

MATERIAŁY I STUDIA

Zeszyt nr 262

Prognozowanie inflacji w oparciu o hybrydową
krzywą Phillipsa dla gospodarki zamkniętej
i małej gospodarki otwartej

Paweł Baranowski, Agnieszka Leszczyńska

Paweł Baranowski – Instytut Ekonomiczny, Narodowy Bank Polski; Katedra Ekonometrii,
Uniwersytet Łódzki; e-mail: Pawel.Baranowski@nbp.pl

Agnieszka Leszczyńska – Instytut Ekonomiczny, Narodowy Bank Polski;
e-mail: Agnieszka.Leszczynska@nbp.pl

Projekt graficzny:
Oliwka s.c.

Skład i druk:
Drukarnia NBP

Wydał:
Narodowy Bank Polski
Departament Edukacji i Wydawnictw
00-919 Warszawa, ul. Świętokrzyska 11/21
tel. 22 653 23 35, fax 22 653 13 21

© Copyright Narodowy Bank Polski, 2011

Materiały i Studia są rozprowadzane bezpłatnie

Dostępne są również na stronie internetowej NBP: <http://www.nbp.pl>

Streszczenie

W artykule badamy prognostyczne własności równania nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa. Pod uwagę bierzemy przypadek gospodarki zamkniętej (NHPC) oraz małej gospodarki otwartej (OHPC). Początkowo szacujemy parametry NHPC i OHPC przy pomocy uogólnionej metody momentów, a następnie wyznaczamy postaci zredukowane modeli, w oparciu o które formułujemy prognozy. Wcześniej zdolności prognostyczne NHPC zbadali Rumler i Valderrama (2010), analizując wyłącznie przypadek równania dla gospodarki zamkniętej.

Zdolności prognostyczne obydwu modeli zweryfikujemy dla inflacji CPI dla Polski. Analiza błędów prognoz *out-of-sample* wskazuje, że zaproponowany model w wersji dla małej gospodarki otwartej generuje prognozy, które w dłuższych horyzontach (od 4 miesięcy wprzód) obarczone są niższym błędem niż modele *benchmarkowe* (VAR i naiwna prosta). Statystyczna weryfikacja hipotezy o istotności różnic błędów prognoz pochodzących z analizowanych modeli i najlepszego modelu *benchmarkowego* (VAR) pozwala stwierdzić, że jedynie prognozy OHPC są istotnie lepsze od prognoz z modeli *benchmarkowych* w 12 miesięcznym horyzoncie.

JEL: C53, E31, E37, F47.

1 Wprowadzenie

Modele oparte o paradygmat nowej ekonomii keynesistowskiej (NK) stanowią obecnie wiodące narzędzie służące do analizy gospodarki w krótkim okresie. Ta klasa modeli, ze względu na silne umocowanie w teorii, pozwala na analizę zjawisk ekonomicznych w szerokim i spójnym kontekście makroekonomicznym. W mniejszym zakresie modele te znajdują zastosowanie jako jedno z narzędzi formułowania prognoz.

Nie ulega wątpliwości fakt, iż celne prognozowanie zmiennych makroekonomicznych ma istotne znaczenie dla prowadzenia skutecznej polityki gospodarczej. Jakość prognoz inflacji ma kluczową rolę w prowadzeniu polityki pieniężnej, m.in. ze względu na opóźnienie mechanizmu transmisji monetarnej. W szczególności, gdy bank centralny stosuje strategię bezpośredniego celu inflacyjnego, prognozy inflacji pełnią rolę zbliżoną do celu pośredniego (Svensson, 1997).

Pagan (2003) wskazuje, że najbardziej trafne prognozy generowane są na bazie modeli ateoretycznych (np. proste modele szeregów czasowych). Dużo gorsze własności prognostyczne posiadają modele silnie oparte o teorię ekonomii. Znaleźnienie dobrego modelu prognostycznego, który dodatkowo zawierałby uzasadnioną treść ekonomiczną nie jest zatem zadaniem trywialnym.

Przykładem modelu zbudowanego na silnych podstawach teoretycznych, który można zastosować do formułowania prognoz inflacji, jest hybrydowa wersja nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa (NHPC; Fuhrer, Moore, 1995; Galí, Gertler, 1999; Christiano i in., 2005). Prognostyczne zdolności tego modelu zbadali Rumler i Valderrama (2010). W badaniu tym, przeprowadzonym dla kwartalnej inflacji HICP w Austrii, nie potwierdzono dobrych zdolności prognostycznych NHPC (wartości RMSE dla prognoz NHPC były większe od każdego z benchmarków, choć różnice te nie były statystycznie istotne). Razzak (2002) wyznacza prognozy z równania NHPC, stosując prostszą metodologię, gdzie za zmienną *forward looking* przyjęto ankietowe oczekiwania inflacyjne. Otrzymany błąd prognozy jest wyższy w porównaniu z modelami *benchmarkowymi*.

W literaturze możemy również odnaleźć badania zdolności prognostycznej modeli dynamicznej stochastycznej równowagi ogólnej (DSGE), w których nowokeynesistowska krzywa Phillipsa jest częścią większego systemu. Wśród takich badań wykorzystujących modele w wersji dla gospodarki zamkniętej możemy wymienić np.: Del Negro i in. (2007), Rubaszek i Skrzypczyński (2008) i Lees i in. (2010). Analogiczne badania dla DSGE w wersji dla gospodarki otwartej przeprowadzili np. Adolfson i in. (2008) oraz Edge i in. (2010).

W opracowaniu analizujemy własności prognostyczne nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa, korzystając z dwu wariantów – dla gospodarki zamkniętej i małej gospodarki otwartej. Stosujemy podejście zbliżone do Rumler i Valderrama (2010). Początkowo szacujemy parametry NHPC przy pomocy uogólnionej metody momentów. W drugim kroku wyznaczamy postać zredukowaną modelu, wynikającą z rozwiązania racjonalnych oczekiwań. Zdolności prognostyczne obydwu modeli zweryfikujemy w oparciu o błędy *out-of-sample* sięgające od $h=1$ do $h=12$ miesięcy naprzód, porównując NHPC z prognozami z modeli szeregów czasowych. Jak już wspomniano, znane

nam są jedynie dwie prace (Razzak, 2002; Rumler i Valderama, 2010) wykorzystujące pojedyncze równanie nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa dla gospodarki zamkniętej do prognozowania. Nowością, w stosunku do znanej nam literatury, jest rozszerzenie prognoz NHPC na przypadek małej gospodarki otwartej.

Artykuł składa się z pięciu części. Pierwsza z nich opisuje ogólne założenia leżące u podstaw modeli NK oraz budowę podstawowej wersji nowokeynesistowskiej hybrydowej krzywej Phillipsa. W drugiej części opisaliśmy NHPC wyprowadzoną dla małej gospodarki otwartej. Trzecia część opracowania formułuje zredukowaną postać modelu, w oparciu o którą wyznaczymy prognozy. W ostatnich dwu częściach przedstawiamy odpowiednio: dane i metodę estymacji oraz wyniki empiryczne przeprowadzonego badania.

2 Nowokeynesistowska krzywa Phillipsa dla gospodarki zamkniętej

Istotą nurtu nowej ekonomii keynesistowskiej jest wyjaśnienie zależności makroekonomicznych postulowanych *ad hoc* przez tradycyjnych keynesistów (występowanie sztywności nominalnych jako głównego źródła fluktuacji gospodarczych) za pomocą sformalizowanego podejścia analitycznego stosowanego przez przedstawicieli nowej ekonomii klasycznej. Wśród fundamentów teorii NK wymienia się następujące założenia (zob. np. Kokoszcyński, 2004, rozdz. 1.6 i 1.7):

- procesy gospodarcze na szczeblu makroekonomicznym wynikają z mikropodstaw, tj. są odzwierciedleniem decyzji reprezentatywnych podmiotów gospodarczych maksymalizujących użyteczność (gospodarstwa domowe) bądź zysk (przedsiębiorstwa);
- decyzje podmiotów gospodarczych podejmowane są uwzględniając nieskończony horyzont czasowy, przy założeniu racjonalnych oczekiwań;
- na rynku dóbr i usług oraz pracy występują sztywności nominalne³.

Jednym z kluczowych elementów modelu NK jest wyprowadzone z mikropodstaw równanie opisujące agregatową inflację - tzw. nowokeynesistowska krzywa Phillipsa. Stanowi ona odejście od tradycyjnej zależności pomiędzy bezrobociem a inflacją.

Standardowa wersja modelu NK (zob. np. Galí, 2008, rozdz. 3) wykorzystuje mechanizm stochastycznej sztywności nominalnej zaproponowany przez Calvo (1983). W tym mechanizmie prawdopodobieństwo zmiany ceny $(1 - \theta)$ przez pojedyncze przedsiębiorstwo jest egzogeniczne i stałe⁴. W rezultacie wartość $\frac{1}{1-\theta}$ wyznacza przeciętny okres trwania niezmienionej ceny, a θ oznacza stopień lepkości cen.

Inflację w gospodarce wyznaczają jedynie te przedsiębiorstwa, które zmieniają ceny w bieżącym okresie:

$$\pi_t = (1 - \theta)(p_t^* - p_{t-1}) \quad (1)$$

Gdzie:

π_t – stopa inflacji,

$p_t \equiv \log(P_t)$ – logarytm poziomu cen,

$p_t^* \equiv \log(P_t^*)$ – logarytm ceny wynikającej z optymalizacji reprezentatywnego przedsiębiorstwa,

θ – prawdopodobieństwo, z jakim przedsiębiorstwo nie będzie mogło zmienić ceny w danym okresie (wg schematu Calvo).

³ Opisana w opracowaniu, podstawowa wersja modelu NK zakłada brak sztywności płac. Rozszerzenie modelu o sztywność nominalną na rynku pracy nie zmienia znacząco postaci agregatowego równania inflacji (zob. Erceg i in., 2000).

⁴ Zbliżone postacie równania inflacji otrzymano dla deterministycznego mechanizmu sztywności nominalnej Taylora oraz kwadratowej funkcji kosztów dostosowań cen Rotemberga (zob. np. Roberts, 1995).

W prezentowanym modelu przedsiębiorstwa produkują zróżnicowane dobra, a co za tym idzie - działają w warunkach konkurencji monopolistycznej. Uwzględniając powyższe założenia, problem optymalizacji przedsiębiorstwa polega na wyborze ceny maksymalizującej zdyskontowany strumień zysków, warunkowo względem okresu obowiązywania nowo ustalonej ceny. Przyjmując konwencję reprezentatywnego przedsiębiorstwa, zagadnienie to można zapisać następująco:

$$\max \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathbf{E}_t \{ Q_{t+k,t} P_t^* Y_{t+k}(i) - TCF(Y_{t+k}(i)) \} \quad (2)$$

Przy ograniczeniu równaniem popytu:

$$Y_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\epsilon} Y_t$$

Gdzie:

$Q_{t+k,t}$ – stochastyczny współczynnik dyskonta⁵,

ϵ – wartość bezwzględna elastyczności cenowej popytu,

$TCF(Y_t(i))$ – funkcja kosztów całkowitych,

$Y(i)_t$ – produkcja dobra i ,

Y_t – agregatowy indeks produkcji, zdefiniowany jako: $Y_t \equiv \left(\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$,

$\mathbf{E}_t$ – operator racjonalnych oczekiwań.

Warunek pierwszego rzędu dla powyższego problemu wyraża się następująco:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathbf{E}_t \left\{ \left(P_t^* - MC_{t+k} P_{t+k} \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \right) Q_{t+k,t} Y_{t+k|t} \right\} = 0 \quad (3)$$

Gdzie:

MC_t – realny koszt krańcowy.

Wprowadzając dodatkowo stochastyczne zaburzenie narzutu monopolistycznego otrzymamy równanie w postaci:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathbf{E}_t \left\{ \left(P_t^* - MC_{t+k} P_{t+k} \exp(\vartheta_t) \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \right) Q_{t+k,t} Y_{t+k|t} \right\} = 0 \quad (4)$$

Gdzie:

ϑ_t – stochastyczne zaburzenie narzutu na koszty krańcowe (stacjonarny proces losowy o zerowej wartości oczekiwanej).

Równania (4) rozwiążemy stosując log-linearyzację wokół stanu ustalonego (*steady-state*) o zerowej inflacji ($P_t = P_{t-1}$) i stałej w czasie produkcji (przy jednorodnych cenach wszystkie firmy wybierają ten sam poziom produkcji, a zatem $Y_{t+k|t} = Y$). Realny koszt krańcowy w stanie ustalonym równy jest odwrotności narzutu na koszty krańcowe ($MC_{t+k} = MC = \frac{\epsilon-1}{\epsilon}$). Jak wspomniano wcześniej, stochastyczny współczynnik dyskonta $Q_{t+k,t}$ w stanie ustalonym jest równy β^k .

⁵ Współczynnik ten dyskontuje przychody nominalne z okresu $t+k$, wyrażając je w jednostkach krańcowej użyteczności z okresu t . W stanie ustalonym *steady-state* o zerowej inflacji jest on równy β^k .

Rozwiązując model w oparciu o powyższe założenia możemy otrzymać następujące równanie inflacji (zob. szkic wyprowadzenia w Załączniku 1):

$$\pi_t = \beta \cdot E_t(\pi_{t+1}) + \tau \cdot \widetilde{mc}_t + \eta_t \quad (5)$$

Gdzie:

π_t – stopa inflacji (procentowe odchylenie od stanu ustalonego, wyznaczonego w zerowej inflacji),

$\widetilde{mc}_t$ – procentowe odchylenie realnego kosztu krańcowego od wartości w punkcie równowagi,

$$\tau = \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta} - \text{dodatni parametr,}$$

$$\eta_t = \frac{\vartheta_t}{\tau} - \text{składnik losowy (proporcjonalny do zaburzenia narzutu na koszty krańcowe).}$$

W równaniu (5) inflacja zależy wyłącznie od inflacji oczekiwanej oraz od bieżących realnych kosztów krańcowych.

W praktyce standardowa wersja nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa (5) najczęściej nie uzyskuje potwierdzenia empirycznego (zob. Galí i Gertler, 1999; Estrella i Fuhrer, 2002). Ponadto, jako równanie oparte wyłącznie na oczekiwaniach co do przyszłych wartości zmiennej objaśnianej, nie potrafi wyjaśnić tzw. uporczywości inflacji (*inflation persistence*) (zob. np. Pivetta i Reis, 2007; Cogley i Sbordone, 2008).

Rozwiązaniem powyższych problemów może być rozszerzenie opisanego wcześniej schematu Calvo o indeksację, przy czym w literaturze mechanizmy indeksacji wprowadza się na dwa sposoby.

Pierwsza modyfikacja (Galí i Gertler, 1999) zakłada, że przedsiębiorstwa dzielą się na dwie grupy przedsiębiorstw o udziałach odpowiednio: $(1 - \omega)$ i ω . Pierwsza grupa (przedsiębiorstwa *forward looking*) z prawdopodobieństwem $(1 - \theta)$ optymalizuje cenę rozwiązując problem maksymalizacji (2), podobnie jak w standardowym schemacie Calvo. Natomiast pozostała część przedsiębiorstw (przedsiębiorstwa *backward looking*) wyłącznie indeksuje ceny o przeszłą inflację⁶.

W takim ujęciu równanie inflacji analogiczne do (1) ma postać:

$$\pi_t = (1 - \omega)(1 - \theta)(p_t^* - p_{t-1}) + \omega\pi_{t-1} \quad (6)$$

W rezultacie wprowadzenia powyższej modyfikacji otrzymujemy „hybrydową” krzywą Phillipsa (tj. z komponentami *forward looking* i *backward looking*, zwaną dalej NHPC). Równanie to w formie, w której będzie zastosowane w dalszej części opracowania – odpowiadającej równaniu (5) przedstawia się następująco⁷ (zob. szkic wyprowadzenia w Załączniku 2):

$$\pi_t = \gamma_F \cdot E_t(\pi_{t+1}) + \gamma_B \cdot \pi_{t-1} + \lambda \cdot \widetilde{mc}_t + \varepsilon_t \quad (7)$$

⁶ Zauważmy, że ceny przedsiębiorstw *backward looking* będą „podążały” za cenami przedsiębiorstw *forward looking*. Oznacza to, że w warunkach stacjonarnej inflacji ceny przedsiębiorstw *backward looking* nie będą znacząco odbiegały od cen wynikających z optymalizacji zysku. Z tego rezultatu korzystamy również zapisując równanie (6).

⁷ Wcześniej równanie zbliżone do (7) zaproponowali Fuhrer i Moore (1995).

Gdzie:

$$\gamma_F = \frac{\theta\beta}{\theta + \omega - \omega\theta + \omega\theta\beta}, \gamma_B = \frac{\omega}{\theta + \omega - \omega\theta + \omega\theta\beta} - \text{parametry z przedziału } (0;1),$$

$$\lambda = \frac{(1-\omega)(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta + \omega - \omega\theta + \omega\theta\beta} - \text{dodatni parametr},$$

$$\varepsilon_t = \frac{\vartheta_t}{\lambda} - \text{składnik losowy (proporcjonalny do zaburzenia narzutu na koszty krańcowe)}.$$

Alternatywna propozycja wprowadzenia indeksacji dotyczy wszystkich przedsiębiorstw, które na mocy losowego schematu Calvo nie mogą w danym okresie zmienić ceny na optymalną. Przedsiębiorstwa te indeksują swoje ceny o ustaloną część inflacji z okresu poprzedniego (Smets, Wouters, 2003; Galí, 2008, rozdz. 3.4). W drodze tej modyfikacji otrzymamy równanie inflacji analogiczne do (7), z tym że parametry γ_F , γ_B i λ stanowią inną kombinację „głębokich” parametrów.

3 Nowokeynesistowska krzywa Phillipsa dla gospodarki otwartej

Nowokeynesistowska krzywa Phillipsa może być uogólniona na przypadek gospodarki otwartej. W przypadku budowy takiego modelu niezbędny jest podział na dwa sektory: dóbr podlegających oraz niepodlegających wymianie handlowej z zagranicą. Ceny pierwszego rodzaju dóbr wyznaczane są przez krajowych producentów, a ceny dóbr podlegających wymianie handlowej wyznaczane są poza gospodarką krajową. W literaturze stosowane są różne sposoby przyporządkowania dóbr do tych dwóch sektorów. Najczęściej bazuje się na statystykach dotyczących handlu zagranicznego. Innym sposobem na określenie dóbr handlowalnych jest eksperckie wyłonienie sektorów, w których w znacznej mierze zachodzi parytet siły nabywczej (por. Goldstein i Officer, 1979). Przy takich założeniach inflację CPI ogółem zapisać można w formie średniej ważonej z inflacji w obu sektorach następująco⁸:

$$\pi_t = w_K \pi_t^K + (1 - w_K) \pi_t^Z \quad (8)$$

Gdzie:

π_t^Z – inflacja w sektorze zagranicznym (procentowe odchylenie od stanu ustalonego, wyznaczonego w zerowej inflacji),

π_t^K – inflacja w sektorze krajowym (procentowe odchylenie od stanu ustalonego, wyznaczonego w zerowej inflacji),

w_K – udział sektora dóbr krajowych w konsumpcji.

W opracowaniu rozważymy przypadek małej gospodarki otwartej, zakłada się brak wpływu popytu krajowego na ceny zagraniczne, co z uwagi na niski udział Polski w światowym PKB (poniżej 1%) wydaje się być najbardziej adekwatne dla Polski. W takim przypadku zachowanie krajowych producentów opisuje ten sam mechanizm, co w przypadku gospodarki zamkniętej. Wynika stąd, że agregatową inflację w sektorze krajowym opisuje równanie (Galí i Monacelli, 2005; Galí, 2008, s. 162-163):

$$\pi_t^K = \beta \cdot E_t(\pi_{t+1}^K) + \tau \cdot \tilde{m}c_t + \eta_t \quad (9)$$

Natomiast w przypadku modelu z indeksacją odpowiednie równanie przyjmuje postać:

$$\pi_t^K = \gamma_F \cdot E_t(\pi_{t+1}^K) + \gamma_B \cdot \pi_{t-1}^K + \lambda \cdot \tilde{m}c_t + \varepsilon_t \quad (10)$$

Prezentowany model gospodarki otwartej nie wyjaśnia zachowania się cen w sektorze zagranicznym. W ślad za Galí i Monacelli (2005), w procesie budowy modelu dla gospodarki otwartej przyjmujemy założenie o prawie jednej ceny poszczególnych dóbr (zarówno importowanych jak i eksportowanych) w kraju i za granicą. Implikacją tego założenia jest to, że dynamika cen dóbr zagranicznych jest równa dynamice cen krajowych powiększonych o procentową zmianę nominalnego kursu walutowego:

$$\pi_t^Z = \pi_t^K + \Delta s_t \quad (11)$$

⁸ Podział przyjęty na potrzeby tego opracowania został szerzej opisany w 5 części artykułu.

Gdzie:

$s_t \equiv \log(S_t)$ – logarytm nominalnego kursu walutowego.

Wstawiając warunek parytetu (11) do równania (8) możemy otrzymać następującą zależność:

$$\pi_t = \pi_t^K + (1 - w_K) \cdot \Delta s_t \quad (12)$$

Równanie to łączy inflację dóbr krajowych z publikowanym wskaźnikiem CPI ogółem i będzie wykorzystane w procesie prognozowania.

Teoria parytetu siły nabywczej, w oparciu o którą otrzymano równanie inflacji dla przypadku gospodarki otwartej, sugeruje pełną i natychmiastową transmisję zmiany kursu na inflację. Założenie takie bywa kwestionowane w badaniach empirycznych. Campa i Goldberg (2005) otrzymali dla Polski krótkookresową elastyczność inflacji względem kursu na 0,5, a Przystupa i Wróbel (2009) oraz María-Dolores (2010) wskazują, iż jest ona jeszcze niższa. Odejście od prawa jednej ceny niesie ze sobą istotne konsekwencje dla analiz polityki pieniężnej. W szczególności prowadzi ono do kompromisu pomiędzy stabilizacją inflacji a łagodzeniem wahań produkcji⁹. Z punktu widzenia formułowania prognoz inflacji na podstawie równania (12), stopień transmisji zmiany kursu nie odgrywa żadnej roli, ze względu na brak możliwości prognozowania kursu walutowego¹⁰.

Teoretycznego wyjaśnienia odchylenia od parytetu siły nabywczej, a co za tym idzie – niepełnej transmisji zmiany kursu walutowego na inflację może dostarczać np. mechanizm lokalnej segmentacji rynków (*local currency pricing*, zob. Engel, 2000). Mechanizm ten zakłada, że ceny dóbr w poszczególnych krajach są ustalane w walutach lokalnych, w oparciu o maksymalizację zysku niezależnie dla rynku krajowego i zagranicznego. Przy identycznych preferencjach konsumentów krajowych i zagranicznych, w długim okresie nie wystąpią odchylenia od prawa jednej ceny (Lane, 2001; Monacelli 2005). Natomiast w krótkim okresie, ze względu na występowanie szoków oraz sztywności nominalnych, parytet siły nabywczej nie będzie zachodził.

Modelowanie gospodarki otwartej przy uwzględnieniu mechanizmu lokalnej segmentacji rynku wymaga jednoczesnego uwzględnienia problemu optymalizacyjnego (2) producentów z krajów będących głównymi partnerami handlowymi danej gospodarki. Ze względu na rozproszoną geograficznie strukturę importu Polski¹¹ i cel prowadzonego badania zdecydowaliśmy się na budowę modelu przy założeniu prawa jednej ceny.

⁹ Zagadnienie optymalnej polityki pieniężnej w gospodarce otwartej w sytuacji *local currency pricing* poruszają m.in. Devereux i Engel (2002) i Monacelli (2005).

¹⁰ por. część 4 artykułu.

¹¹ Wg danych GUS za 2010 rok Polska importuje towary głównie z Niemiec (21,9%), Rosji (10,2%) i Chin (9,4%).

4 Model prognostyczny

W eksperymencie prognostycznym stosujemy hybrydową nowokeynesistowską krzywą Phillipsa (NHPC), z narzuconą restrykcją na sumę parametrów przy inflacji oczekiwanej i przeszłej, tj. $(\gamma_F + \gamma_B = 1)$. Restrykcje takie są uzasadnione teoretycznie przy założeniu, że wszystkie przedsiębiorstwa, które w danym okresie nie mogą optymalizować ceny, indeksują ceny w oparciu o przeszłą inflację (Christiano i in., 2005) lub pod warunkiem $\beta = 1$ (Galí i Gertler, 1999; Galí i in., 2005):

$$\pi_t = \gamma \cdot E_t(\pi_{t+1}) + (1 - \gamma) \cdot \pi_{t-1} + \lambda \cdot \widetilde{mc}_t \quad (13)$$

Gdzie:

γ – parametr przyjmujący wartości z przedziału $(0;1)$.

W celu wyznaczenia prognoz z hybrydowej krzywej Phillipsa, równanie (13) zawierające komponent racjonalnych oczekiwań zmiennej objaśnianej, odpowiednio przekształcamy (zob. Załącznik 3), otrzymując równanie:

$$\pi_t + \frac{\gamma-1}{\gamma} \pi_{t-1} = \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} E_t(\widetilde{mc}_{t+i}) \quad (14)$$

Założmy ponadto, że $\widetilde{mc}_t$ (jako odchylenie od równowagi) ma zerową wartość oczekiwaną i podlega stacjonarnemu procesowi autoregresyjnemu AR(1): $\widetilde{mc}_t = \alpha \cdot \widetilde{mc}_{t-1} + \xi_t$. Wówczas:

$$E_t(\widetilde{mc}_{t+i}) = \alpha^i \widetilde{mc}_t \quad (15)$$

Korzystając z zależności (15) można pokazać, że szereg $\sum_{i=0}^{\infty} E_t(\widetilde{mc}_{t+i})$ jest zbieżny, co pozwala zapisać następujące równanie w postaci:

$$\pi_t = \frac{1-\gamma}{\gamma} \pi_{t-1} + \frac{\lambda}{\gamma(1-\alpha)} \cdot \widetilde{mc}_t \quad (16)$$

W równaniu (16) występuje jednoczesna zależność pomiędzy zmienną egzogeniczną a zmienną prognozowaną. Z tego względu równanie to nie pozwala na wyznaczenie prognoz bezwarunkowych. Korzystając ponownie z zależności (15) można przekształcić je tak, aby możliwe było prognozowanie na 1 okres naprzód:

$$\hat{\pi}_{t+1} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \pi_t + \frac{\lambda \cdot \alpha}{\gamma(1-\alpha)} \cdot \widetilde{mc}_t \quad (17)$$

Natomiast prognozy dla $h > 1$ okresów naprzód można wyznaczyć korzystając kolejno z prognoz obejmujących miesiąc poprzedni (tzw. prognozy iterowane) oraz prognozy odchylenia kosztu krańcowego od wartości w *steady state*, wyznaczonej ze wzoru (15):

$$\hat{\pi}_{t+h} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \hat{\pi}_{t+h-1} + \frac{\lambda \cdot \alpha^h}{\gamma(1-\alpha)} \cdot \widetilde{mc}_t \quad (18)$$

Warto dodać, że równanie (16), powstałe z rozwiązywania modelu nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa na pozór jest tożsame z tradycyjną krzywą Phillipsa z oczekiwaniami adaptacyjnymi (*backward looking*)¹². Ważną, z empirycznego punktu widzenia, różnicą jest sposób wyznaczenia parametrów. W zastosowanym podejściu parametry równania prognostycznego nie są bezpośrednio estymowane i są nieliniową kombinacją parametrów strukturalnych pochodzących z innego równania (tj. modelu (13)).

¹² W dotychczasowych badaniach taka postać krzywej Phillipsa była najczęściej stosowana do prognozowania inflacji - zob. np. Stock i Watson (2008) oraz prace tam cytowane.

Powyższe rozumowanie można wprost odnieść także do modelu nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa dla gospodarki otwartej (z restrykcją na sumę parametrów przy inflacji *forward* i *backward looking*), jako że kluczowe równanie tego modelu (10) ma tę samą postać, co w przypadku gospodarki zamkniętej.

Korzystając z zależności (12) można wyznaczyć prognozę wskaźnika CPI:

$$\hat{\pi}_{t+h} = \hat{\pi}_{t+h}^K + (1 - w_K)\hat{s}_{t+h} \quad (20)$$

Ze względu na brak możliwości skutecznego prognozowania kursu walutowego, przyjmujemy w horyzoncie prognozy (tzn. *out-of-sample*) oczekiwaną zmianę kursu równą zero $\hat{s}_{t+h} = 0$, wobec czego kurs walutowy nie wpływa na prognozy.

Zbliżoną metodą prognozowania inflacji (choć wyłącznie dla gospodarki zamkniętej) zastosowali Rumler i Valderrama (2010). W odróżnieniu od prezentowanego podejścia, autorzy ci wykorzystali równanie (7) (tj. bez restrykcji na sumę parametrów *forward* i *backward looking*) a prognozy zmiennej ($\widetilde{mc}_{t+l}$) zostały wyznaczone w oparciu o model wektorowej autoregresji (VAR). W badaniu tym, przeprowadzonym dla kwartalnej inflacji HICP w Austrii, nie potwierdzono dobrych zdolności prognostycznych NHPC (wartości RMSE dla prognoz NHPC były większe od każdego z benchmarków, choć różnice te nie były statystycznie istotne).

5 Dane i metoda estymacji

Badanie zdolności progностycznej przeprowadzono dla inflacji CPI o częstotliwości miesięcznej. Wykorzystano następujące zmienne (próba liczyła 150 obserwacji miesięcznych, od stycznia 1999 r. do lipca 2011 r.):

π_t^{Tr} – inflacja CPI r/r,

π_t^{NSA} – inflacja CPI m/m,

π_t^{SA} – inflacja CPI m/m, odsezonowana za pomocą procedury Tramo Seats,

π_t^{KNSA} – inflacja w sektorze dóbr krajowych m/m (indeks cen żywności nieprzetworzonej, usług i energii z wyłączeniem paliw),

π_t^{KSA} – inflacja w sektorze dóbr krajowych m/m, odsezonowana za pomocą procedury Tramo Seats,

$wsez_t$ – wzorzec sezonowości pochodzący z procedury Tramo Seats ($wsez_t = \pi_t^{NSA} - \pi_t^{SA}$),

ulc_t^{SA} – jednostkowe koszty pracy – aproksymowane relacją funduszu płac w sektorze przedsiębiorstw do nominalnej produkcji sprzedanej przemysłu, odsezonowane za pomocą procedury Tramo Seats,

$ipsos_t$ – udział gospodarstw domowych oczekujących, że „ceny będą rosły w szybszym tempie niż obecnie” z ankiety oczekiwań inflacyjnych osób prywatnych IPSOS.

W przypadku modelu NHPC dla gospodarki otwartej (OHPC), miernikiem inflacji w sektorze krajowego był indeks cen dóbr niepodlegających wymianie handlowej z zagranicą (π_t^K). Sektor zagraniczny (dóbr handlowalnych π_t^Z) został wprowadzony do modelu wykorzystując mechanizm parytetu siły nabywczej. W podstawowej teorii Balassy-Samuelsona (zob. np. Balassa, 1964, Samuelson, 1964) sektory dóbr handlowalnych i niehandlowalnych przybliżane są odpowiednio przez towary i usługi. W celu lepszego odzwierciedlenia struktury rynku w Polsce, a tym samym poprawy jakości prognoz, zastosowaliśmy bardziej szczegółowy podział na sektor krajowy i zagraniczny. Do produktów podlegających wymianie handlowej z zagranicą zaliczyliśmy: towary, żywność przetworzoną oraz paliwa do prywatnych środków transportu¹³. Sektor produktów niehandlowalnych obejmuje pozostałe składowe indeksu CPI, tj.: usługi, żywność nieprzetworzoną oraz nośniki energii (energia elektryczna, gaz, opał i energia ciepła).

Należy zauważyć, że przy wyprowadzaniu nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa (zarówno standardowej jak i hybrydowej) korzystano m.in. z założeń, iż istnieje punkt równowagi (*steady-state*), do którego zmierza inflacja. Oznacza to, iż w celu empirycznego oszacowania krzywej Phillipsa szereg inflacji musi spełniać warunek stacjonarności. Został on sprawdzony za pomocą testów statystycznych (zob. Załącznik 4).

W ślad za Galí i Gertler (1999), w charakterze odchylenia kosztów krańcowych od *steady-state* używamy przyrostu jednostkowych kosztów pracy $\tilde{m}\tilde{c}_t = \Delta \log(ulc_t^{SA})$. Jednostkowe koszty pracy są wprost proporcjonalne do realnego kosztu krańcowego przy dwóch założeniach: o

¹³ Przykładowo w 2010 roku łączny udział tego sektora w indeksie CPI wyniósł 48,9%. Udział poszczególnych grup wynosił: towary 31,4%, żywność przetworzona 13,3% i paliwa 4,2%.

neoklasycznej funkcji produkcji Cobba-Douglasa i braku sztywności realnych¹⁴. Z uwagi na niestacjonarność logarytmu jednostkowych kosztów pracy (zob. Załącznik 4), jako miarę odchyień od *steady-state* zdecydowano się użyć przyrostu logarytmu tej zmiennej.

W przypadku równań zawierających oczekiwania *forward looking* pojawia się trudność empiryczna, polegająca na tym, iż proste zastąpienie oczekiwań przez zmienne wyprzedzone powoduje niezgodność estymatora KMNK (ze względu na endogeniczność oczekiwań inflacji względem bieżących szoków oddziałujących na inflację). W literaturze najczęściej spotyka się następujące rozwiązania tego problemu (zob. np. Zhang i in., 2009)¹⁵:

1. Zastosowanie uogólnionej metody momentów (ang. *Generalised Method of Moments*, GMM);
2. Zastąpienie zmiennej *forward looking* jednookresowymi prognozami inflacji wyznaczonymi na bazie innych modeli (np. VAR);
3. Zastąpienie zmiennej *forward looking* prognozami „zewnętrznymi” - jak np. oczekiwania inflacyjne osób prywatnych, projekcje banku centralnego czy średnie prognozy analityków bankowych.

W opracowaniu stosujemy pierwsze z wymienionych wyżej podejść - tj. uogólnioną metodę momentów, będącą rozszerzeniem metody zmiennych instrumentalnych na przypadek większej liczby instrumentów i potencjalnie niesferycznych zakłóceń (zob. Canova, 2007, s. 170):

$$\alpha_{GMM} = (X'Z \cdot W_{GMM} \cdot Z'X)^{-1} X'Z \cdot W_{GMM} \cdot Z'y \quad (21)$$

Gdzie:

X, Z – macierze obserwacji, odpowiednio: zmiennych objaśnianych i zmiennych instrumentalnych,

y – wektor obserwacji zmiennej objaśnianej,

W_{GMM} – dodatnio określona macierz wag, definiująca metrykę momentów,

α_{GMM} – wektor oszacowanych parametrów.

W literaturze wskazuje się, że zmienna instrumentalna powinna spełniać warunek silnego skorelowania ze zmienną instrumentowaną oraz braku skorelowania z szokiem (zob. np. Verbeek, 2008, s. 142). Dlatego też instrumentów poszukiwano wśród zmiennych, które na mocy teorii silnie determinują przyszłą inflację (pierwszy warunek), ograniczając się przy tym do zmiennych opóźnionych (co w zasadzie wyklucza skorelowanie z bieżącym szokiem). Wymienione wyżej warunki sprawdzono także statystycznie – pierwszy przy pomocy testu łącznej istotności wpływu instrumentów na przyszłą inflację, opartego o statystykę F , natomiast drugi – w oparciu o test J

¹⁴ Posługując się dwuskładnikową funkcją produkcji Cobba-Douglasa postaci $Y_t = A_t K_t^{\alpha_k} L_t^{\alpha_l}$ realny koszt krańcowy wyrażony jako iloraz płacy realnej przez krańcowy produkt z pracy można przedstawić jako iloraz jednostkowych kosztów pracy i elastyczności produkcji względem pracy:

$$MC_t = \frac{\frac{W_t}{P_t}}{\frac{\partial Y_t}{\partial L_t}} = \frac{\frac{W_t}{P_t}}{\alpha_l \frac{Y_t}{L_t}} = \frac{\frac{W_t L_t}{P_t Y_t}}{\alpha_l} = \frac{ULC_t}{\alpha_l}$$

¹⁵ Wymieniono metody stosowane przy estymacji pojedynczego równania. W ramach podejścia systemowego (DSGE) stosuje się również: metodę największej wiarygodności, estymację bayesowską lub kalibrację parametrów pozwalającą na odwzorowanie empirycznych rozkładów obserwowanych zmiennych.

(Hansena). Rezultaty obu testów wskazywały na poprawność doboru zmiennych instrumentalnych, w charakterze których przyjęto: opóźnienia zmiennej objaśnianej (od $t - 1$ do $t - 3$), zastosowanego miernika jednostkowych kosztów pracy (od $t - 1$ do $t - 2$) oraz dodatkowo zmienną $ipsos_t$ ($t - 1$). Dodatkowo, w ramach analizy wrażliwości, powiększano zestaw instrumentów o 1 lub 2 opóźnienia. W wyniku tego nie zanotowano znaczących zmian oszacowań parametrów, a co za tym idzie - prognoz.

6 Wyniki empiryczne

W badaniu empirycznym rozważamy prognozy otrzymane przy pomocy hybrydowej krzywej Phillipsa w wersjach: dla gospodarki zamkniętej (NHPC) oraz dla gospodarki otwartej (OHPC) w porównaniu z następującymi modelami¹⁶:

- model VAR (1) skonstruowany w oparciu o szeregi inflacji i kosztów krańcowych:

$$\widetilde{\pi}_t = \alpha_{11} + \alpha_{12}\widetilde{\pi}_{t-1} + \alpha_{13}\widetilde{mc}_{t-1} + \epsilon_{1,t} \quad (22)$$

$$\widetilde{mc}_t = \alpha_{21} + \alpha_{22}\widetilde{\pi}_{t-1} + \alpha_{23}\widetilde{mc}_{t-1} + \epsilon_{2,t}$$

- metoda naiwna prosta (*random walk*, RW):

$$\pi_t^{rr} = \pi_{t-1}^{rr} \quad (23)$$

Ze względu na fakt, iż równania nowokeynesistowskiej i hybrydowej krzywej Phillipsa zakładają punkt równowagi (*steady state*) o zerowej inflacji oraz nie wyjaśniają sezonowości, estymacja następuje w oparciu o inflację odsezonowaną oraz pozbawioną średniej (tj. $\widetilde{\pi}_t = \pi_t^{SA} - \bar{\pi}_t$). Dopiero po wyznaczeniu prognoz zmiennej $\widetilde{\pi}_t$, do prognoz dodawano wzorzec sezonowości oraz średnią z próby. W celu zachowania porównywalności podobnie czyniono w przypadku modelu VAR.

W celu wyznaczania prognoz CPI w oparciu o NHPC i OHPC zastosowany algorytm szczegółowo przedstawia Tablica 1:

Tablica 1 Przebieg procesu prognostycznego.

Etap	NHPC	OHPC
Estymacja parametrów:	- hybrydowej krzywej Phillipsa (14) (GMM), dla inflacji skorygowanej o średnią; - współczynnika autoregresji $\widetilde{mc}_t$ (MNK);	- hybrydowej krzywej Phillipsa (14) (GMM), dla inflacji w sektorze krajowym, skorygowanej o średnią; - współczynnika autoregresji $\widetilde{mc}_t$ (MNK)
Wyznaczenie prognoz:	- wyznaczenie prognoz <i>out-of-sample</i> zmiennej bezpośrednio objaśnianej przez model $\widetilde{\pi}_t$, kolejno na $h=1,2,\dots,12$ miesięcy naprzód (zob. wzory (18) i (19));	- wyznaczenie prognoz <i>out-of-sample</i> zmiennej bezpośrednio objaśnianej przez model $\widetilde{\pi}_t^K$, kolejno na $h=1,2,\dots,12$ miesięcy naprzód (zob. wzory (18) i (19)), a następnie wyznaczenie prognoz inflacji ogółem $\widetilde{\pi}_t$ (wzór (20));
Wyznaczenie prognoz inflacji CPI m/m:	- wyznaczenie prognoz inflacji CPI m/m $\pi_{t+h}^{NSA} = \widetilde{\pi}_t + wsez_{t+h} + \bar{\pi}_t$ (dodanie średniej i prognozy wzorca sezonowości);	
Złożenie prognoz CPI m/m do CPI r/r:	- zastosowano dwie metody annualizacji w zależności od horyzontu ¹⁷ : $\hat{\pi}_{t+h}^{rr} = \pi_t^{rr} \left(\frac{\hat{\pi}_{t+h}^{NSA}}{\pi_{t-11}^{NSA}} \right) \text{ dla } h=1;$ $\hat{\pi}_{t+h}^{rr} = \prod_{i=1}^h \hat{\pi}_{t+i}^{NSA} \prod_{j=0}^{11-h} \pi_{t-j}^{NSA} \text{ dla } h \in \langle 2, 11 \rangle;$ $\hat{\pi}_{t+h}^{rr} = \prod_{i=1}^h \hat{\pi}_{t+i}^{NSA} \text{ dla } h=12;$	

¹⁶ W ramach eksperymentów prognostycznych wyznaczono również prognozy w oparciu o model ARMA(1,1). Jakość tak otrzymanych prognoz była jednak bardzo niska, dlatego też nie prezentujemy tych wyników (wyniki dostępne na życzenie).

¹⁷ Metoda annualizacji została wyłoniona w drodze eksperymentów *out-of-sample*.

Weryfikacji prognoz dokonano na podstawie eksperymentów prognostycznych *out-of-sample*, na bazie 90 miesięcznej próby kroczącej (*rolling sample*). W eksperymentach wyznaczono pierwszą ścieżkę prognoz od sierpnia 2007 do lipca 2008, a ostatnią od czerwca 2011 do maja 2011. W rezultacie długość okna weryfikacji dla wszystkich horyzontów sięgała 36 miesięcy. W celu zbadania wrażliwości wyników, błędy wyznaczono również dla 24 miesięcznego oknie weryfikacji (zob. Załącznik 5).

Tablica 2 Średnie błędy prognoz *out-of-sample* w oknie weryfikacji 36 miesięcy.

	ME			
	NHPC	OHPC	VAR	RW
h = 1	0,04	-0,04	0,03	-0,01
h = 3	0,11	-0,15	0,10	0,02
h = 6	0,37	-0,16	0,36	0,00
h = 9	0,58	-0,19	0,56	-0,05
h = 12	0,84	-0,15	0,82	-0,04

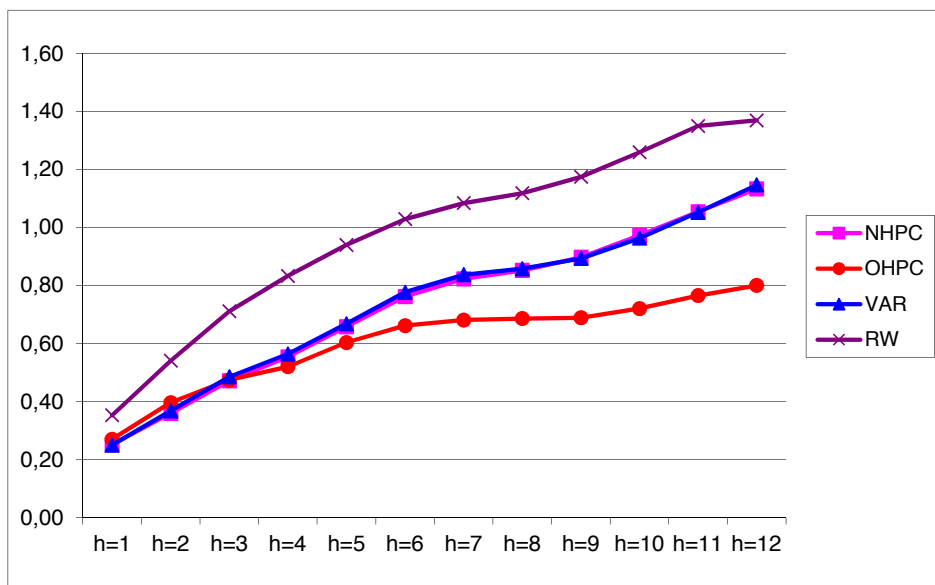
Tablica 3 Średnie błędy absolutne prognoz *out-of-sample* w oknie weryfikacji 36 miesięcy.

	MAE			
	NHPC	OHPC	VAR	RW
h = 1	0,18	0,21	0,19	0,30
h = 3	0,33	0,37	0,35	0,59
h = 6	0,61	0,53	0,63	0,84
h = 9	0,74	0,57	0,75	0,97
h = 12	0,96	0,62	0,97	1,13

Tablica 4 Pierwiastki błędów średniokwadratowych prognoz *out-of-sample* w oknie weryfikacji 36 miesięcy.

	RMSE			
	NHPC	OHPC	VAR	RW
h = 1	0,25	0,27	0,25	0,35
h = 3	0,47	0,47	0,49	0,71
h = 6	0,76	0,66	0,78	1,03
h = 9	0,90	0,69	0,89	1,17
h = 12	1,13	0,80	1,15	1,37

Rezultaty odnośnie do błędów ME, MAE i RMSE przedstawiają Tablice 2, 3 i 4 (w celu zwiększenia przejrzystości ograniczono się do wybranych horyzontów). Natomiast błędy RMSE dla wszystkich horyzontów ilustruje Rysunek 1.



Rysunek 1 Błędy RMSE dla poszczególnych horyzontów, w oknie weryfikacji 36 miesięcy.

Otrzymane rezultaty wskazują, iż dla najkrótszych horyzontów (od 1 do 3 miesięcy) niemal wszystkie prognozy osiągają podobną trafność - wyjątkiem jest metoda naiwna, która osiąga najwyższe błędy dla wszystkich horyzontów.

W dłuższym horyzoncie prognozy, od 4 miesięcy wzwyż, nieznaczną przewagę uzyskują prognozy z modelu OHPC. Wersja krzywej Phillipsa dla gospodarki zamkniętej (NHPC) generuje prognozy o błędach porównywalnych co do wielkości z błędami prognoz otrzymanych na podstawie modelu VAR.

Porównanie jakości prognoz w skróconym okresie weryfikacji (24 miesiące – zob. Załącznik 5) dostarcza analogicznych wniosków, co wskazuje, że otrzymane wyniki są odporne na dobór okresu weryfikacji.

W badaniu zweryfikowaliśmy hipotezę o istotności różnic błędów prognoz pochodzących z modelu OHPC i NHPC wobec najlepszego modelu *benchmarkowego* (VAR). Wyniki testu CPA (Giacomini i White, 2006) pozwoliły potwierdzić statystyczną istotność przewagi zaproponowanych modeli jedynie dla modelu OHPC w 12 miesięcznym horyzoncie prognoz (szczegółowe wyniki zawarte są w Załączniku 6).

7 Podsumowanie

W opracowaniu podjęto próbę zweryfikowania zdolności prognostycznych nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa, wykorzystywanej jak dotąd głównie do opisu przebiegu procesów inflacyjnych. Wykorzystano model oparty o mechanizm Calvo z indeksacją (tzw. nowokeynesistowską hybrydową krzywą Phillipsa) w wersji dla gospodarki zamkniętej oraz małej gospodarki otwartej.

Otrzymane w ten sposób równania rekursywnie oszacowano przy pomocy uogólnionej metody momentów, a następnie, po ich rozwiązaniu, wykorzystano do sporządzenia krótkookresowych prognoz wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych (CPI) w Polsce.

Analiza błędów prognoz *out-of-sample* (na 1 do 12 miesięcy naprzód) wskazuje, że zaproponowany model w wersji dla małej gospodarki otwartej, w porównaniu z najlepszym modelem *benchmarkowym* (VAR), generuje niższe błędy dla horyzontów sięgających 4 miesiące i dłuższych. Formalnie przewaga ta może być potwierdzona jedynie dla najdłuższego horyzontu (12 miesięcy naprzód). Z kolei w przypadku modelu w wersji dla gospodarki zamkniętej błędy prognoz dla wszystkich horyzontów były porównywalne z błędami z modelu VAR. W opinii autorów, z uwagi na silne oparcie o teorię ekonomii, modele nowokeynesistowskiej krzywej Phillipsa mogą być użytecznym narzędziem prognoz również w przypadku, gdy w świetle testów nie osiągnięto statystycznie istotnej przewagi nad modelami *benchmarkowymi*.

Literatura

- Adolfson M., Laséen S., Lindé J., Villani M., 2008. Evaluating an estimated new Keynesian small open economy model. *Journal of Economic Dynamics and Control* 32 (8), 2690-2721.
- Balassa B., 1964. The Purchasing-Power Parity Doctrine: A Reappraisal. *The Journal of Political Economy* 72 (6), pp. 584-596.
- Calvo G. A., 1983. Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of Monetary Economics* 12 (3), 383-398.
- Campa J. M., Goldberg L. S., 2005. Exchange Rate Pass-Through into Import Prices. *Review of Economics and Statistics* 87 (4), 679-690.
- Canova F., 2007. *Methods for Applied Macroeconomic Research*. Princeton University Press.
- Christiano L. J., Eichenbaum M., Evans C. L., 2005. Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy* 113 (1), 1-45.
- Cogley T., Sbordone A. M., 2008. Trend Inflation, Indexation, and Inflation Persistence in the New Keynesian Phillips Curve. *American Economic Review* 98 (5), 2101-26.
- Del Negro M., Schorfheide F., Smets F., Wouters R., 2007. On the fit and forecasting performance of New Keynesian models. *Journal of Business & Economic Statistics* 25 (2), 123-162.
- Devereux M.B, Engel C, 2002. Exchange Rate Pass-Through, Exchange Rate Volatility and Exchange Rate Disconnect. *Journal of Monetary Economics* 49 (5), 913-940.
- Edge R. M., Kiley M. T., Laforge J.-P., 2010. A comparison of forecast performance between Federal Reserve staff forecasts, simple reduced-form models, and a DSGE model. *Journal of Applied Econometrics* 25 (4), 720-754.
- Erceg C. J., Henderson D. W., Levin A. T., 2000. Optimal monetary policy with staggered wage and price contracts. *Journal of Monetary Economics* 46 (2), 281-313.
- Engel C., 2002. Local-currency pricing and the choice of exchange-rate regime. *European Economic Review* 44 (8), 1449-1472.
- Estrella A., Fuhrer J. C., 2002. Dynamic Inconsistencies: Counterfactual Implications of a Class of Rational-Expectations Models. *The American Economic Review* 92 (4), 1013-1028.
- Fuhrer J., Moore G., 1995. Inflation Persistence. *The Quarterly Journal of Economics* 110 (1), 127-159.
- Galí J., 2008. *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework*. Princeton University Press.
- Galí J., Gertler M., 1999. Inflation dynamics: A structural econometric analysis. *Journal of Monetary Economics* 44 (2), 195-222.
- Galí J., Gertler M., López-Salido J. D., 2005. Robustness of the estimates of the hybrid New Keynesian Phillips Curve. *Journal of Monetary Economics* 52 (6), 1107-1118.
- Galí J., Monacelli T., 2005. Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy. *Review of Economic Studies* 72 (3), 707-734.
- Giacomini R., White H., 2006. Tests of conditional predictive ability, *Econometrica* 74 (6), 1545-1578.

- Goldstein M., Officer L. H., 1979. New Measures of Prices and Productivity for Tradable and Nontradable Goods. *Review of Income and Wealth* 25 (4), 413-427.
- Kokoszczyński R., 2004. Współczesna polityka pieniężna w Polsce. PWE.
- Lane P., 2001. The new open economy macroeconomics: a survey. *Journal of International Economics* 54 (2), 235-266.
- Lees K., Matheson T., Smith C., 2010. Open economy forecasting with a DSGE-VAR: Head to head with the RBNZ published forecasts. *International Journal of Forecasting* (w druku).
- María-Dolores R., 2010. Exchange rate pass-through in New Member States and candidate countries of the EU. *International Review of Economics and Finance* 19 (1), 23- 35, special Issue: Exchange Rate Pass-Through and Exchange Rate Dynamics.
- Monacelli T., 2005. Monetary Policy in a Low Pass-through Environment. *Journal of Money, Credit and Banking* 37 (6), 1047-1066.
- Pagan A., 2003. Report on modelling and forecasting at the Bank of England. Bank of England.
- Pivetta F., Reis R., 2007. The persistence of inflation in the United States. *Journal of Economic Dynamics and Control* 31 (4), 1326- 1358.
- Przystupa J., Wróbel E., 2009. Asymmetry of the exchange rate pass-through: An exercise on the Polish data. MPRA Paper 17660, University Library of Munich.
- Razzak W. A., 2002. Monetary policy and forecasting inflation with and without the output gap. Reserve Bank of New Zealand Discussion Paper Series DP2002/03, Reserve Bank of New Zealand.
- Roberts J. M., 1995. New Keynesian Economics and the Phillips Curve. *Journal of Money, Credit and Banking* 27 (4), 975-984.
- Romer D., 2006. *Advanced Macroeconomics*. McGraw-Hill Irwin.
- Rubaszek M., Skrzypczyński P., 2008. On the forecasting performance of a small-scale DSGE model. *International Journal of Forecasting* 24 (3), 498-512.
- Rumler F., Valderrama M., 2010. Comparing the New Keynesian Phillips Curve with time series models to forecast inflation. *The North American Journal of Economics and Finance* 21 (2), 126-144.
- Samuelson P. A., 1964. Theoretical Notes on Trade Problems. *The Review of Economics and Statistics* 46 (2), 145-154.
- Smets F., Wouters R. (2003), An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area. *Journal of the European Economic Association* 1, 1123–1175.
- Stock J. H., Watson M. W., 2008. Phillips Curve Inflation Forecasts. NBER Working Papers 14322, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Svensson L.E.O., 1997. Inflation forecast targeting: Implementing and monitoring inflation targets. *European Economic Review* 41 (6), 1111-1146.
- Zhang C., Osborn D. R., Kim D. H., 2009. Observed Inflation Forecasts and the New Keynesian Phillips Curve. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 71 (3), 375-398.

Załącznik 1

Warunek (4) można zapisać jako:

$$\sum_{k=0}^{\infty} (\theta)^k E_t Q_{t+k,t} P_t^* Y_{t+k|t} = \sum_{k=0}^{\infty} (\theta)^k E_t Q_{t+k,t} \left(MC_{t+k} P_{t+k} \exp(\vartheta_t) \frac{\epsilon}{\epsilon-1} Y_{t+k|t} \right) \quad (Z-1)$$

Dzieląc powyższe wyrażenie przez poziom cen z poprzedniego okresu P_{t-1} , a następnie dokonując log-linearyzacji powyższego wyrażenia wokół punktu równowagi otrzymujemy:

$$\frac{1}{1-\theta\beta} (p_t^* - p_{t-1}) = \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t (\widetilde{mc}_{t+k}) + \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k E_t (\pi_t + \pi_{t-1} + \dots + \pi_{t+k}) + \vartheta_t \quad (Z-2)$$

Zapis równania (Z-2) z zastosowaniem operatora opóźnień, na potrzeby opracowania zdefiniowanego jako: $L^j y_t \equiv E_t(y_{t-j})$; w przypadku gdy $j \geq 0$ równoważnego standardowemu operatorowi opóźnień: $L^j y_t \equiv (y_{t-j})$; natomiast w przypadku $j < 0$ (przyspieszenie) jako wartości wynikającej z przyjętego schematu racjonalnych oczekiwań¹⁸: $L^{-j} y_t \equiv E_t(y_{t+j})$, pozwala ułatwić obliczenia¹⁹:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1-\theta\beta} (p_t^* - p_{t-1}) &= \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta L^{-1})^k \widetilde{mc}_t + \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k (1 + L^{-1} + \dots + L^{-k}) \pi_t + \vartheta_t = \\ &= \frac{1}{1-\theta\beta L^{-1}} \widetilde{mc}_t + \sum_{k=0}^{\infty} ((\theta\beta)^k \sum_{j=0}^{\infty} (\theta\beta L^{-1})^j \pi_t) + \vartheta_t \end{aligned} \quad (Z-3)$$

Z kolei korzystając z faktu, że $(p_t^* - p_{t-1}) = \frac{\pi_t}{(1-\theta)}$, a ponadto: $\sum_{j=0}^{\infty} (\theta\beta L^{-1})^j \pi_t = \frac{1}{1-\theta\beta L^{-1}} \pi_t$ otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1-\theta\beta)(1-\theta)} \pi_t &= \frac{1}{1-\theta\beta L^{-1}} \widetilde{mc}_t + \sum_{k=0}^{\infty} ((\theta\beta)^k \frac{1}{1-\theta\beta L^{-1}} \pi_t) + \vartheta_t = \frac{1}{1-\theta\beta L^{-1}} \widetilde{mc}_t + \\ &+ \frac{1}{(1-\theta\beta)(1-\theta\beta L^{-1})} \pi_t + \vartheta_t \end{aligned} \quad (Z-4)$$

Grupując we wzorze (Z-4) czynniki przy inflacji, a następnie upraszczając tak otrzymane wyrażenie (skorzystaliśmy również z faktu, że ϑ_t jest białosumowe, co implikuje $L^{-1}\vartheta_t = 0$) otrzymujemy:

$$(1 - \beta L^{-1}) \pi_t = \frac{(1-\theta\beta)(1-\theta)}{\theta} \widetilde{mc}_t + \frac{(1-\theta\beta)(1-\theta)}{\theta} \vartheta_t \quad (Z-5)$$

Załącznik 2

Problem wyboru optymalnej ceny przez firmę *forward looking* jest analogiczny do tego, który był rozważany w standardowej wersji NKPC. W takim przypadku możemy podstawić $(p_t^* - p_{t-1})$ do równania inflacji (6), otrzymując:

$$\pi_t = (1-\omega)(1-\theta)(1-\theta\beta) \left(\frac{1}{1-\theta\beta L^{-1}} \widetilde{mc}_t + \sum_{k=0}^{\infty} \left((\theta\beta)^k \sum_{j=0}^{\infty} (\theta\beta L^{-1})^j \pi_t \right) + \vartheta_t \right)$$

¹⁸ Podobną notację stosuje np. Romer (2006), s. 323-326.

¹⁹ W szczególności uprościmy nieskończone sumy korzystając ze wzoru na sumy szeregu geometrycznego.

$$+ \omega \mathbf{L} \pi_t = (1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \theta\beta) \left(\frac{1}{1 - \theta\beta \mathbf{L}^{-1}} \tilde{m} \tilde{c}_t + \frac{1}{(1 - \theta\beta)(1 - \theta\beta \mathbf{L}^{-1})} \pi_t + \vartheta_t \right) + \omega \mathbf{L} \pi_t$$

To z kolei można zapisać jako:

$$[1 - \theta\beta \mathbf{L}^{-1} - (1 - \omega)(1 - \theta)] \pi_t = (1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \theta\beta) \tilde{m} \tilde{c}_t + (1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \theta\beta) \vartheta_t + \omega(\mathbf{L} - \theta\beta) \pi_t$$

Równanie to po uproszczeniu przedstawia się następująco:

$$\pi_t = \frac{\theta\beta}{\theta + \omega - \omega\theta + \omega\theta\beta} \mathbf{L}^{-1} \pi_t + \frac{\omega}{\theta + \omega - \omega\theta + \omega\theta\beta} \mathbf{L} \pi_t + \frac{(1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \theta\beta)}{\theta + \omega - \omega\theta + \omega\theta\beta} \tilde{m} \tilde{c}_t + \frac{(1 - \omega)(1 - \theta)(1 - \theta\beta)}{\theta + \omega - \omega\theta + \omega\theta\beta} \vartheta_t$$

Załącznik 3

Równanie (14) zapisane z użyciem zastosowanego we wcześniejszych załącznikach operatora opóźnień przedstawia się następująco:

$$[-\gamma \mathbf{L}^{-1} - (1 - \gamma) \mathbf{L}^1 + 1] \cdot \pi_t = \lambda \cdot x_t \quad (\text{Z-6})$$

Przekształcając lewą stronę równania (21) otrzymujemy:

$$(\gamma - 1)(1 - \mathbf{L}^{-1}) \left(\mathbf{L} - \frac{\gamma}{1 - \gamma} \right) = (\gamma - 1) \left(\mathbf{L} - \frac{\gamma}{1 - \gamma} - 1 + \frac{\gamma}{1 - \gamma} \mathbf{L}^{-1} \right) = (\gamma - 1) \mathbf{L} + \gamma - (\gamma - 1) - \gamma \mathbf{L}^{-1} = -(\gamma - 1) \mathbf{L} + 1 - \gamma \mathbf{L}^{-1} \quad (\text{Z-7})$$

$$(\gamma - 1)(1 - \mathbf{L}^{-1}) \left(\mathbf{L} - \frac{\gamma}{1 - \gamma} \right) \cdot \pi_t = \lambda \cdot x_t \quad (\text{Z-8})$$

Dzieląc równanie (23) przez dwa pierwsze czynniki otrzymujemy:

$$\left(\mathbf{L} + \frac{\gamma}{1 - \gamma} \right) \cdot \pi_t = (\gamma - 1)^{-1} \lambda (1 + \mathbf{L}^{-1} + \mathbf{L}^{-2} + \mathbf{L}^{-3} + \dots) \cdot x_t \quad (\text{Z-9})$$

Co możemy wyrazić następująco:

$$\pi_{t-1} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \pi_t = (\gamma - 1)^{-1} \lambda (1 + \mathbf{L}^{-1} + \mathbf{L}^{-2} + \mathbf{L}^{-3} + \dots) \cdot x_t \quad (\text{Z-10})$$

$$\pi_t + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \pi_{t-1} = \frac{\lambda}{\gamma} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} E_t(x_{t+i}) \quad (\text{Z-11})$$

Załącznik 4

Poniżej przedstawiono wyniki testów pierwiastka jednostkowego szeregów: inflacji CPI, inflacji w sektorze krajowym, logarytmu zastosowanej miary jednostkowych kosztów pracy oraz jej pierwszego przyrostu. Wszystkie szeregi zostały skorygowane o średnią, co odpowiada transformacjom, jakie wykonujemy na szeregach wykorzystywanych do estymacji modeli prognostycznych. Próba sięgała od stycznia 1999 r. do czerwca 2011 r. ($\tilde{\pi}_t, \tilde{\pi}_t^K$) lub maja 2011 r. ($\log(\widetilde{ulc}_t^{SA}), \Delta \log(\widetilde{ulc}_t^{SA})$).

Zmienna	DF (bez wyrazu wolnego)	ADF (bez wyrazu wolnego, 12 opóźnień)
$\tilde{\pi}_t$	-6,52	-3,55
$\tilde{\pi}_t^K$	-7,94	-2,86
$\log(\widetilde{ulc}_t^{SA})$	-1,36	-0,86
$\Delta \log(\widetilde{ulc}_t^{SA})$	-16,96	-3,06

Otrzymane rezultaty wskazują, że na przyjętym 5% poziomie istotności szeregi inflacji są stacjonarne, a szereg jednostkowych kosztów pracy zintegrowany w stopniu pierwszym (z tego względu do oszacowania parametrów modelu NHPC i OHPC bierzemy jego tempo wzrostu).

Załącznik 5

Tablica 5 Średnie błędy prognoz *out-of-sample* w 24-miesięcznym oknie weryfikacji.

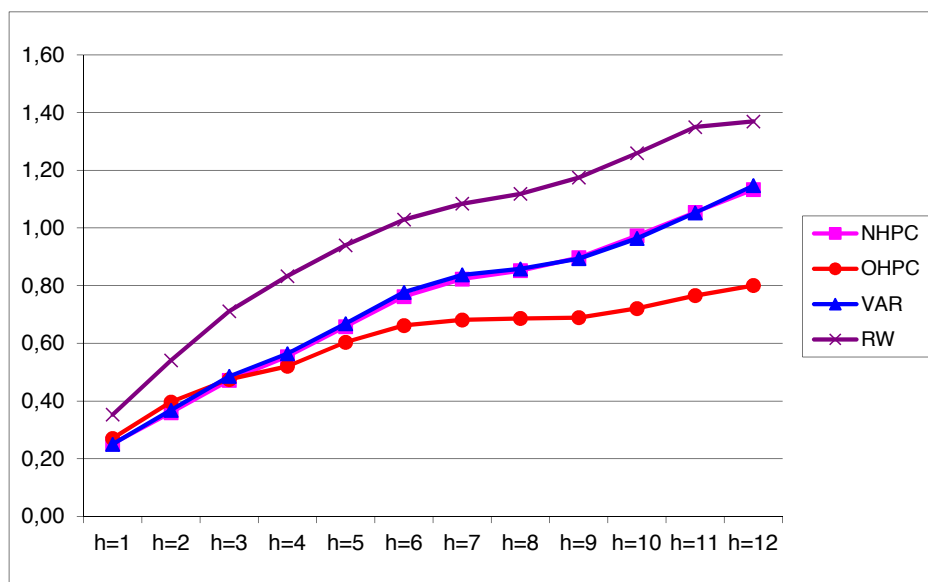
	ME			
	NHPC	OHPC	VAR	RW
h = 1	0,04	-0,02	0,03	0,03
h = 3	0,07	-0,15	0,05	0,11
h = 6	0,32	-0,18	0,29	0,18
h = 9	0,52	-0,26	0,50	0,07
h = 12	0,68	-0,34	0,66	-0,24

Tablica 6 Średnie błędy absolutne prognoz *out-of-sample* w 24-miesięcznym oknie weryfikacji.

	MAE			
	NHPC	OHPC	VAR	RW
h = 1	0,19	0,22	0,21	0,29
h = 3	0,34	0,38	0,36	0,56
h = 6	0,60	0,61	0,62	0,90
h = 9	0,76	0,67	0,79	1,00
h = 12	0,86	0,66	0,88	1,10

Tablica 7 Pierwiastki błędów średniokwadratowych prognoz *out-of-sample* w 24-miesięcznym oknie weryfikacji.

	RMSE			
	NHPC	OHPC	VAR	RW
h = 1	0,25	0,27	0,25	0,36
h = 3	0,47	0,50	0,48	0,67
h = 6	0,79	0,73	0,79	1,08
h = 9	0,95	0,79	0,96	1,25
h = 12	1,04	0,86	1,05	1,28



Rysunek 2 Błąd RMSE dla poszczególnych horyzontów, w 24-miesięcznym oknie weryfikacji.

Załącznik 6

Poniżej prezentujemy wyniki statystycznej oceny istotności różnic w trafności prognoz z modeli NHPC i OHPC, w porównaniu z najlepszym benchmarkiem (VAR). W tym celu zastosowano test CPA (*Conditional Predictive Ability*; Giacomini i White, 2006), o następującym układzie hipotez:

$$H_0: E\{L_{t+h}(y_{t+h}, M_A)\} = E\{L_{t+h}(y_{t+h}, M_B)\}$$

$$H_1: E\{L_{t+h}(y_{t+h}, M_A)\} \neq E\{L_{t+h}(y_{t+h}, M_B)\}$$

Gdzie:

$L_{t+h}(y_{t+h}, M_A)$, $L_{t+h}(y_{t+h}, M_B)$ - kwadraty błędów prognoz, sformułowanych w okresie t na h okresów naprzód, przy pomocy modeli odpowiednio: M_A i M_B .

Wyniki dla 36 miesięcznego okna weryfikacji przedstawia tablica 8.

Tablica 8. Wyniki testu CPA²⁰.

	NHPC vs. VAR		OHPC vs. VAR	
	statystyka CPA	p-value	statystyka CPA	p-value
h = 1	0,956	62%	1,228	54%
h = 3	2,800	25%	1,690	43%
h = 6	4,353	11%	2,542	28%
h = 9	0,515	77%	2,439	30%
h = 12	0,800	67%	5,375	7%

Otrzymane wyniki wskazują, że na przyjętym 10% poziomie istotności stwierdzono istotną statystycznie przewagę trafności prognoz dla prognoz na 12 miesięcy naprzód formułowanych na bazie modelu OHPC. Dla krótszych horyzontów, jak również dla modelu NHPC (niezależnie od horyzontu), nie stwierdzono istotnej przewagi nad prognozami z modelu VAR.

²⁰ Wykorzystano procedury do pakietu Matlab udostępnione przez R. Giacomini (<http://www.homepages.ucl.ac.uk/~uctprgi/Matlabcode.htm>).