * & 0 & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & 0 & * \\ * & * & * & * & * & 0 & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & 0 & * & * & * & * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1}^e \\ \pi_{t-1}^e \\ r_{t-1}^e \\ y_{t-1}^u \\ \pi_{t-1}^u \\ r_{t-1}^u \\ x_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & 0 & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * & 0 \\ * & * & 0 & * & * & * & * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-2}^e \\ \pi_{t-2}^e \\ r_{t-2}^e \\ y_{t-2}^u \\ \pi_{t-2}^u \\ r_{t-2}^u \\ x_{t-2} \end{pmatrix} + e_t \quad (B.1)$$

Wyniki estymacji modelu SVAR

Oszacowanie postaci zredukowanej modelu SVAR jest następujące²:

$$\begin{pmatrix} y_t^e \\ \pi_t^e \\ r_t^e \\ y_t^u \\ \pi_t^u \\ r_t^u \\ x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.15 & 0.15 & 0.00 & 0.12 & 0.11 & -0.04 & -0.03 \\ 0.06 & 0.28 & 0.00 & 0.00 & 0.10 & 0.04 & 0.00 \\ 0.05 & -0.06 & 1.10 & 0.03 & 0.12 & -0.02 & 0.00 \\ 0.39 & 0.11 & -0.35 & 0.96 & 0.36 & 0.00 & 0.00 \\ 0.03 & 0.10 & 0.18 & 0.05 & 0.34 & 0.00 & 0.00 \\ 0.06 & -0.05 & -0.24 & 0.05 & 0.25 & 0.66 & 0.00 \\ -0.13 & -0.51 & 0.00 & 0.19 & 3.21 & -0.38 & 0.22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1}^e \\ \pi_{t-1}^e \\ r_{t-1}^e \\ y_{t-1}^u \\ \pi_{t-1}^u \\ r_{t-1}^u \\ x_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.31 & -0.43 & -0.10 & -0.13 & 0.11 & 0.26 & 0.02 \\ 0.00 & 0.28 & 0.00 & -0.03 & 0.19 & 0.04 & 0.00 \\ 0.01 & -0.07 & -0.22 & -0.05 & 0.12 & 0.02 & 0.00 \\ -0.28 & -0.24 & -0.12 & -0.16 & 0.14 & -0.42 & 0.02 \\ -0.02 & 0.10 & -0.26 & -0.02 & 0.37 & -0.08 & 0.00 \\ -0.06 & -0.06 & 0.09 & -0.01 & 0.27 & 0.08 & 0.00 \\ 0.23 & -2.47 & 0.00 & -0.85 & 1.25 & 2.12 & -0.11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-2}^e \\ \pi_{t-2}^e \\ r_{t-2}^e \\ y_{t-2}^u \\ \pi_{t-2}^u \\ r_{t-2}^u \\ x_{t-2} \end{pmatrix} + e_t \quad (B.2)$$

¹Pomijamy zmienne egzogeniczne, gdyż na nie nie nałożono restrykcji.

²Pominięto zmienne egzogeniczne.

Schemat strukturalizacji przyjęty przy identyfikacji szoków strukturalnych modelu SVAR był następujący:

$$B = \begin{pmatrix} * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & * & * & * & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Oszacowana macierz strukturalna B jest następująca:

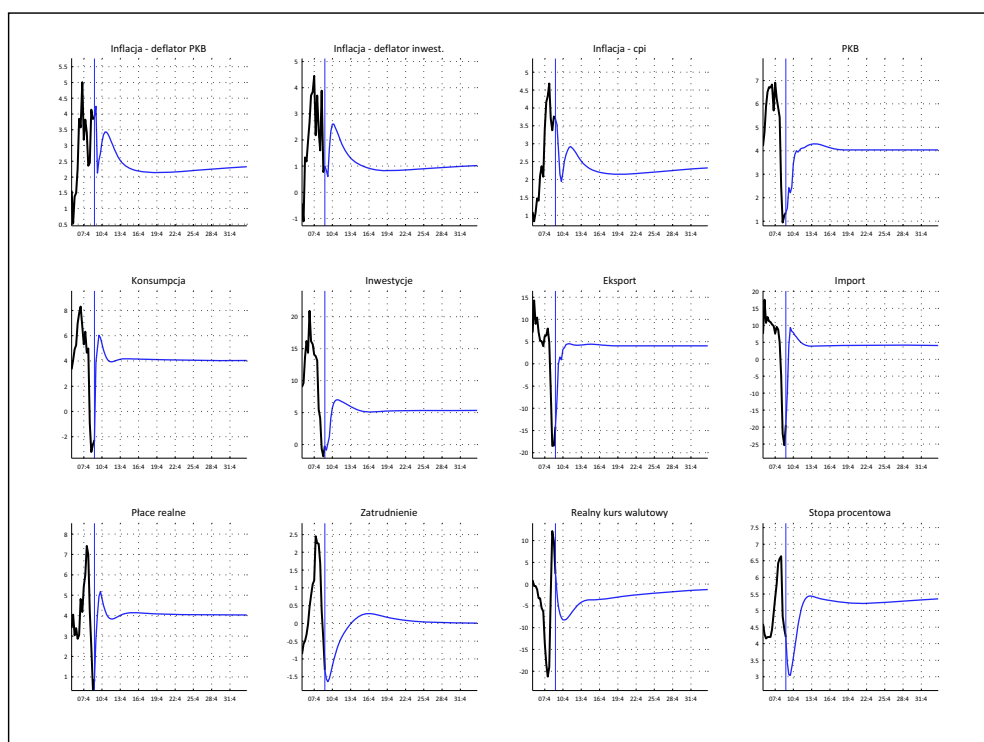
$$B = \begin{pmatrix} 0.43 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.26 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.03 & 0.01 & 0.09 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.52 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.22 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.08 & 0.03 & 0.16 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 4.33 \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Dodatek C

Zbieżność do stanu ustalonego

Rysunek pokazuje zachowanie się zmiennych obserwowalnych, gdy horyzont przykładowej prognozy wydłużymy do 100 kwartałów. Jak wynika z wykresu, kategorie realne (PKB, konsumpcja, inwestycje, etc.) zbiegają do stanu ustalonego względnie szybko, jednak dla miar inflacji (deflator PKB, inwestycji, CPI) odchylenia od stanu ustalonego wywołanego impulsami z lat 2008–2009 wygasają stosunkowo wolno. Oczywiście, zbieżność zmiennych obserwowalnych do stanu ustalonego jest gwarantowana na mocy konstrukcji modelu.

Rysunek C.1. Przykładowa prognoza *ex ante* z długim horyzontem

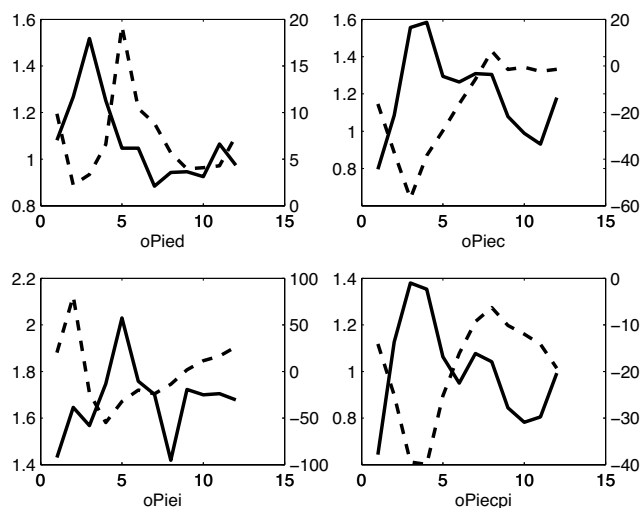


Dodatek D

Analiza dokładności prognoz

Rysunki D.1 – D.5 przedstawiają błędy RMSE i MPE dla zmiennych obserwowalnych modelu w zależności od horyzontu prognozy. Tabele D.1 – D.2 przedstawiają wartości średnie i odchylenia standardowe błędów RMSE i MPE liczone po horyzontach prognozy $h = 1, 2, \dots, 12$, tabela D.3 — stosunki błędów RMSE modelu DSGE i prognoz naiwnych w zależności od horyzontu prognozy. Zawarte tam dane analizujemy dalej bardziej szczegółowo¹.

Rysunek D.1. RMSE i MPE dla deflatorów: PKB (oPied), konsumpcji (oPiec), inwestycji (oPiei) oraz CPI (oPieci)



RMES — linia ciągła i lewa oś, MPE — linia przerywana i prawa oś.

Lewy górny panel rys. D.1 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy inflacji krajowej jest największy, około 1,5 punktu proc., dla 3-kwartalnego horyzontu prognozy, po czym systematycznie spada do około jednego punktu proc. W kategoriach względnych błąd waha się w zależności od horyzontu prognozy od kilku do prawie 20% dla horyzontu 5 kwartałów.

¹Zbiór zmiennych, dla których badano dokładność prognoz, obejmował — obok wszystkich zmiennych obserwowalnych modelu wykorzystanych do estymacji parametrów — także dwie dodatkowe zmienne: deflator konsumpcji (oznaczany jako *oPiec*) i wydatki na konsumpcję zbiorową (*oGov*).

Dodatnia statystyka MPE dla każdego horyzontu oznacza, że inflacja dóbr krajowych jest systematycznie niedoszacowywana — przeciętny błąd MPE wynosi ok. 7%, a jego średnia zmienność to ponad 4,5 punktu proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi niewiele ponad 1 punkt proc., a jego średnia zmienność to prawie 0,2 punktu proc. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy, a jego przewaga rośnie wraz z horyzontem od około 25% dla 1 kwartału do 75% dla 12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi ponad 60%.

W przypadku inflacji cen dóbr konsumpcyjnych (mierzonej deflatorem konsumpcji) błędy prognoz kształtują się podobnie, z tą różnicą, że zmienna ta jest systematycznie przeszacowywana. Prawy górny panel rysunku D.1 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy inflacji dóbr konsumpcyjnych jest największy, około 1,6 punktu procentowego dla horyzontu prognozy wynoszącego 4 kwartały, po czym systematycznie spada do około 1–1,2 punktu. W kategoriach względnych błąd waha się w zależności od horyzontu prognozy od kilku do prawie –60% dla 3-kwartalnego horyzontu. Ujemna statystyka MPE dla większości horyzontów oznacza, że inflacja cen dóbr konsumpcyjnych jest systematycznie przeszacowywana — przeciętny błąd MPFE wynosi –16%, lecz jego średnia zmienność to prawie 20 punktów proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 1,2 punktu proc., a jego średnia zmienność prawie 0,25 punktu proc. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy prócz 1-kwartalnej, kiedy model naiwny okazuje się lepszy o trochę ponad 1%. Tak jak w przypadku inflacji cen produkcji krajowej, przewaga modelu DSGE rośnie wraz z horyzontem prognozy — od około 17% dla prognoz na dwa kwartały do przodu do 65% dla prognoz 12-kwartalnych. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi około 45%.

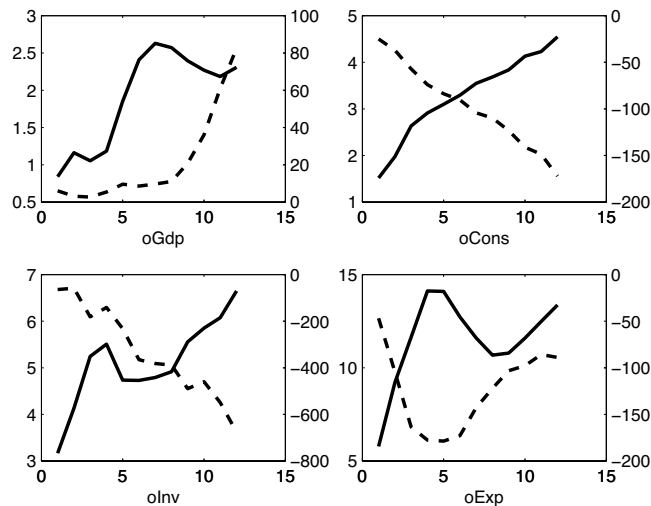
Lewy dolny panel rysunku D.1 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy inflacji cen dóbr inwestycyjnych osiąga wartość największą, około 2 punktów proc. dla prognozy na 5 kwartałów, po czym spada do około 1,4 punktu proc. dla prognoz 8-kwartalnych i następnie ponownie rośnie do 1,7 punktu proc. Przed 5 kwartałem błąd kształtuje się w granicach 1,4–1,8 punktu proc. Statystyki MPE pokazują, że inflacja cen dóbr inwestycyjnych jest więc niedoszacowywana dla bliskich horyzontów prognozy, przeszacowywana w granicach 3–8 kwartału i niedoszacowywana od 9 do 12 kwartału. Przeciętny błąd MPE wynosi –0,8%, lecz jego średnia zmienność to aż 35 punktów proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 1,7 punktu proc., a jego średnia zmienność prawie 0,15 punktu. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy. Tak jak w przypadku inflacji cen produkcji krajowej i dóbr konsumpcyjnych, przewaga modelu DSGE rośnie wraz z horyzontem prognozy — od około 20% dla 1 kwartału do 65% dla 12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi prawie 44%.

Błędy prognoz inflacji CPI kształtują się podobnie jak w przypadku inflacji cen dóbr konsumpcyjnych. Prawy dolny panel rysunku D.1 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy inflacji CPI jest największy, prawie 1,4 punktu proc. dla horyzontu prognozy 3 kwartałów, po czym spada do ok. 0,8 punktu proc. i, począwszy od 9 kwartału, rośnie do 1%. W kategoriach względnych błąd waha się w zależności od horyzontu prognozy od –40% dla horyzontu 3-kwartalnego do –5% dla 8 kwartałów. Statystyka MPE dla każdego horyzontu przyjmuje wartość ujemną — inflacja CPI jest więc systematycznie przeszacowywana, przeciętny błąd MPE wynosi –20%, a jego średnia zmienność około 11 punktów proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 1 punkt, a jego średnia zmienność 0,22 punktu proc. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy prócz pierwszych trzech, kiedy model naiwny okazuje się lepszy o 20–50%. Przewaga modelu DSGE rośnie wraz z horyzontem prognozy — od około 25% dla horyzontu 1-kwartalnego do 65% dla 12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi ponad 56%.

W błędach RMSE prognoz inflacji wszystkich czterech typów daje się dostrzec systematyczność, która polega na tym, że prognozy wypadają najlepiej w krótkim (1–2 kwartały) i dłuższym (powyżej 6–7 kwartału) horyzoncie, natomiast między mniej więcej 2 a 6 kwartałami błędy

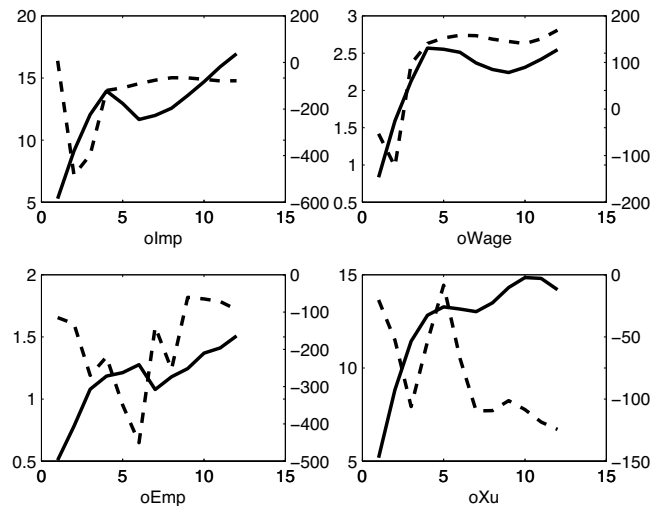
prognoz są istotnie wyższe niż dla krótkich i dłuższych horyzontów. Dodatkowo wraz ze wzrostem horyzontu prognozy przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną systematycznie rośnie. W przypadku pozostałych zmiennych obserwowalnych błąd RMSE ma tendencję do zwiększania się wraz ze wzrostem horyzontu prognozy, co obrazują rys. D.2 – D.5.

Rysunek D.2. RMSE i MPE dla zmiennych dynamiki PKB (oGdp), konsumpcji (oCons), nakładów inwestycyjnych netto (oInv) i eksportu (oExp)



RMSE — linia ciągła i lewa oś, MPE — linia przerywana i prawa oś.

Rysunek D.3. RMSE i MPE dla dynamiki importu (oImp), płac realnych (oWage), zatrudnienia (oEmp), i dynamiki realnego kursu dolara (oXu)



RMSE — linia ciągła i lewa oś, MPE — linia przerywana i prawa oś.

Lewy górny panel rysunku D.2 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy rocznej stopy wzrostu produktu krajowego brutto systematycznie rośnie między 1 a 7 kwartałem od 0,85 do 2,6 punktu proc., obniżając się nieco po 7 kwartale, ale stale pozostając powyżej 2 punktów proc. W kategoriach względnych błąd rośnie od kilku procent w pierwszych kwartałach do 60%–80% w ostatnich. Produkcja jest więc systematycznie niedoszacowywana. Przeciętny błąd

MPE wynosi 21%, a jego średnia zmienność 25 punktów proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 1,9 punktu proc., a jego średnia zmienność 0,65 punktu. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy. Przewaga modelu DSGE rośnie też wraz z horyzontem prognozy — od około 10% prognoz 1-kwartalnych do prawie 50% prognoz 12-kwartalnych. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi 40%.

Prawy górny panel rysunku D.2 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy rocznej stopy wzrostu konsumpcji systematycznie rośnie w horyzoncie prognozy od 1,5 punktu proc. w 1 kwartale do 4,5 punktu w kwartale 12. Błąd rośnie w całym horyzoncie prognozy także w kategoriach względnych — od -24% do -170%. Stopa wzrostu konsumpcji jest tu systematycznie przeszacowywana. Przeciętny błąd MPE wynosi -97%, a jego średnia zmienność 45 punktów proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 3,3 punktu proc., a jego średnia zmienność 0,9 punktu proc. Błędy prognoz dynamiki konsumpcji są więc prawie dwa razy większe niż błędy prognoz dynamiki produktu. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy. Przewaga modelu DSGE rośnie też wraz z horyzontem prognozy — od ok. prawie 20% dla 1 kwartału do 35% dla 12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi 45%.

W kategoriach bezwzględnych jeszcze większe błędy prognoz model generuje dla rocznych stóp wzrostu inwestycji, eksportu i importu oraz kursu walutowego. Lewy dolny panel rysunku D.2 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy rocznej stopy wzrostu inwestycji rośnie w horyzoncie prognozy od około 3 punktów proc. w 1 kwartale do prawie 7 punktów proc. w kwartale 12. Tendencja wzrostowa zachwiana jest jedynie w horyzoncie 5-kwartalnym. W kategoriach względnych błąd rośnie systematycznie od -60% do prawie -800%. Stopa wzrostu inwestycji jest systematycznie przeszacowywana. Przeciętny błąd MPE wynosi -100%, a jego średnia zmienność 45 punktów proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 5 punktów proc., a jego średnia zmienność 0,9 punktu. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy. Przewaga modelu DSGE rośnie też wraz z horyzontem prognozy — od około prawie 15% dla 1 kwartału do 60% dla 12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi 45%.

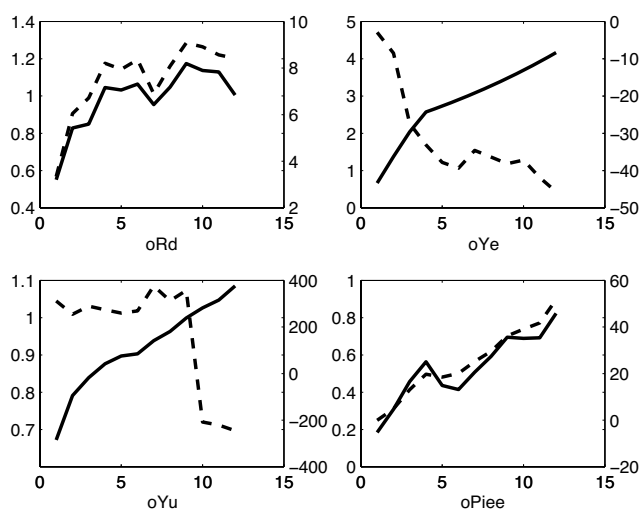
Jakościowo błędy prognoz importu i eksportu kształtują się podobnie. Prawy dolny panel rysunku D.2 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy rocznej stopy wzrostu eksportu rośnie w horyzoncie prognozy od około 6 punktów proc. w 1 kwartale do 14 punktów proc. w 5-6 kwartale, a następnie spada do około 10 punktów proc. i ponownie wzrasta do około 13 punktów proc. W kategoriach względnych błąd rośnie systematycznie od minus kilkudziesięciu do -180%, a następnie spada do około -90%. Stopa wzrostu importu jest systematycznie przeszacowywana. Przeciętny błąd MPE wynosi -123%, a jego średnia zmienność 43 punktów proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 11,5 punktów proc., a jego średnia zmienność 2,3 punktu proc. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy prócz horyzontów 1- i 2-kwartalnych, kiedy prognoza naiwna jest średnio lepsza odpowiednio o 36% i 6,5%. Przewaga modelu DSGE rośnie też, poza 11 kwartałem, wraz z horyzontem prognozy — od 5% dla 3 kwartałów do 35% dla 12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi 17%.

Lewy górny panel rysunku D.3 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy rocznej stopy wzrostu importu, prócz 5 i 6 kwartału, rośnie w horyzoncie prognozy od około 5 punktów proc. w 1 kwartale do 17 punktów w kwartale 12. W kategoriach względnych błąd osiąga -480% w 2 kwartale a następnie systematycznie spada do (-60)-(-80)%. Stopa wzrostu importu jest systematycznie przeszacowywana. Przeciętny błąd MPE wynosi -136%, a jego średnia zmienność 146 punktów proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 12,5 punktów proc., a jego średnia zmienność około 3 punkty proc. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy. Przewaga modelu DSGE rośnie, poza 11 i 12 kwartałem, wraz z horyzontem prognozy — od 3% dla 3 kwartałów do 37% dla 12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi 32%.

Prawy górny panel rysunku D.3 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy rocznej stopy wzrostu płać realnych rośnie wraz z horyzontem prognozy od około 0,8 punktu proc. w 1 kwartale do 2,5 punktu w kwartale 12. W kategoriach względnych błąd waha się między -120% w 2 kwartale a -170% w kwartale 12. Stopa wzrostu importu jest przeszacowywana dla horyzontu 1- i 2-kwartalnego, natomiast niedoszacowywana dla pozostałych horyzontów. Przeciętny błąd MPE wynosi -106% , a jego średnia zmienność 94 punkty proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 2,2 punktu proc., a jego średnia zmienność 0,5 punktu proc. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy. Przewaga modelu DSGE rośnie wraz z horyzontem prognozy — od 15% dla 1 kwartału do 38% dla 12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi 34%.

Lewy dolny panel rysunku D.3 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy rocznej stopy wzrostu zatrudnienia rośnie wraz z horyzontem prognozy od około 0,5 punktu proc. w 1 kwartale do 1,5 punktu proc. w kwartale 12, przy czym tendencja ta zachwiana jest jedynie w horyzoncie 7-kwartalnym. W kategoriach względnych błąd osiąga wartość -540% w 6 kwartale i spada do $(-60) - (-90)\%$ w kwartale 12. Stopa wzrostu zatrudnienia jest przeciętnie przeszacowywana. Przeciętny błąd MPE wynosi -185% , a jego średnia zmienność 125 punktów proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 1,15 punktu proc., a jego średnia zmienność około 0,3 punktu proc. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy. Przewaga modelu DSGE rośnie wraz z horyzontem prognozy — od 13% dla 1 kwartału do około 43% dla 10–12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi 34%.

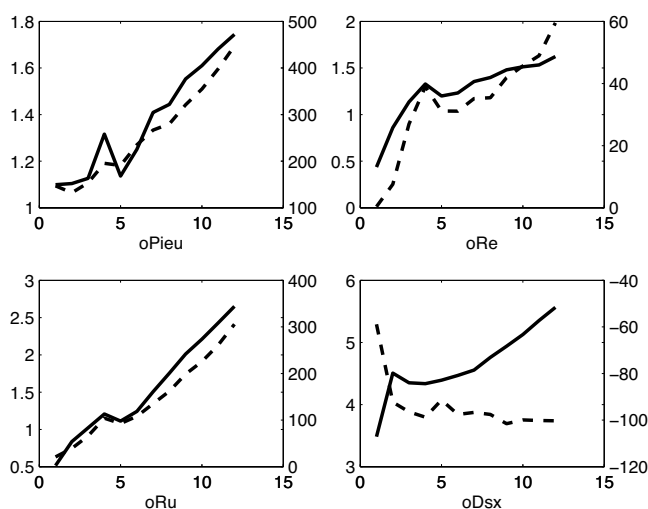
Rysunek D.4. RMSE i MPE dla stopy procentowej (oRd), dynamiki PKB w strefie euro (oYe) i w USA (oYu) oraz inflacji w strefie euro (oPiee)



RMES — linia ciągła i lewa oś, MPE — linia przerywana i prawa oś.

Lewy górny panel rysunku D.4 wskazuje, że średniokwadratowy błąd prognozy rocznej nominalnej stopy procentowej rośnie wraz z horyzontem prognozy zarówno w kategoriach bezwzględnych jak i względnych. Błąd RMSE rośnie od 0,5 punktu proc. w horyzoncie 1-kwartalnym do 1 – 1,5 punktu proc. w kwartałach 9 – 12, natomiast błąd MPE rośnie od 3% do 8,5 – 9%. Nominalna stopa procentowa jest przeciętnie niedoszacowywana — przeciętny błąd MPE wynosi 7%, a jego średnia zmienność około 1 punkt proc. Przeciętny błąd RMSE wynosi 1 punkt, a jego średnia zmienność około 0,2 punktu proc. Model DSGE wygrywa z prognozą naiwną w każdym horyzoncie prognozy. Przewaga modelu DSGE waha się od 5% w horyzoncie 1-kwartalnym, poprzez 40% w horyzoncie 7-kwartalnym, do 17% dla 12 kwartałów. Średnia przewaga modelu DSGE nad prognozą naiwną wynosi 28%.

Rysunek D.5. RMSE i MPE dla inflacji w USA (oPieu), stopy procentowej w strefie euro (oRe) i USA (oRu) oraz dynamiki nominalnego kursu krzyżowego(oDsx)



RMES — linia ciągła i lewa oś, MPE — linia przerywana i prawa oś.

Pozostałe trzy panele rys. D.4 oraz cały rys. D.5 przedstawiają błędy prognoz zmiennych zagranicznych, których dynamika zadana jest egzogenicznie względem modelu DSGE modelem SVAR i dlatego nie będziemy ich dokładniej omawiać. Dla wszystkich zmiennych zagranicznych widoczna jest tendencja do wzrostu błędu średniokwadratowego wraz z horyzontem prognozy. Produkcja w strefie euro jest przeciętnie przeszacowywana, a produkcja w strefie dolara niedoszacowywana dla horyzontów od 1 do 9 kwartałów, a następnie przeszacowywana. Inflacje i nominalne stopy procentowe w obydwu strefach są przeciętnie niedoszacowywane, a realny kurs walutowy EUR/USD jest średnio przeszacowywany. W przypadku wszystkich zmiennych zagranicznych model VAR generuje lepsze prognozy niż model naiwny dla wszystkich rozważanych horyzontów prognoz, prócz inflacji w strefie euro dla 11- i 12-kwartalnego horyzontu prognozy oraz inflacji w strefie dolara w horyzoncie 6-kwartalnym.

Tablica D.1. Średnia i odchylenie standardowe statystyki RMSE.

Zmienna	oPied	oPiec	oPiei	oPiecpi	oGdp	oCons	oInv	oExp	oImp	oWage
Średnia	1,08	1,20	1,68	1,00	1,90	3,28	5,11	11,51	12,56	2,19
Odch. stand.	0,18	0,24	0,16	0,22	0,66	0,91	0,92	2,31	3,08	0,51
Zmienna	oEmp	oXu	oRd	oYe	oYu	oPiee	oPieu	oRe	oRu	oDsx
Średnia	1,15	12,45	0,98	2,82	0,92	0,53	1,37	1,26	1,54	4,65
Odch. stand.	0,28	2,82	0,17	1,04	0,12	0,18	0,24	0,33	0,67	0,55

Tablica D.2. Średnia i odchylenie standardowe statystyki MPE.

Zmienna	oPied	oPiec	oPiei	oPiecpi	oGdp	oCons	oInv	oExp	oImp	oWage
Średnia	7,17	-16,48	-0,83	-19,26	21,38	-97,27	-332,39	-123,74	-136,14	106,96
Odch. stand.	4,64	19,58	35,39	11,17	25,67	45,04	197,47	42,96	146,55	94,09
Zmienna	oEmp	oXu	oRd	oYe	oYu	oPiee	oPieu	oRe	oRu	oDsx
Średnia	-185,13	-81,69	7,55	-31,92	168,99	24,96	260,11	33,56	143,20	-94,30
Odch. stand.	124,96	39,77	1,61	13,09	240,41	15,40	103,26	16,50	89,16	11,58

Tablica D.3. Porównanie prognoz modelu SOE^{PL-2009} z prognozą naiwną.

Horyzont	oPied	oPiec	oPiei	oPiecpi	oGdp	oCons	oInv	oExp	oImp	oWage
1	0,76	1,01	0,81	1,53	0,91	0,74	0,85	1,37	0,97	0,84
2	0,62	0,84	0,61	1,36	0,69	0,57	0,69	1,06	0,90	0,81
3	0,56	0,81	0,42	1,19	0,44	0,46	0,59	0,95	0,86	0,69
4	0,40	0,68	0,35	0,86	0,38	0,54	0,47	0,92	0,73	0,64
5	0,33	0,53	0,43	0,62	0,54	0,56	0,40	0,85	0,63	0,60
6	0,30	0,50	0,41	0,54	0,64	0,53	0,35	0,75	0,55	0,63
7	0,26	0,50	0,41	0,55	0,66	0,59	0,35	0,76	0,59	0,62
8	0,25	0,50	0,32	0,50	0,73	0,52	0,32	0,69	0,58	0,62
9	0,28	0,41	0,39	0,37	0,63	0,48	0,35	0,65	0,57	0,56
10	0,25	0,33	0,36	0,31	0,53	0,51	0,36	0,67	0,58	0,60
11	0,31	0,30	0,40	0,30	0,51	0,54	0,36	0,75	0,63	0,64
12	0,25	0,35	0,34	0,37	0,52	0,66	0,40	0,66	0,63	0,62
Horyzont	oEmp	oXu	oRd	oYe	oYu	oPiee	oPieu	oRe	oRu	oDsx
1	0,87	0,85	0,94	0,83	0,97	0,85	0,82	0,71	0,77	0,79
2	0,78	0,85	0,82	0,78	0,83	0,78	0,82	0,78	0,72	0,72
3	0,79	0,88	0,63	1,05	0,88	0,75	0,94	0,75	0,66	0,60
4	0,73	0,88	0,71	0,98	1,01	0,71	0,79	0,78	0,66	0,67
5	0,69	0,93	0,65	0,88	1,00	0,56	0,98	0,66	0,51	0,81
6	0,68	0,98	0,65	0,81	0,86	0,64	1,09	0,64	0,48	0,93
7	0,56	1,03	0,58	0,84	0,91	0,80	0,83	0,66	0,52	0,90
8	0,56	1,08	0,63	0,81	1,12	0,81	0,94	0,65	0,58	0,83
9	0,55	1,12	0,71	0,80	1,13	0,76	0,90	0,68	0,66	0,76
10	0,57	1,16	0,73	0,78	1,00	0,73	0,81	0,67	0,71	0,73
11	0,56	1,19	0,80	0,78	0,90	1,00	0,97	0,67	0,79	0,88
12	0,58	1,20	0,84	0,80	0,89	1,24	0,85	0,73	0,89	1,25

Bibliografia

- MALIN ADOLFSON, STEFAN LASÉÉN, JESPER LINDÉ i LARS E.O. SVENSSON 2009. Monetary policy trade-offs in an estimated open-economy DSGE model. Sveriges Riksbank, Federal Reserve Board, Manuscript.
- MALIN ADOLFSON, STEFAN LASEÉN, JESPER LINDÉ i MATTIAS VILLANI 2005a. Are constant interest rate forecasts modest interventions. Evidence from an estimated open economy DSGE model of the Euro Area. Sveriges Riksbank, Manuscript.
- MALIN ADOLFSON, STEFAN LASÉÉN, JESPER LINDÉ i MATTIAS VILLANI 2005b. Bayesian estimation of an open economy DSGE model with incomplete pass-through. *Sveriges Riksbank Working Paper Series* 179.
- MALIN ADOLFSON, STEFAN LASÉÉN, JESPER LINDÉ i MATTIAS VILLANI 2007a. Evaluating an estimated New Keynesian small open economy model. *Sveriges Riksbank Working Paper Series* 203.
- MALIN ADOLFSON, STEFAN LASÉÉN, JESPER LINDÉ i MATTIAS VILLANI 2007b. RAMSES a new general equilibrium model for monetary policy analysis. *Riksbank Economic Review* 2.
- MALIN ADOLFSON, JESPER LINDÉ i MATTIAS VILLANI 2005c. Forecasting performance of an open economy dynamic stochastic general equilibrium model. *Sveriges Riksbank Working Paper Series* 190.
- DAVID ALTIG, LAWRENCE CHRISTIANO, MARTIN EICHENBAUM i JESPER LINDÉ 2004a. Firm-specific capital, nominal rigidities and the business cycle. *Sveriges Riksbank Working Paper Series* 176.
- DAVID ALTIG, LAWRENCE CHRISTIANO, MARTIN EICHENBAUM i JESPER LINDÉ 2004b. Firm-specific capital, nominal rigidities and the business cycle. Manuscript. URL <http://www.faculty.econ.northwestern.edu/faculty/christiano/research>.
- DAVID ALTIG, LAWRENCE CHRISTIANO, MARTIN EICHENBAUM i JESPER LINDÉ 2005. Technical appendix to firm-specific capital, nominal rigidities and the business cycle. Manuscript. URL <http://www.faculty.econ.northwestern.edu/faculty/christiano/research>.
- PEDRO ALVAREZ-LOIS, RICHARD HARRISON, LAURA PISCITELLI i ALASDAIR SCOTT 2005. Taking DSGE models to the policy environment. Bank of England, Manuscript. URL <http://www12.georgetown.edu/sfs/cges/BOE.pdf>.
- SUNGBAE AN i FRANK SCHORFHEIDE 2005. Bayesian analysis of DSGE models. *CEPR Discussion Paper Series* 5207.
- GARY ANDERSON i GEORGE MOORE 1985. A linear algebraic procedure for solving linear perfect foresight

- models. *Economics Letters* 17, str. 247–252.
- MICHAL ANDRLE, TIBOR HLÉDIK, ONDRA KAMENÍK i JAN VLCEK 2009. Implementing the new structural model of the Czech National Bank. *CNB Working Paper Series* 2. URL <http://www.cnb.cz/>.
- ALI BENESZ, TIBOR HLEDIK i DAVID VAVRA 2005. An economy in transition and DSGE: What the Czech National Bank's new projection model needs. Czech National Bank, Monetary and Statistics Department, Manuscript.
- ANADRZEJ BIRKHOJC 2002. *Funkcje wielu zmiennych*. PWN. ISBN 83-01-13730-4.
- JEAN BOIVIN i MARC GIANNONI 2005. DSGE models in a data-rich environment. Working Paper 12772, NBER.
- STEPHEN P. BROOKS 1998. Markov Chain Monte Carlo methods and its applications. *The American Statistician* 47, str. 69–100.
- STEPHEN P. BROOKS i ANADREW GELMAN 1996. General methods for monitoring convergence of iterative simulations. Manuscript. URL <http://www.statslab.cam.ac.uk/~steve/mypapers/brog96.ps>.
- PABLO BURRIEL, JESÚS FERNÁNDEZ-VILLAYERDE i JUAN F. RUBIO-RAMIREZ 2009. MEDEA — A DSGE Model for the Spanish Economy. Manuscript.
- GUILLERMO CALVO 1983. Staggered contracts in a utility-maximising framework. *Journal of Monetary Economics* 12, str. 383–398.
- FABIO CANOVA 2007. *Methods for Applied Macroeconomic Research*. Princeton University Press.
- FABIO CANOVA i LUCA SALA 2005. Back to square one: Identification issues in DSGE models. Working paper no. 927, Universitat Pompeu Fabra. Manuscript. URL <http://www.econ.upf.edu/eng/research/onepaper.php?id=927>.
- SIDDHARTHA CHIB i EDWARD GREENBERG 1995. Understanding the Metropolis-Hastings algorithm. *The American Statistician* 49, str. 327–335.
- LAWRENCE CHRISTIANO, MARTIN EICHENBAUM i CHARLES EVANS 1998. Monetary policy shocks: What have we learned and to what end? Working Paper w6400, NBER.
- LAWRENCE CHRISTIANO, MARTIN EICHENBAUM i CHARLES EVANS 2001. Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. Working Paper 8403, NBER.
- LAWRENCE CHRISTIANO, MARTIN EICHENBAUM i CHARLES EVANS 2003. Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. Manuscript.
- LAWRENCE CHRISTIANO, MARTIN EICHENBAUM i CHARLES EVANS 2005. Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *The Journal of Political Economy* 113, str. 1–45.
- LAWRENCE CHRISTIANO, ROBERTO MOTTO i MASSIMO ROSTAGNO 2007a. Financial factors in business cycles. Manuscript. URL <http://faculty.wcas.northwestern.edu/~lchrist/course>.
- LAWRENCE CHRISTIANO, ROBERTO MOTTO i MASSIMO ROSTAGNO 2007b. Technical appendix for Financial Factors in Business Cycles. Manuscript. URL <http://faculty.wcas.northwestern.edu/~lchrist/course>.
- LAWRENCE CHRISTIANO, MATHIAS TRABANDT i KARL WALENTIN 2007c. Introducing financial frictions and unemployment into a small open economy model. Manuscript. URL <http://faculty.wcas.northwestern.edu/~lchrist/course/manuscript.pdf>.
- LAWRENCE CHRISTIANO, MATHIAS TRABANDT i KARL WALENTIN 2007d. Introducing financial frictions and unemployment into a small open economy model. *Sveriges Riksbank Working Paper Series* 214.
- KAI CHRISTOFFEL, GÜNTER COENEN i ANDERS WARNE 2007a. The New Area-Wide Model of the euro area: a micro-founded open-economy model for forecasting and policy analysis. *ECB Working Papers Series* 944.

- KAI CHRISTOFFEL, GÜTER COENEN i ANDERS WARNE 2007b. The New Area-Wide Model of the Euro area: Specification and first estimation results. Manuscript.
- GÜNTER COENEN, PETER MCADAM i ROLAND STRAUB 2006. Tax reform and labour-market performance in the Euro Area: A simulation-based analysis using New Area-Wide Model. EBC, Manuscript.
- AVANISH K. DIXIT i JOSEPH E. STIGLITZ 1977. Monopolistic competition and optimum product diversity. *The American Economic Review* 67, str. 287–308.
- CHARLES ENGEL 1996. The forward discount anomaly and the risk premium. A survey of recent evidence. *Journal of Empirical Finance* 3, str. 123–192.
- CHRISTOPHER J. ERCEG, DALE W. HENDERSON i ANDREW T. LEVIN 2000. Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts. *Journal of Monetary Economics* 46, str. 281–313.
- GIORGIO FAGIOLO i ANDREA ROVENTINI 2008. On the scientific status of economic policy: A tale of alternative paradigms. Working Paper 2008/03, LEM.
- JESÚS FERNÁNDEZ-VILLAVERDE 2009. The econometrics of DSGE models. Working Paper 14677, NBER.
- MILTON FRIEDMAN i ANNA J. SCHWARTZ 1963. Money and business cycles. *The Review of Economics and Statistics* 45.
- JORDI GALI 2008. *Monetary policy, inflation and the Business Cycle. An Introduction to the New Keynesian Framework*. Princeton University Press. ISBN 978-0-691-14416-4.
- JOHN GEWEKE 1999. Using simulation methods for Bayesian econometric models: Inference. *Econometric Reviews* 18, str. 1–126.
- JOHN GEWEKE 2005. *Contemporary Bayesian Econometrics and Statistics*. John Wiley & Sons, Inc.
- MARVIN GOODFRIEND i ROBERT G. KING 1997. The new neoclassical synthesis and the role of monetary policy. 12-th Annual NBER Macroeconomics Conference.
- GRZEGORZ GRABEK i BOHDAN KŁOS 2009. Wybrane skutki przystąpienia małej otwartej gospodarki do unii walutowej. Optyka modeli DSGE SOE-PL. [W] *Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej. Aneks*. NBP Część 17. URL <http://www.nbp.pl>.
- GRZEGORZ GRABEK, BOHDAN KŁOS i GRAŻYNA UTZIG-LENARCZYK 2007. SOE-PL — Model DSGE małej otwartej gospodarki estymowany na danych polskich. Metodologia, specyfikacja, wyniki estymacji i pierwsze zastosowania. *Materiały i Studia NBP* 217. URL <http://www.nbp.pl>.
- GRZEGORZ GRABEK i GRAŻYNA UTZIG-LENARCZYK 2009. Gospodarka polska w latach 1997–2006 widziana przez pryzmat modelu DSGE. *Bank i Kredyt* 2.
- PABLO A. GUERRON-QUINTANA 2009. What you match does matter: The effects of data on DSGE estimation. *Journal of Applied Econometrics* DOI:10.1002/jae.1106. URL <http://www.interscience.wiley.com>.
- JAMES D. HAMILTON 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press. ISBN 0-691-04289-6.
- W.K. HASTINGS 1970. Monte Carlo sampling methods using Markov Chains and their applications. *Biometrika* 57.
- DAVID F. HENDRY 1976. The structure of simultaneous equations estimators. *Journal of Econometrics* 4.
- DAVID F. HENDRY 1995. *Dynamic Econometrics*. Oxford University Press.
- PETER N. IRELAND 2004. A method for taking models to the data. *Journal of Economic Dynamics & Control* 28, str. 1205–1226.
- ZOLTÁN JAKAB i BALÁZS VILÁGI 2008. An estimated DSGE model of the Hungarian economy. *MNB Working Papers* 9.
- ALEJANDRO JUSTINIANO i GIORGIO E. PRIMICERI 2006. The time varying volatility of macroeconomic

- fluctuations. Working Paper 12022, National Bureau of Economic Research. URL <http://www.nber.org/papers/w12022>.
- LAWRENCE R. KLEIN i A.S. GOLDBERGER 1955. *An Econometric Model of the United States, 1929-1952*. North Holland Publishing Company.
- BOHDAN KŁOS 2004. Niepewność modelu w polityce makroekonomicznej. Zasada odporności. *Bank i Kredyt* 10, str. 25–40.
- BOHDAN KŁOS 2008. SOE-PL — Modele DSGE małej otwartej gospodarki estymowane na danych polskich. Dokumentacja techniczna 2008. Instytut Ekonomiczny, Narodowy Bank Polski, mimeo.
- GARY KOOP 2003. *Bayesian Econometrics*. John Wiley & Sons, Ltd. ISBN 0-470-84567-8.
- FINN KYDLAND i EDWARD PRESCOTT 1982. Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica* 50.
- PHILIP LANE 1999. The new open economy macroeconomics: A survey. *Journal of International Economics* 54, str. 235–266.
- STEFAN LASÉEN i LARS E.O. SVENSSON 2009. Anticipated alternative instrument-rate paths in policy simulations. Manuscript.
- SYLVAN LEDUC i KEITH SILL 2001. A quantitative analysis of oil-price shocks, systematic monetary policy, and economic downturns. Working Paper Research Department. no. 01-09, Federal Reserve Bank of Philadelphia.
- ERIC M. LEEPER i TAO ZHA 2003. Modest policy interventions. *Journal of Monetary Economics* 50, str. 1673–1700.
- ZHENG LOU, DANIEL F. WAGGONER i TAO ZHA 2007. Has the Federal Reserve's inflation target changed? Manuscript.
- ROBERT E. LUCAS 1976. Econometric policy evaluation. a critique. [W] K. Brunner i A. Meltzer (red.), *The Phillips Curve and Labour Markets*. North Holland.
- HELMUT LÜTKEPOHL 2008. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer.
- ATHANASIOS ORPHANIDES 2007. Using DSGE models for forecasting and policy analysis: Where do we go from here? The limitations. BIS Workshop, Manuscript.
- JACEK OSIEWALSKI 2001. *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie. ISBN 83-7252-086-0.
- HASHEM M. PESARAN i RICHARD J. SMITH 1995. The role of theory in econometrics. *Journal of Econometrics* 67.
- DUO QIN 1993. *The formation of econometrics. An historical perspective*. Oxford University Press.
- STEPHANIE SCHMITT-GROHÉ i MARTIN URIBE 2003. Closing small open economy models. *Journal of International Economics* 61, str. 163–185.
- STEPHANIE SCHMITT-GROHÉ i MARTIN URIBE 2008. What's News in business cycles. *NBER Working Paper* 14215.
- FRANK SCHORFHEIDE 2000. Loss function-based evaluation of DSGE models. *Journal of Applied Econometrics* 15, str. 645–670.
- CHRISTOPHER A. SIMS 1980. Macroeconomics and reality. *Econometrica* 48.
- CHRISTOPHER A. SIMS i TAO ZHA 2005. Were there regime switches in us monetary policy? Manuscript.
- FRANK SMETS i RAF WOUTERS 2002. An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the Euro Area. *ECB Working Papers Series* 171.

- FRANK SMETS i RAF WOUTERS 2004. Forecasting with a Bayesian DSGE model: An application to the Euro Area. *ECB Working Papers Series 389*.
- FRANK SMETS i RAF WOUTERS 2007. Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian Approach. *ECB Working Papers Series 722*.
- ARIS SPANOS 1990. The simultaneous-equations model revisited: Statistical adequacy and identification. *Journal of Econometrics 44*.
- DANIEL F. WAGGONER i TAO ZHA 1999. Conditional forecasts in dynamic multivariate models. *The Review of Economics and Statistics 81*, str. 639–651.
- ANDERS WARNE 2009. YADA manual — Computational details. EBC, Manuscript. URL <http://www.texlips.net/yada/index.html>.
- MICHAEL WOODFORD 2003. *Interest and Prices. Foundations of a Theory of Monetary Policy*. Princeton University Press. ISBN 0-691-01049-8.
- STANISŁAW ŻAK i EDWIN KAH PIN CHONG 2008. *Introduction to Optimization*. John Wiley and Sons, Inc.

Uwaga: Adresy internetowe informują o miejscu, z którego pobrano dokumenty, nie możemy jednak zagwarantować, że podane strony nadal istnieją lub/i nadal udostępniają cytowane materiały.