

MATERIAŁY I STUDIA

Zeszyt nr 286

Analiza dyskryminacyjna i regresja logistyczna w procesie oceny zdolności kredytowej przedsiębiorstw

Robert Jagiełło

Warszawa, 2013 r.

Robert Jagiełło – Narodowy Bank Polski.

Składam serdeczne podziękowania dr. hab. prof. Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie Mateuszowi Pipieniowi za cenne wskazówki, komentarze i sugestie, które pozwoliły nadać pracy jej ostateczny kształt. Dziękuję również dr. Łukaszowi Kozłowskiemu za pomocne uwagi metodologiczne podczas pisania niniejszego opracowania.

Projekt badawczy został zrealizowany w ramach konkursu Komitetu Badań Ekonomicznych NBP na projekty badawcze przeznaczone do realizacji przez pracowników NBP i osoby spoza NBP oraz sfinansowany ze środków Narodowego Banku Polskiego.

Projekt graficzny:
Oliwka s.c.

Skład i druk:
Drukarnia NBP

Wydał:
Narodowy Bank Polski
Departament Edukacji i Wydawnictw
00-919 Warszawa, ul. Świętokrzyska 11/21
tel. 22 653 23 35, fax 22 653 13 21

© Copyright Narodowy Bank Polski, 2013

ISSN 2084–6258

Materiały i Studia są rozprowadzane bezpłatnie

Dostępne są również na stronie internetowej NBP: <http://www.nbp.pl>

Spis treści:

Streszczenie	3
Wstęp	4
1. Model dyskryminacyjny	7
1.1. Sformułowanie celu modelu	7
1.2. Przygotowanie materiału statystycznego (dobór przedsiębiorstw)	8
1.3. Budowa modelu dyskryminacyjnego	9
1.3.1. Istota modelu analizy dyskryminacyjnej	9
1.3.2. Optymalna reguła klasyfikacji	10
1.3.3. Kanoniczna funkcji dyskryminacyjna	12
1.3.4. Dobór zmiennych przy budowie kanonicznej funkcji dyskryminacyjnej	17
1.4. Weryfikacja siły dyskryminacyjnej modelu	22
2. Model regresji logistycznej	24
2.1. Istota modelu regresji logistycznej	24
2.2. Budowa modelu regresji logistycznej	25
2.3. Dobór zmiennych do modelu regresji logistycznej	28
2.4. Weryfikacja modelu regresji logistycznej	30
3. Badania nad ryzykiem kredytowym przedsiębiorstw w Polsce przy wykorzystaniu analizy dyskryminacyjnej	32
3.1. Model E.Mączyńskiej	32
3.2. Model M.Pogodzińskiej i S.Sojaka	33
3.3. Modele J.Gajdki i T.Stosa	34
3.4. Modele D.Hadasik	37
3.5. Model A.Hoły	41
3.6. Model D.Wierzby	41
3.7. Model S. Sojaka i J.Stawickiego	42
3.8. Modele B.Prusaka	43
3.9. Modele INE PAN (E.Mączyńskiej, M.Zawadzkiego)	48
3.10. Model „poznański”	51
4. Badania nad ryzykiem kredytowym przedsiębiorstw w Polsce przy wykorzystaniu regresji logistycznej	53
4.1. Modele M.Gruszczyńskiego	53
4.2. Modele P. Stępnia i T.Strąka	59
4.3. Modele D.Wędzkiego	62
5. Modele dyskryminacyjne dla małych i średnich przedsiębiorstw w Polsce ...	66
5.1. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Przemysł”	66
5.2. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Budownictwo”	72
5.3. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Handel”	78
5.4. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Transport”	84
5.5. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Usługi”	89

6. Modele regresji logistycznej dla małych i średnich przedsiębiorstw w Polsce	95
6.1. Model regresji logistycznej dla sektora Przemysł	95
6.2. Model regresji logistycznej dla sektora Budownictwo	96
6.3. Model regresji logistycznej dla sektora Handel	97
6.4. Model regresji logistycznej dla sektora Transport	97
6.5. Model regresji logistycznej dla sektora Usługi	98
Zakończenie	100
Załączniki	102
Załącznik 1. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Przemysł	102
Załącznik 2. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Budownictwo	104
Załącznik 3. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Handel	106
Załącznik 4. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Transport	108
Załącznik 5. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Usługi	110
Bibliografia:	112
Spis tabel:	115
Spis wykresów:	116
Spis załączników:	116

Streszczenie

Opracowanie podejmuje problematykę szacowania zdolności kredytowej małych i średnich przedsiębiorstw w Polsce przy zastosowaniu dwóch metod: analizy dyskryminacyjnej i regresji logistycznej. Zaprezentowano w nim dotychczasowe badania nad wykorzystaniem analizy dyskryminacyjnej i regresji logistycznej w ocenie ryzyka kredytowego przedsiębiorstw w Polsce oraz przeprowadzono własne badania nad zastosowaniem tych metod do szacowania ryzyka kredytowego małych i średnich przedsiębiorstw. Na podstawie próby 400 podmiotów oszacowano odrębne funkcje dyskryminacyjne i logitowe dla pięciu sektorów gospodarki polskiej: przemysłu, budownictwa, handlu, transportu i usług. Zaprezentowane w opracowaniu modele pozwalają na obiektywną ocenę ryzyka kredytowego przedsiębiorstw, a wyniki uzyskane przy ich pomocy mogą służyć jako narzędzia wspomagające podejmowanie decyzji kredytowych. Wyniki przeprowadzonego w opracowaniu badania wykazały, że na zdolność kredytową poszczególnych sektorów wpływają różne wskaźniki i różne jest ich oddziaływanie na wartości funkcji dyskryminacyjnych i logitowych. Przeprowadzając zatem ocenę ryzyka kredytowego małych i średnich podmiotów w Polsce, nie powinno się ich traktować w sposób uniwersalny i homogeniczny, lecz wskazane jest podejście zróżnicowane uwzględniające sektor gospodarki w jakim dany podmiot funkcjonuje.

Słowa kluczowe: analiza danych, analiza dyskryminacyjna, regresja logistyczna, ryzyko kredytowe, małe i średnie przedsiębiorstwa

JEL: C30, C53, G21, G33

Wstęp

Powszechnie stosowane przez banki komercyjne metody oceny ryzyka kredytowego to metody punktowe wykorzystujące w analizie zarówno czynniki ilościowe (mieralne) jak i jakościowe (niemierzalne). Współczesna praktyka bankowa opierając się na coraz większym doświadczeniu oraz coraz szerszych i bogatszych bazach danych wykazuje tendencję do tworzenia modeli kredytowych pozwalających szacować ryzyko przede wszystkim na podstawie czynników ilościowych.

Ilościowe metody oceny ryzyka kredytowego są tworzone w oparciu o statystyczny pomiar prawdopodobieństwa niespłacenia zobowiązań kredytowych. Na funkcjonowanie tego systemu składają się dwa elementy: dane i modele. Dane mogą mieć postać informacji ze sprawozdań finansowych, cen rynkowych akcji lub długu, wskaźników makroekonomicznych charakteryzujących aktualną lub prognozowaną sytuację gospodarki i koniunktury w sektorze. Nowoczesne modele ryzyka kredytowego pozwalają przekształcić dane na informacje o skali i zakresie zagrożeń dla zaangażowania kredytowego banku.

Szczególnie istotne jest identyfikowanie ryzyka i jego pomiar mające doprowadzić do minimalizacji zagrożenia niespłacenia zobowiązań podejmowanie odpowiednich środków zaradczych. Skutecznych narzędzi do kontrolowania kondycji przedsiębiorstw dostarcza analiza finansowa. Odpowiednio przeprowadzone badanie może wskazać potencjalne zagrożenia, jednak nie zawsze daje jednoznaczne odpowiedzi odnośnie ryzyka wystąpienia niewypłacalności, natomiast zazwyczaj jest czasochłonne i często wymaga od pracownika podejmowania subiektywnych decyzji opartych nie na wiedzy ale na intuicji. Potencjalnym rozwiązaniem problemu skuteczności oceny ryzyka kredytowego jest zastosowanie metod statystycznych, które pozwalają konstruować modele obiektywne, łatwe i szybkie w zastosowaniu, oparte na czynnikach mierzalnych i co najistotniejsze skuteczne. Obiektywność i skuteczność modeli wynika z zastosowanych kryteriów i z tego, że modele oparte są na analizie danych statystycznych.

Tendencja do wykorzystywania wiedzy z dziedziny statystyki i ekonometrii przejawia się w trakcie budowania systemów wczesnego ostrzegania, które ułatwiają

weryfikację wniosków kredytowych i odrzucenie potencjalnych niewiarygodnych kredytobiorców. Tak zaprojektowane systemy łączą w sobie techniki statystyczne z tradycyjną analizą wskaźnikową, wychodząc z założenia, iż umiejętna ocena sprawozdań finansowych stanowić powinna podstawę dla oceny zdolności kredytowej przy danej transakcji. Wskaźniki finansowe, odpowiednio wprzęgnięte do modelu statystycznego, odzwierciedlają bowiem te trudności przedsiębiorstw, które ostatecznie prowadzić mogą do bankructwa. Zaliczyć tu należy przede wszystkim problemy związane z zagrożeniem utraty płynności finansowej, poniesienia strat w działalności bieżącej, czy też utratą możliwości bieżącego finansowania się na rynku.

W trakcie tworzenia wspomnianych typów tradycyjnych modeli ilościowych dane pochodzące ze sprawozdań finansowych firm wykorzystywane są zwykle jako zmienne niezależne, które warunkują wartość nieobserwowalnej bezpośrednio zmiennej zależnej, określającej sytuację ekonomiczno-finansową firmy, a tym samym jej zdolność kredytową. Takie ujęcie problemu możliwe jest dzięki uwzględnieniu hipotezy badawczej zakładającej istnienie ukrytego wymiaru objawiającego się jedynie swymi obserwowalnymi symptomami. Wartości ukrytej cechy, wyznaczone za pomocą modeli statystycznych, pozwalają bądź to zaklasyfikować dane przedsiębiorstwo do odpowiedniej grupy niskiego lub wysokiego ryzyka, bądź to oszacować prawdopodobieństwo jego upadłości. Reguła klasyfikująca budowana jest w oparciu o historyczne bazy danych, opisujące te przedsiębiorstwa, o których wiemy, iż w określonym przedziale czasu okazały się wiarygodnymi bądź niewiarygodnymi kredytobiorcami. Dzięki takiej regule bank uzyskuje możliwość zarządzania ryzykiem kredytowym nie tylko poprzez odrzucanie wniosków nowych niewiarygodnych podmiotów, ale także przez udzielanie im kredytu za odpowiednią opłatą, wynikającą z wartości wyliczonego prawdopodobieństwa ich upadłości.

Tradycyjne modele ilościowe oceny zdolności kredytowej po raz pierwszy pojawiły się w praktyce już w latach 30-tych XX wieku, a za ich prekursora uważać należy P.J.Fritz Patricka, który jednakże w swoich analizach uwzględniał jedynie dwa

wskaźniki finansowe¹. Prace na szerszą skalę nad zastosowaniem statystyki i ekonometrii w tej dziedzinie rozpoczęły się natomiast w latach 60-tych XX wieku, a prowadzone były między innymi przez W.H.Beavera² i E.I.Altmana³, który był prekursorem w wykorzystaniu analizy dyskryminacyjnej do badania ryzyka upadłości przedsiębiorstw. Wraz z biegiem czasu wykorzystanie metod ilościowych stawało się coraz bardziej popularne, głównie dzięki możliwościom posłużenia się komputerami do obliczeń na wielu zmiennych. Pojawiały się także nowe koncepcje oceny ryzyka, wykorzystujące odmienne techniki statystyczne. Warto zauważyć, iż techniki te niejednokrotnie nie są konkurencyjne wobec siebie, ale wzajemnie się uzupełniają, pozwalając badaczowi precyzyjniej określić skalę zagrożenia, z jakim spotyka się bank przy kredytowaniu. Do systemów wczesnego ostrzegania, które wykorzystywane być mogą w połączeniu ze sobą zaliczyć możemy liniową analizę dyskryminacyjną oraz regresję logistyczną.

Celem niniejszego opracowania jest konstrukcja funkcji dyskryminacyjnych oraz regresji logistycznej dla sektora MSP w Polsce w oparciu o sprawozdawczość finansową 400 małych i średnich przedsiębiorstw funkcjonujących w pięciu sektorach gospodarki:

- przemyśle,
- handlu,
- budownictwie,
- transporcie,
- usługach.

¹ P.Szczepankowski „Ocena ryzyka działalności przedsiębiorstw na podstawie sprawozdań finansowych (*Metodologia amerykańska, Unii Europejskiej i polska*)”, Wyższa Szkoła Przedsiębiorczości i Zarządzania im. Leona Koźmińskiego, artykuł dostępny na http://www.studenci.pl/ekonomia/finanseprzds/semeko_85.html, informacja zaczerpnięta 28 maja 2010 r.

² W.H Beaver, „Financial Ratios and Predictors of Failure. Empirical Research in accounting” Selected Studies, dodatek do Journal of Accounting Research, 1996 r. s. 77-111,

³ E.I.Altman, „Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy”, Journal of Finance, September, 1968 r, s. 189–209.

1. Model dyskryminacyjny

Model dyskryminacyjny powstaje w wyniku przeprowadzenia szeregu czynności. Ponieważ jest on modelem statystycznym, czynności te mają charakter sformalizowany. Należy je wykonać w następujących etapach:

- sformułowanie celu modelu,
- przygotowanie materiału statystycznego (dobór przedsiębiorstw),
- budowa modelu dyskryminacyjnego,
- weryfikacja modelu.

Przejdźcie przez te etapy jest niezbędne, aby móc wnioskować na podstawie modelu dyskryminacyjnego. Najwięcej pracy pochłania etap drugi. Rozłożono go więc na dwie części: dobór firm oraz dobór zmiennych objaśniających.

1.1. Sformułowanie celu modelu

Instytucje kredytowe wykorzystują analizę dyskryminacyjną w modelowaniu ryzyka kredytowego, a w szczególności ryzyka upadłości kredytobiorcy. W obszarze prognozowania upadłości analiza dyskryminacyjna znajduje najszerze zastosowanie. W związku z tym celem modelu jest pomiar ryzyka wystąpienia niewypłacalności przedsiębiorstw sektora małych i średnich przedsiębiorstw (MŚP) poprzez rozdzielenie populacji przedsiębiorstw na dwie grupy, z których jedna będzie oznaczać firmy, które z wysokim prawdopodobieństwem będą wypłacalne (należności wobec nich zostaną sklasyfikowane przez bank jako należności w sytuacji normalnej bądź pod obserwacją), a druga będzie grupować firmy, które będą mieć (z wysokim prawdopodobieństwem) problemy z wypłacalnością (należności wobec nich zostaną zaklasyfikowane jako należności zagrożone, czyli poniżej standardu, wątpliwe i stracone).

Cel modelu różni się od klasycznych modeli dyskryminacyjnych, które zazwyczaj przyjmują podział podmiotów na przedsiębiorstwa wypłacalne i upadłe. W niniejszym opracowaniu przedsiębiorstwa „złe” będą traktowane nawet wówczas gdy są wypłacalne ale ich sytuacja finansowa może stanowić zagrożenie terminowej spłaty kredytu.

Definiując powyższy cel modelu, należy dokonać następujących założeń:

- dwie grupy przedsiębiorstw są rozłączne,
- istnieją cechy pozwalające odróżnić obiekty jednej grupy od obiektów drugiej,
- cechami tymi są wskaźniki finansowe.

W powyższych założeniach tkwi istota analizy dyskryminacyjnej. Odstępstwo od jednego z założeń automatycznie osłabi dokładność prognozy. Oznaczają one, że już w dniu sporządzania prognozy przedsiębiorstwa „dobre” istotnie różnią się od „złych”, a tym co je odróżnia są wartości wskaźników finansowych.⁴

Model dyskryminacyjny wykorzystując właściwości prognostyczne wskaźników finansowych pozwoli stwierdzić, czy przedsiębiorstwo przetrwa następne lata. Atutem metody wielokryterialnej jest stworzenie kombinacji liniowej wskaźników, która najlepiej rozdzieli populację przedsiębiorstw na dwie grupy. Znika więc problem sprzeczności sygnałów płynących z tradycyjnej analizy finansowej. Dopasowanie funkcji odbywa się metodą statystyczną, a zatem ważna staje się kwestia odpowiedniego doboru materiału statystycznego.

1.2. Przygotowanie materiału statystycznego (dobór przedsiębiorstw)

Aby wnioskowanie statystyczne nie było obarczone istotnymi dużymi błędami, należy zadbać o dostateczną liczebność próby. Do oszacowania modeli dla pięciu sektorów gospodarki dobrano po czterdzieści podmiotów, wobec których banki w Polsce posiadały należności sklasyfikowane jako nieregularne (wg stanu na 31 grudnia 2009 r.). Do nich dobrano po czterdzieści podmiotów funkcjonujących w tym samym sektorze, wobec których należności były traktowane jako normalne (wg stanu na 31 grudnia 2009 r.), tak aby zapewnić proporcję „pół na pół”⁵. Łącznie przeanalizowano 400 przedsiębiorstw sektora małych i średnich przedsiębiorstw,

⁴ W.H Beaver, „Financial Ratios and Predictors of Failure. Empirical Research in accounting” op. cit., s. 77-111,

⁵ M. Gruszczyński, „Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości”, SGH, Warszawa 2001 r., s. 113-118.

dotatkowo wobec których należności były sklasyfikowane jako normalne w dniu 31 grudnia 2008 r.

1.3. Budowa modelu dyskryminacyjnego

1.3.1. Istota modelu analizy dyskryminacyjnej

Przy budowie dyskryminacyjnego modelu oceny ryzyka kredytowego reprezentująca populację próba n obiektów (przedsiębiorstw) podzielona zostaje na $k = 2$ klasy, które oznaczymy symbolami k_1 oraz k_2 . Klasy te obejmują odpowiednio przedsiębiorstwa, które okazały się wiarygodnymi i niewiarygodnymi kredytobiorcami. Każdy obiekt, niezależnie od przynależności do klasy, scharakteryzowany jest za pomocą wektora p cech (wskaźników finansowych) $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}]^T$. Nasze zadanie polega na zbudowaniu liniowej funkcji, która pomoże nam zaszeregować obiekt do jednej z dwóch klas (przypisywać mu wartość cechy K) na podstawie znanych wartości $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$ cech X_1, X_2, \dots, X_p . Jego rozwiązaniem stanie się funkcja przyjmująca następującą postać:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 \cdot X_2 + \dots + \alpha_p \cdot X_p. \quad (1)$$

gdzie: Y - zmienna dyskryminacyjna, której wartość pozwala zaszeregować obiekt do jednej z dwóch klas k_1 oraz k_2 ; α_i - współczynniki funkcji dyskryminacyjnej; p – liczba zmiennych niezależnych (wskaźników finansowych) przyjętych do analizy. Algorytm klasyfikacyjny odnosić się będzie w pierwszym rzędzie do próby obiektów, na podstawie której zostanie on stworzony. Niemniej jednak, w przypadku gdy próba stanowić będzie reprezentację całej populacji obiektów, możliwe stanie się także zaszeregowanie (predykcja przynależności) tych jednostek, których klasy jeszcze nie znamy (czyli przedsiębiorstw, które dopiero składają wnioski kredytowe). Procedurę tę można nazwać dyskryminacją.

Zauważmy, iż każdy obiekt określany jest przez wektor losowy $Z = (X, K)$, którego dystrybuantę oznaczymy symbolem $F_Z(x, k) = P(X < x, K < k)$. Rozkłady brzegowe zostają wówczas określone następująco⁶:

⁶ W. Ostasiewicz, „Statystyczne metody analizy danych”, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław 1998 r., s.352-353.

$$p_i = P(K = k_i), \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

$$F(x) = p_1 \cdot F_1(x) + p_2 \cdot F_2(x) \quad (3)$$

gdzie $F_1(x)$ i $F_2(x)$ są rozkładami warunkowymi cech X_1, X_2, \dots, X_p w klasach k_1 i k_2 :

$$F_i(x) = P(X < x | K = k_i). \quad (4)$$

Zamiast dystrybuant F i F_i niekiedy wygodniej posługiwać się odpowiednimi funkcjami gęstości tych rozkładów: f i f_i , czyli:

$$f_i(x) = f(x | K = k_i), \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

Możemy więc stwierdzić, iż problem klasyfikacji określany przez rodziny rozkładów (2) oraz (5) polega na tym, aby na podstawie zadanego wektora $x = [x_1, x_2, \dots, x_p]^T$ określić prawdopodobieństwo $P(K = k_i | x)$, a tym samym zaszeregować dany obiekt do odpowiedniej klasy.

1.3.2. Optymalna reguła klasyfikacji

Regułę przydziału obiektów do jednej z dwóch klas buduje się przy wykorzystaniu tzw. funkcji ryzyka błędnej klasyfikacji, które określają oczekiwaną stratę w przypadku zaszeregowania danego obiektu do określonej klasy. Przyjmując, że L_{ij} oznacza stratę z powodu zaklasyfikowania obiektu z klasy k_i do klasy k_j , otrzymujemy dwie funkcje ryzyka:

$$R_1(x) = L_{11} \cdot P(K = k_1 | x) + L_{21} \cdot P(K = k_2 | x), \quad (6)$$

$$R_2(x) = L_{12} \cdot P(K = k_1 | x) + L_{22} \cdot P(K = k_2 | x). \quad (7)$$

Obiekt należy ostatecznie zaklasyfikować do tej klasy, dla której wartość funkcji ryzyka jest niższa. Jak łatwo jednak zauważyć funkcje ryzyka w postaci (6) oraz (7) nie mogą być wykorzystywane w praktyce, ze względu na nieznaną wartość prawdopodobieństw $P(K = k_i | x)$. Dlatego też do ich przekształcenia wykorzystuje się wzór Bayesa, zgodnie z którym:

$$P(K = k_i | x) = \frac{f(x|K = k_i) \cdot P(K = k_i)}{f(x|K = k_1) \cdot P(K = k_1) + f(x|K = k_2) \cdot P(K = k_2)}. \quad (8)$$

Po uwzględnieniu formuł (8), (2) oraz (5) funkcje ryzyka przyjmują następującą postać:

$$R_1(x) = \frac{L_{11} \cdot f_1(x) \cdot p_1 + L_{21} \cdot f_2(x) \cdot p_2}{f_1(x) \cdot p_1 + f_2(x) \cdot p_2}, \quad (9)$$

$$R_2(x) = \frac{L_{12} \cdot f_1(x) \cdot p_1 + L_{22} \cdot f_2(x) \cdot p_2}{f_1(x) \cdot p_1 + f_2(x) \cdot p_2}. \quad (10)$$

Jak już stwierdziliśmy, obiekt należy zaliczyć do klasy k_1 wówczas, gdy $R_1(x) < R_2(x)$, co po przyjęciu założenia, iż $L_{ij} > L_{ii}$ oraz po uwzględnieniu formuł (9) i (10) prowadzi do następującej nierówności:

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)} > \frac{(L_{21} - L_{22}) \cdot p_2}{(L_{12} - L_{11}) \cdot p_1}. \quad (11)$$

Lewą stronę nierówności (11), uzależnioną od wartości x , nazywa się ilorazem wiarygodności i oznacza symbolem λ . Prawą stronę, która jest wielkością stałą, nazywa się natomiast **progiem**, oznaczając ją symbolem t ⁷.

Podsumowując możemy stwierdzić, iż reguła klasyfikacji brzmi: jeżeli dla zadanego x wartość ilorazu wiarygodności λ jest większa od wartości progowej t , to obiekt o charakterystykach x zaliczyć należy do klasy k_1 , a w przeciwnym wypadku do klasy k_2 .

Prawidłowa klasyfikacja nie jest oczywiście możliwa bez dokładnego określenia funkcji gęstości rozkładów warunkowych f_1 i f_2 , dlatego też przyjmuje się, iż wielowymiarowa zmienna losowa $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ opisująca obiekty ma p -wymiarowy rozkład normalny o różnych wektorach wartości oczekiwanej w każdej grupie i jednakowych macierzach kowariancji w obu grupach. Prowadzi to do następujących funkcji gęstości:

$$f_i(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sqrt{\det \Sigma}} \exp \left[-\frac{1}{2} (x - \mu_i)^T \Sigma^{-1} (x - \mu_i) \right], \quad (12)$$

⁷ Ibidem, s.355.

gdzie: μ_i jest p -wymiarowym wektorem wartości oczekiwanych zmiennej losowej X w klasie i -tej, zaś Σ jest macierzą kowariancji zmiennej losowej X (jednakową w obu klasach).

Podstawiając równania (12) do wzoru (11), po kilku przekształceniach uzyskujemy:

$$Y_0 = (\mu_1 - \mu_2)^T \Sigma^{-1} x - \frac{1}{2} (\mu_1 - \mu_2)^T \Sigma^{-1} (\mu_1 + \mu_2) > \ln \frac{(L_{21} - L_{22}) \cdot p_2}{(L_{12} - L_{11}) \cdot p_1}. \quad (13)$$

Otrzymaliśmy w ten sposób regułę klasyfikacyjną bazującą na funkcji $Y_0 = F_0 - \Delta^2$, której składnik $F_0 = (\mu_1 - \mu_2)^T \Sigma^{-1} x$ określa się mianem liniowej funkcji dyskryminacyjnej Fishera.⁸ Zgodnie z regułą tą obiekt należy przyporządkować do klasy k_1 wówczas, gdy wartość funkcji Y_0 jest większa od logarytmu naturalnego wartości progowej t .

1.3.3. Kanoniczna funkcji dyskryminacyjna

Zaprezentowana w poprzednim podrozdziale metoda wyznaczania liniowej funkcji dyskryminacyjnej nie jest jedyną możliwą. W praktyce dość często spotkać się można z wykorzystywaniem procedury prowadzącej do tzw. kanonicznych funkcji dyskryminacyjnych, której cechy charakterystyczne zostaną omówione poniżej.

Tak jak w poprzednim przypadku, tak i tym razem celem badacza staje się wyznaczenie liniowej funkcji dyskryminacji, która na podstawie cech obiektu pozwoli nam zaszeregować go do jednej z dwóch grup. Kanoniczna funkcja dyskryminacyjna w swojej pierwotnej postaci pozbawiona jest wyrazu wolnego. Nazywana jest wówczas standaryzowaną funkcją dyskryminacyjną, a definiowana jest przez następującą formułę:

$$Y = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 \cdot X_2 + \dots + \alpha_p \cdot X_p. \quad (14)$$

Funkcję dyskryminacji wyznacza się w taki sposób, aby maksymalizować iloraz różnicowania jej wartości pomiędzy obiektami z różnych klas względem różnicowania jej wartości pomiędzy obiektami z tych samych klas. Warunek

⁸ Ibidem, s.363.

optymalizacyjny, będący podstawą do oszacowania współczynników funkcji dyskryminacyjnej przyjmuje więc postać⁹:

$$\frac{q_G}{q_R} = \frac{\sum_{i=1}^k (\bar{y}^{(i)} - \bar{y})^2 \cdot n_i / (n-k)}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_j^{(i)} - \bar{y}^{(i)})^2 / (n-k)} \rightarrow \max_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p}, \quad (15)$$

gdzie: q_G - zmienność międzygrupowa wartości funkcji dyskryminacyjnej; q_R - zmienność wewnątrzgrupowa wartości funkcji dyskryminacyjnej; $y_j^{(i)}$ - wartość funkcji dyskryminacyjnej dla j -tej jednostki w i -tej grupie; $\bar{y}^{(i)}$ - wartość średnia funkcji dyskryminacyjnej dla jednostek z i -tej grupy; \bar{y} - wartość średnia funkcji dyskryminacyjnej dla wszystkich jednostek objętych badaniem; k - liczba grup; n_i - liczba jednostek w i -tej grupie; n - liczba jednostek objętych badaniem.

Przed przystąpieniem do wyznaczenia współczynników funkcji dyskryminacyjnej konieczne jest oszacowanie macierzy **B** wariancji międzygrupowych oraz macierzy **W** wariancji wewnątrzgrupowych, które otrzymujemy zgodnie ze wzorami¹⁰:

$$B = \frac{\sum_{i=1}^k (\bar{x}^{(i)} - \bar{x})^T (\bar{x}^{(i)} - \bar{x}) \cdot n_i}{n-k}, \quad (16)$$

$$W = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (x_j^{(i)} - \bar{x}^{(i)})^T (x_j^{(i)} - \bar{x}^{(i)})}{n-k}, \quad (17)$$

gdzie: $\bar{x}^{(i)}$ - wektor średnich wartości zmiennych niezależnych w i -tej grupie; \bar{x} - ogólny wektor średnich wartości zmiennych niezależnych; $x_j^{(i)}$ - wektor wartości cech dla j -tego obiektu w i -tej grupie.

Wektory współczynników dla poszczególnych funkcji dyskryminacyjnych wyznacza się natomiast jako rozwiązanie równania¹¹:

$$(B - \lambda_i \cdot W) \cdot a^{(i)} = 0, \quad (18)$$

⁹ M.Rószkiewicz, „Narzędzia statystyczne w analizach marketingowych”, Wydawnictwo C.H.Beck, Warszawa 2002 r., s.87.

¹⁰ W.Ostasiewicz „Statystyczne metody analizy danych”, op.cit., s.152-153.

¹¹ T.Grański, „Metody taksonometrii”, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków 1992 r., s.57.

gdzie: $a^{(i)}$ - wektor oszacowań współczynników $\alpha^{(i)} = [\alpha_0^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \dots, \alpha_p^{(i)}]^T$ i -tej funkcji dyskryminacyjnej; λ_i - nieujemne pierwiastki równania wyznacznikowego:

$$\det(B - \lambda W) = 0. \quad (19)$$

Malejąco uporządkowane współczynniki λ_i są wzajemnie różne i różne od zera. Interpretuje się je jako miary dyskryminacyjne, odpowiadające poszczególnym funkcjom dyskryminacyjnym i informujące jak silnie różnicują one grupy. W związku z tym przy dwóch klasach do wyznaczenia funkcji dyskryminacyjnej należy wybrać największy ze współczynników λ_i i na jego podstawie oszacować wektor oszacowań współczynników $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p]^T$ przy użyciu formuły (18). Ponieważ rozwiązaniem równania (18) jest w zasadzie nie pojedynczy wektor, ale jednowymiarowa przestrzeń liniowa, często wybiera się za ostateczny wynik analizy ten z wektorów tej przestrzeni, dla którego spełniony jest warunek:

$$q_R = 1. \quad (20)$$

Rozwiązanie problemu dyskryminacyjnego przy pomocy równania (18) prowadzi do funkcji przyjmującej postać (14), a więc pozbawionej wyrazu wolnego. Funkcja ta jest tzw. standaryzowaną funkcją dyskryminacyjną, ponieważ zmienne niezależne występują w niej w postaci standaryzowanej. Aby umożliwić wprowadzanie do funkcji dyskryminacyjnych zmiennych niezależnych (cech obiektów) w ich pierwotnej, niestandaryzowanej formie, należy przekształcić wartości uzyskane z formuły (18) i zbudować funkcję o postaci:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \dots + \beta_p \cdot X_p, \quad (21)$$

przy czym oszacowania b_i współczynników β_i funkcji wyznacza się z zależności¹²:

$$b_i = \frac{a_i}{\sqrt{s_{X_i}^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (22)$$

gdzie $s_{X_i}^2$ jest wariancją zmiennej X_i .

Składową stałą β_0 funkcji niestandaryzowanej estymujemy jako b_0 według formuły:

¹² Ibidem, s.319.

$$b_0 = -\sum_{i=1}^p b_i \bar{x}_i. \quad (23)$$

Zarówno standaryzowana jak i niestandaryzowana wersja funkcji dyskryminacyjnej znajdują swoje zastosowanie w praktyce. Pierwsza z nich służy przede wszystkim do określenia siły i kierunku oddziaływania poszczególnych zmiennych niezależnych na zmienną klasyfikującą. Współczynniki tej funkcji są porównywalne, a co za tym idzie, pozwalają uszeregować poszczególne zmienne niezależne odnośnie stopnia ich wpływu na klasyfikację. Im wyższą wartość przyjmuje moduł współczynnika standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej, tym bardziej dana zmienna rzutuje na przynależność obiektu do danej grupy. Podobną informację uzyskać możemy także dzięki wyznaczeniu współczynników korelacji pomiędzy zmienną klasyfikującą i każdą ze zmiennych niezależnych.

Drugą, niestandaryzowaną, postać funkcji dyskryminacyjnej, wygodnie jest wykorzystywać do klasyfikacji obiektów, z tego względu, iż nie trzeba wprowadzać do niej wartości zmiennych niezależnych po ich wystandaryzowaniu. Innymi słowy, przy problemie oceny ryzyka kredytowego na podstawie wskaźników finansowych, wartości tych wskaźników mogą w swej pierwotnej postaci służyć za wartości zmiennych niezależnych funkcji dyskryminacyjnej.

Dla poprawnej klasyfikacji niezbędna jest znajomość punktu progowego t^* , będącego wartością zmiennej dyskryminacyjnej Y , rozdzielającą populację obiektów na dwie klasy. Punkt progowy określić możemy jako tę wartość y zmiennej klasyfikacyjnej Y , dla której równe są sobie prawdopodobieństwa zaszeregowania obiektu do każdej z grup:

$$P(K = k_1 | y) = P(K = k_2 | y). \quad (24)$$

Wyrażenie (24) po wykorzystaniu wzoru Bayesa daje się sprowadzić do następującej postaci:

$$f(y|K = k_1) \cdot p_1 = f(y|K = k_2) \cdot p_2, \quad (25)$$

gdzie liczby p_1 i p_2 określone są przez formułę (2) mogą być szacowane jako frakcje (częstość występowania) poszczególnych klas w populacji lub próbie.

Łatwo dostrzec, że w przypadku, gdy p_1 i p_2 są sobie równe, a rozkłady zmiennej Y w obu klasach są symetrycznymi rozkładami tego samego typu o jednakowej wariancji i różnych wartościach oczekiwanych, to punkt progowy t^* funkcji dyskryminacyjnej znajduje się dokładnie w połowie odległości pomiędzy wartościami oczekiwanymi obu rozkładów. Wyznaczając więc centroidy, czyli średnie wartości zmiennej dyskryminacyjnej w obu klasach, za punkt progowy funkcji dyskryminacyjnej uznać możemy wówczas średnią wartość tych centroidów. Jeżeli prawdopodobieństwa p_1 i p_2 nie są zaś sobie równe, to procedura wyznaczania punktu progowego staje się nieco bardziej rozbudowana. Należy wtedy założyć, iż rozkłady zmiennej Y w obu klasach są rozkładami normalnymi o jednakowych wariancjach (ich oszacowaniem jest q_R) i różnych wartościach oczekiwanych (ich estymatorami są centroidy). Po wprowadzeniu do równości (25) wzorów funkcji gęstości jednowymiarowego rozkładu normalnego, po kilku przekształceniach dochodzimy do postaci algorytmu wyznaczania punktu progowego:

$$t^* = \frac{\bar{y}^{(1)} + \bar{y}^{(2)}}{2} + \frac{q_R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}}{\bar{y}^{(1)} - \bar{y}^{(2)}}, \quad (26)$$

gdzie: t^* – wartość punktu progowego; $\bar{y}^{(1)}, \bar{y}^{(2)}$ – centroidy zmiennej Y odpowiednio w klasie k_1 i k_2 ; q_R – zmienność wewnątrzgrupowa zmiennej Y , będąca składnikiem formuły (15) i równa jedności.

Reasumując, ponieważ punkt progowy t^* dzieli przestrzeń liniową na dwa przedziały $(-\infty; t^*)$ oraz $(t^*; \infty)$, to klasyfikacji obiektów do poszczególnych grup dokonujemy zgodnie z następującą zasadą: obiekt zaliczyć należy do klasy odpowiadającej przedziałowi, do którego należy wartość funkcji dyskryminacyjnej dla tego obiektu.

Dodajmy jeszcze, iż przy założeniu normalności rozkładów zmiennej Y w obu klasach, możliwe staje się także oszacowanie prawdopodobieństw przynależności obiektu do każdej z klas $P(K = k_1|y)$ i $P(K = k_2|y)$. Ponownie pomocny okazuje się w tym względzie wzór Bayesa, zgodnie z którym:

$$P(K = k_i | y) = \frac{f(y|K = k_i) \cdot p_i}{f(y|K = k_1) \cdot p_1 + f(y|K = k_2) \cdot p_2} \quad (27)$$

1.3.4. Dobór zmiennych przy budowie kanonicznej funkcji dyskryminacyjnej

W trakcie tworzenia modelu dyskryminacyjnego pojawia się problem, które ze zmiennych niezależnych opisujących obiekty powinny zostać użyte w modelu. Jak zauważył bowiem Eric Falkenstein główny problem ze wskaźnikami finansowymi polega na tym, że jest ich za dużo¹³.

Jedną z podstawowych metod rozwiązania tej kwestii jest ocena różnic średnich wartości cech w poszczególnych klasach i wybór do analizy tych zmiennych, w przypadku których różnice te są znaczne. Dodatkowym, równie istotnym, kryterium staje się przy tym także stopień skorelowania zmiennych niezależnych pomiędzy sobą – im jest on wyższy, tym gorsza jakość modelu. Przy doborze zmiennych analityk staje więc przed zadaniem niekiedy dość skomplikowanym, zwłaszcza przy dużej liczbie wymiarów analizy, gdyż rozpatrywać musi równocześnie kilka kryteriów, nie mając wcale gwarancji, iż decyzja przez niego podjęta doprowadzi do modelu o możliwie maksymalnej sile dyskryminacyjnej i istotnych statystycznie wartościach współczynników.

Przystępując do budowy modelu przyjmuje się następujące kryteria selekcji wskaźników:

- a) wysoka zdolność dyskryminacyjna wskaźników,
- b) wskaźniki dobrane do modelu odzwierciedlają wszystkie obszary analizy finansowej,
- c) niska korelacja pomiędzy wskaźnikami dobranymi do modelu oraz wysoka korelacja pomiędzy wskaźnikami dobranymi do modelu i nie dobranymi do modelu.

Ponadto ocena dobranych wskaźników powinna być tym lepsza im wyższy poziom wskaźnika, dzięki czemu model analizy dyskryminacyjnej będzie miał charakter

¹³ RiskCalc™ for Private Companies: Moody's Default Model. Rating Methodology, www.defaultrisk.com, informacja zaczerpnięta 15 maja 2010 r.

addytywny, co pozwoli w dalszej kolejności na łatwiejszą interpretację otrzymywanych wyników.

1

Ad a) Konstruując model poszukuje się zestawu zmiennych o jak największej pojemności informacyjnej. Postulat ten będzie spełniony jeśli średnia wartość wskaźnika w populacji podmiotów w sytuacji normalnej będzie istotnie różnić się od średniej wartości wskaźnika w populacji podmiotów w sytuacji zagrożonej. Ponadto wartość odchylenia standardowego wskaźnika w grupie podmiotów „dobrych” powinna być zbliżona do wartości odchylenia standardowego w grupie podmiotów „złych”. Dzięki temu osiągnięte zostaje kryterium wysokiej zdolności dyskryminacyjnej wskaźnika.

W celu sprawdzenia statystycznie istotnej różnicy średnich formułuje się hipotezę zerową jako równość średnich, wobec hipotezy alternatywnej, iż średnie są różne.

$$H_0 : m_{X_i, k_1} = m_{X_i, k_2}$$

$$H_1 : m_{X_i, k_1} \neq m_{X_i, k_2}$$

gdzie: $m_{X_i, k_1}, m_{X_i, k_2}$ - średnie zmiennej X_i odpowiednio w klasach k_1 i k_2

Jeśli rozkład badanej cechy (zmiennej losowej) jest rozkładem normalnym: $N(m_1, \sigma_1)$ w pierwszej populacji i $N(m_2, \sigma_2)$ w drugiej populacji, przy czym odchylenia standardowe tych populacji są nieznanne ale jednakowe, tj. $\sigma_1 = \sigma_2$, a populacje mają liczebności n_1 i n_2 testem istotności dla tego problemu jest następująca statystyka:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad (28)$$

gdzie:

\bar{x}_1 - średnia wartość cechy z pierwszej populacji,

\bar{x}_2 - średnia wartość cechy z drugiej populacji,

s_1^2 - wariancja cechy z pierwszej populacji

s_2^2 - wariancja cechy z drugiej populacji,

n_1 - liczebność pierwszej populacji,

n_2 - liczebność drugiej populacji.

Statystyka ta, przy założeniu prawdziwości hipotezy H_0 , ma rozkład t-Studenta o $n_1 + n_2 - 2$ stopniach swobody. Obliczonej wartości statystyki t odpowiada pewne prawdopodobieństwo p . Jeśli $p < \alpha$ to odrzucamy hipotezę zerową przyjmując za prawdziwą hipotezę alternatywną, iż dwie średnie nie są sobie równe. Jeśli $p > \alpha$ to stwierdzamy, iż nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Jeśli $p = \alpha$ to analityk podejmuje decyzję co z tym zrobić, odrzucić bądź nie H_0 .

Przy równych prawdopodobieństwach p_1 i p_2 dla bezbłędnego wyznaczenia punktu progowego w zasadzie wystarczyłaby informacja, iż rozkłady zmiennej dyskryminacyjnej Y w obu klasach są jednakowymi typami rozkładów symetrycznych o tej samej wariancji, ale innych wartościach oczekiwanych. Takiej gwarancji nie można byłoby mieć wówczas, gdyby rozkłady zmiennych niezależnych X_i w poszczególnych klasach posiadały różne wariancje. Dlatego też za istotne założenie analizy dyskryminacyjnej uznaje się homogeniczność wariancji zmiennych X_i w obu klasach. Dla pewności, iż budowany model analizy dyskryminacyjnej nie będzie prowadził do błędnych wniosków, dla każdej zmiennej X_i zgodnie z testem homogeniczności wariancji Fishera zweryfikować należy parę hipotez:

$$H_0 : \sigma_{X_i, k_1} = \sigma_{X_i, k_2} ,$$

$$H_1 : \sigma_{X_i, k_1} \neq \sigma_{X_i, k_2} ,$$

gdzie: σ_{X_i, k_1} , σ_{X_i, k_2} - wariancje zmiennej X_i odpowiednio w klasach k_1 i k_2 .

Statystyka testowa przyjmuje postać:

$$F = \frac{n_1(n_2 - 1)s_1^2}{n_2(n_1 - 1)s_2^2} , \quad (29)$$

gdzie: F – statystyka testu Fishera; n_1 - liczebność pierwszej grupy; n_2 – liczebność drugiej grupy; s_1^2 – estymator wariancji z pierwszej grupy; s_2^2 – estymator wariancji z drugiej grupy.

Statystyka testowa Fishera ma rozkład F o $v_1 = (n_1 - 1)$ oraz $v_2 = (n_2 - 1)$ stopniach swobody. W przypadku, gdy wartość statystyki z próby przewyższa wartość krytyczną (odczytaną z tablic) dla danego poziomu istotności α (inaczej mówiąc, gdy poziom prawdopodobieństwa odpowiadający wyznaczonej statystyce z próby jest mniejszy od założonego poziomu istotności α), to następuje odrzucenie hipotezy zerowej na rzecz hipotezy alternatywnej. W sytuacji tej wykorzystanie dostępnej zmiennej niezależnej do budowy modelu analizy dyskryminacyjnej można uznać za niezasadne. Należy jednak dodać, iż nieznaczące odchylenia od homogeniczności są zwykle do zaakceptowania¹⁴.

Ad b) Przy wyborze wskaźników finansowych należy dążyć do odzwierciedlenia wszystkich obszarów działalności przedsiębiorstwa. Wskazane jest zatem dobranie po kilka wskaźników z każdej z grup wyodrębnionych w analizie finansowej. Dokonując wyboru wskaźników, należy kierować się wiedzą z zakresu analizy finansowej i przyjąć do oceny wskaźniki: płynności, rentowności, aktywności gospodarczej, struktury finansowania. Po wstępnej selekcji powinno się dysponować szerokim zbiorem wskaźników obejmujących wszystkie aspekty działalności przedsiębiorstwa.

Ad c) Dobierając wskaźniki powinno się wybierać te, które mają jak największy wpływ na badane zjawisko, a przy tym nie są powiązane z pozostałymi wskaźnikami. W języku statystyki można tę zasadę opisać jako postulat maksymalnej korelacji zmiennej objaśniającej ze zmienną objaśnianą oraz minimalnej korelacji z pozostałymi zmiennymi objaśniającymi. Problem ten rozwiązuje znalezienie współczynników korelacji Pearsona:

$$r_p = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (30)$$

gdzie:

¹⁴ M.Dobosz, „Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań”, Exit, Warszawa, 2004 r., s.326.

r_p - współczynnik korelacji Pearsona,

x i y - zmienne losowe o ciągłych rozkładach

x_i, y_i - wartości prób losowych tych zmiennych ($i = 1, 2, \dots, n$),

\bar{x}, \bar{y} - wartości średnie prób losowych zmiennych

Za jedno z założeń, które wymieniane jest w literaturze przedmiotu dość często, uznać należy normalność rozkładów zmiennych losowych X_i w poszczególnych klasach. Przy spełnieniu tego założenia rozkłady zmiennej dyskryminacyjnej Y w obu klasach również są rozkładami normalnymi o jednakowych wariancjach, ale różnych wartościach oczekiwanych. Dzięki temu możliwe staje się bezproblemowe wyznaczenie punktu progowego t^* w oparciu o równość (26). Dodajmy jednak, iż naruszenie założenia o normalności rozkładów nie jest jednak zazwyczaj krytyczne¹⁵, choć oczywiście w wypadku tym nie należy raczej szacować prawdopodobieństw przynależności obiektów do poszczególnych klas, lecz ograniczyć się do określenia punktu progowego.

Wstępnie zdefiniowany zestaw wskaźników, które przebadano pod względem przydatności do modelu wg wyżej opisanych kryteriów wygląda następująco:

Tabela 1. Wstępnie zdefiniowany zestaw wskaźników do budowy modelu dyskryminacyjnego

<i>Lp.</i>	<i>Nazwa wskaźnika</i>	<i>Konstrukcja wskaźnika</i>
1.	Płynność bieżąca	$\frac{\text{akty waobrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$
2.	Płynność szybka	$\frac{\text{akty waobrotowe} - \text{zapasy} - \text{RMK}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$
3.	Płynność gotówkowa	$\frac{\text{środki pieniężne}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$
4.	Udział kapitału obrotowego w aktywach	$\frac{\text{akty waobrotowe} - \text{zobowiązania krótkoterminowe}}{\text{akty waogolem}}$
5.	Marża brutto	$\frac{\text{wynik ze sprzedaży brutto}}{\text{koszt działalności operacyjnej}}$
6.	Rentowność operacyjna sprzedaży	$\frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{przychody ogolem}}$

¹⁵ Ibidem, s.326.

7.	Rentowność operacyjna aktywów	$\frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{aktywa ogolem}}$
8.	Rentowność netto kapitałów własnych	$\frac{\text{wynik netto}}{\text{kapitał własny}}$
9.	Rotacja aktywów	$\frac{\text{przychody ogolem}}{\text{aktywa ogolem}}$
10.	Rotacja aktywów obrotowych	$\frac{\text{przychody ogolem}}{\text{aktywa obrotowe}}$
11.	Rotacja należności	$\frac{\text{przychody ogolem}}{\text{należności}}$
12.	Rotacja zapasów	$\frac{\text{przychody ogolem}}{\text{zapasy}}$
13.	Udział kapitału własnego w pasywach (wskaźnik kapitałowy)	$\frac{\text{kapitał własny}}{\text{pasywa ogolem}}$
14.	Pokrycie zobowiązań krótkoterminowych kapitałem własnym	$\frac{\text{kapitał własny}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$
15.	Pokrycie aktywów trwałych kapitałem własnym	$\frac{\text{kapitał własny}}{\text{aktywa trwałe}}$
16.	Udział nadwyżki finansowej netto w zobowiązaniach ogółem	$\frac{\text{wynik netto} + \text{amortyzacja} + \text{odsetki}}{\text{zobowiązania ogolem}}$

Źródło: Opracowanie własne

1.4. Weryfikacja siły dyskryminacyjnej modelu

Ocena siły dyskryminacyjnej samego modelu odbywa się natomiast przy użyciu statystyki λ Wilksa, ujętej przez następującą równość¹⁶:

$$\lambda = \frac{\det(W)}{\det(B+W)}, \quad (31)$$

gdzie macierze B oraz W określone zostały przez formuły (16) i (17).

Wartość współczynnika λ Wilksa mieści się w zakresie od 1 (brak mocy dyskryminacyjnej) do 0 (maksymalna moc dyskryminacyjna). Jeśli wartość tego współczynnika jest wysoka i bliska jedności to możemy przypuszczać, iż istnieje brak podstaw do klasyfikacji obiektów według przyjętej formuły dyskryminacyjnej. Aby sprawdzić, czy współczynnik λ Wilksa istotnie różni się od jedności testujemy parę hipotez:

$$H_0 : \lambda = 1,$$

¹⁶ B.Guzik, W.Jurek, D.Appenzeler „Prognozowanie i symulacje. Wybrane zagadnienia”, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2006 r., s.227.

$$H_1 : \lambda < 1,$$

przy czym statystyka testująca hipotezę zerową ma rozkład chi-kwadrat o $v = p$ stopniach swobody (liczba zmiennych niezależnych) i dana jest wzorem¹⁷:

$$\chi^2 = -\left(n - \frac{k+p}{2} - 1\right) \ln(\hat{\lambda}). \quad (32)$$

gdzie: $\hat{\lambda}$ - wartość współczynnika λ Wilksa oszacowana na podstawie próby.

Jeżeli poziom prawdopodobieństwa odpowiadający obliczonej statystyce jest niższy od przyjętego poziomu istotności, to uznać należy, iż współczynnik λ Wilksa różni się istotnie od jedności, a tym samym model posiada dużą zdolność dyskryminacyjną.

Specyficzną metodą oceny jakości modelu dyskryminacyjnego jest ocena poprawności predykcji (np. procentowa), dokonanych przy jego użyciu. Z jednej strony możemy mieć do czynienia z oceną predykcji *post hoc*, kiedy to klasyfikowany obiekt należał do próby, na podstawie której estymowano model. Innym typem weryfikacji modelu jest zaś ocena predykcji *a priori*, kiedy to przewidywana była przynależność do klas przypadków, które nie zostały użyte do estymacji. Oczywiście dokładność predykcji *a priori* jest zwykle niższa niż predykcji *post hoc*.

¹⁷ M. Rószkiewicz, "Narzędzia statystyczne...", op.cit., s.88.

2. Model regresji logistycznej

2.1. Istota modelu regresji logistycznej

Model liniowej wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej służy przede wszystkim do klasyfikacji obiektów do jednej z dwóch grup oraz porządkowania cech względem ich wpływu na tę przynależność. Wprawdzie pozwala on także szacować prawdopodobieństwa tych przynależności, to jednak precyzję oszacowań warunkuje w istotnym stopniu założenie o normalności rozkładu zmiennych w obu klasach oraz homogeniczność wariancji. Założeń tych nie trzeba czynić w wypadku stosowania modelu regresji logistycznej. Warto jednak podkreślić, iż nie jest to jedyną zaletą tego modelu. Pozwala on bowiem wyciągnąć istotne wnioski odnośnie zmiennych niezależnych, do których to wniosków ciężko byłoby dojść jedynie przy zastosowaniu analizy dyskryminacyjnej. Innymi słowy model regresji logistycznej może wspomagać decyzje podejmowane przy pomocy analizy dyskryminacyjnej (i na odwrót). Nie powinien więc on być traktowany tylko jako alternatywa dla analizy dyskryminacyjnej, ale także jako jej uzupełnienie.

Model regresji logistycznej, określane często jako model logitowy, pozwala przede wszystkim modelować i symulować prawdopodobieństwo przynależności obiektu do jednej z dwóch klas, w zależności od charakteryzującego go wektora p zmiennych niezależnych $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}]^T$. Przy ocenie ryzyka kredytowego, zmiennymi niezależnymi stają się wskaźniki finansowe przedsiębiorstwa składającego wniosek kredytowy. Regresja logistyczna stanowi swoistą odpowiedź na problemy pojawiające się przy tworzeniu modeli liniowych szacujących prawdopodobieństwa przynależności do jednej z dwóch grup. Model liniowy, bez narzucania na niego dodatkowych warunków, nie jest w stanie zapewnić, iż wartość zmiennej zależnej należałaby zawsze do przedziału $<0;1>$, a więc takiego, jaki odpowiada możliwym prawdopodobieństwom przynależności do danej klasy. Dlatego też do modelowania prawdopodobieństwa, wykorzystuje się właśnie model oparty na dystrybucie rozkładu logistycznego, przyjmujący następującą postać:

$$P = \frac{1}{1 + \exp[-(\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_p X_p)]}, \quad (33)$$

gdzie: P - prawdopodobieństwo przynależności obiektu do klasy kodowanej jako $K = 1$ (w odróżnieniu od drugiej z klas, która kodowana jest jako $K = 0$).

Łatwo zauważyć, iż wartości funkcji regresji logistycznej zawierać się będą w przedziale otwartym $(0;1)$. Naturalnie nie stanowi to jednak problemu, ponieważ sytuacje, w których $P = 0$ bądź $P = 1$ w zasadzie nie występują w rzeczywistości.

2.2. Budowa modelu regresji logistycznej

Najpowszechniej obecnie wykorzystywaną metodą szacowania parametrów modelu logistycznego (33) jest metoda największej wiarygodności (MNW), ponieważ estymatory uzyskane tą techniką są zgodne, mają asymptotyczny rozkład normalny i są asymptotycznie najefektywniejsze.

Przed implementacją MNW konieczne jest uporządkowanie macierzy obserwacji. Przynależność każdej jednostki do jednej z grup zakodować należy przy pomocy binarnej zmiennej K : $K=1$ oznacza grupę przedsiębiorstw w sytuacji normalnej, $K=0$ oznacza grupę przedsiębiorstw w sytuacji zagrożonej.

W przypadku MNW każda z n obserwacji traktowana jest jako pojedyncza próba z dwumianowego rozkładu Bernoulliego z prawdopodobieństwami „sukcesu” i „porażki” określonymi jako P_i oraz $Q_i = 1 - P_i$, gdzie P_i jest wartością funkcji logistycznej dla i -tego obiektu. Wyznaczenie parametrów modelu logitowego polega na maksymalizowaniu funkcji wiarygodności, przyjmującej postać:

$$L(\alpha) = \prod_{K=1} P_i \prod_{K=0} (1 - P_i) = \prod_{i=1}^n (P_i)^{k_i} (1 - P_i)^{1-k_i}, \quad (34)$$

gdzie: $\alpha = [\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p]^T$; k_i - wartość binarnej zmiennej K dla i -tego obiektu.

Dla ułatwienia obliczeń (przy wyznaczaniu pierwszej pochodnej), zadanie maksymalizacji funkcji wiarygodności zastępuje się poprzez równoważny mu problem maksymalizacji jej logarytmu naturalnego. Po uwzględnieniu tej modyfikacji, wyznaczenie parametrów modelu logitowego sprowadza się do rozwiązania następującego zadania:

$$\ln L(\alpha) = \sum_{i=1}^n [k_i \cdot \ln P_i + (1 - k_i) \cdot \ln(1 - P_i)] \rightarrow \max_{\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p}. \quad (35)$$

Problem (45) rozwiązuje się techniką iteracyjną, przy czym wartość oszacowań parametrów modelu, uzyskana w $t+1$ iteracji określona jest równaniem¹⁸:

$$a^{(t+1)} = a^{(t)} + \left[\sum_{i=1}^n P_i(a^{(t)}) \cdot [1 - P_i(a^{(t)})] \cdot (X^{(i)})^T X^{(i)} \right]^{-1} \sum_{i=1}^n [k_i - P_i(a^{(t)})] (X^{(i)})^T, \quad (36)$$

gdzie: $a^{(t+1)} = [a_0^{(t+1)}, a_1^{(t+1)}, \dots, a_p^{(t+1)}]^T$ - wektor oszacowań parametrów α modelu uzyskany w $t+1$ iteracji; $a^{(t)} = [a_0^{(t)}, a_1^{(t)}, \dots, a_p^{(t)}]^T$ - wektor oszacowań parametrów α modelu uzyskany w t -tej iteracji; $P_i(a^{(t)})$ - oszacowana w t -tej iteracji wartość funkcji logistycznej dla i -tego obiektu; $X^{(i)}$ - macierz o wymiarach $n \times (p+1)$, której i -ty wiersz stanowią wartości p cech i -tego obiektu (pierwszy element i -tego wiersza to 1), zaś pozostałe elementy są równe 0.

Uzyskane oceny parametrów funkcji regresji logistycznej mają następującą interpretację:

- jeżeli wynik z próby wskazuje, iż $\alpha_i > 0$, to uznać możemy, iż wzrost wartości cechy X_i , przy kontrolowanym wpływie (niezmienności) pozostałych cech, prowadzi do wzrostu prawdopodobieństwa przynależności obiektu do klasy zakodowanej jako $K = 1$,
- jeżeli oszacowania sugerują, iż $\alpha_i < 0$, to należy uznać, że wzrost wartości zmiennej X_i , przy kontrolowanym wpływie pozostałych zmiennych, prowadzi do spadku prawdopodobieństwa przynależności obiektu do klasy zakodowanej jako $K = 1$,
- jeżeli wedle oszacowań $\alpha_i = 0$, to uznajemy, iż zmiany wartości zmiennej X_i , przy kontrolowanym wpływie pozostałych zmiennych, nie mają wpływu na prawdopodobieństwa przynależności obiektu do którejkolwiek z klas.

Warto podkreślić, iż wartości oszacowań parametrów α_i nie są interpretowalne, co było możliwe w przypadku analizy dyskryminacyjnej. Dodatkowe wnioski odnośnie modelowanego zjawiska, uzyskujemy natomiast wychodząc od tzw. logitu (G), który określany jest przez równość:

¹⁸ J.S.Cramer, "Logit models from economic and other fields, Cambridge University Press, Cambridge 2003 r., s.42.

$$G = \ln \Psi(X_1, \dots, X_p) = \ln \frac{P}{1-P}, \quad (37)$$

Wyrażenie $\Psi(X_1, \dots, X_p) = P/(1-P)$ nazywane jest ilorazem szans i określa relatywną zmianę możliwości wystąpienia zdarzenia¹⁹. W przypadku regresji logistycznej, po uwzględnieniu równości (95), iloraz szans upraszcza się do następującej postaci:

$$\Psi(X_1, \dots, X_p) = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \dots + \alpha_p X_p). \quad (38)$$

Zauważmy, iż:

$$\frac{\Psi(X_1, X_2, \dots, X_j + \delta, \dots, X_{p-1}, X_p)}{\Psi(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_{p-1}, X_p)} = [\exp(\alpha_j)]^\delta, \quad (39)$$

zatem wyrażenie $[\exp(\alpha_j)]^\delta$ określa, o ile razy zmieni się relatywne prawdopodobieństwo przynależności jednostki do klasy, jeżeli zmienna X_j wzrosła o δ , przy kontrolowanym wpływie pozostałych zmiennych niezależnych. Innymi słowy:

- jeśli $[\exp(\alpha_j)]^\delta = w > 1$, to mówimy, iż wzrost zmiennej X_j o δ , przy niezmienności pozostałych zmiennych, skutkuje wzrostem o $(w-1) \cdot 100\%$ szansy przynależności obiektu do segmentu kodowanego jako $K = 1$,
- jeśli $[\exp(\alpha_j)]^\delta = w < 1$, to uznajemy, że wzrost zmiennej X_j o δ , przy niezmienności pozostałych zmiennych, skutkuje spadkiem o $(1-w) \cdot 100\%$ szansy przynależności obiektu do segmentu kodowanego jako $K = 1$.

Należy dodać, iż w przypadku, gdy mamy do czynienia z zerojedynkową zmienną X_i , to wyrażenie $\exp(\alpha_i)$ wskazuje ile razy wzrasta iloraz szans dla kategorii „1” zmiennej X_i względem kategorii „0” tej zmiennej²⁰.

Jeżeli, dla dwóch różnych wskaźników finansowych X_i oraz X_j przejście ze środka jednego punktowanego przedziału do środka kolejnego przedziału wiązać się powinno z taką samą zmianą ilorazu szans, to wówczas:

¹⁹ M. Rószkiewicz, „Narzędzia statystyczne...”, op.cit., s.92.

²⁰ M. Gruszczyński, „Modele ...”, op.cit., s.61.

$$\exp(\alpha_i \delta_i) = \exp(\alpha_j \delta_j), \quad (40)$$

gdzie: δ_i - wartość o jaką zmienić się musi wartość X_i , by znalazła się ona w sąsiednim przedziale punktowanym wyżej; δ_j - wartość o jaką zmienić się musi wartość X_j , by znalazła się ona w sąsiednim przedziale punktowanym wyżej.

Z równości (50) wynika bezpośrednio, że:

$$\delta_i = \frac{\alpha_j \delta_j}{\alpha_i}. \quad (41)$$

Zważywszy na wzór (51), dochodzimy do wniosku, iż szerokość przedziału punktowego dla wskaźnika X_i powinna być $|\alpha_j / \alpha_i|$ razy większa od szerokości przedziału punktowego dla wskaźnika X_j .

Podsumowując charakterystykę walorów modelu regresji logistycznej nie sposób nie wspomnieć o jego zasadniczej cesze, związanej z możliwością kwantyfikacji prawdopodobieństw przynależności określonej jednostki do poszczególnych klas - dzięki temu wykonalne staje się także zadanie zaszeregowania tej jednostki do jednej z dwóch klas. Reguła klasyfikacyjna brzmi w tym wypadku w następujący sposób: obiekt zaliczyć należy do tej klasy, dla której większe jest prawdopodobieństwo jego przynależności do niej.

Fakt, iż model logitowy, tak jak i analiza dyskryminacyjna, umożliwi klasyfikację obiektów nie oznacza naturalnie, iż model dyskryminacyjny jest zbędny, jeżeli zastosuje się już regresję logistyczną. Jak bowiem wspomniano wcześniej, parametry standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej pozwalają uszeregować zmienne niezależne względem ich wpływu na prawdopodobieństwo przynależności obiektu do danej klasy. Tej informacji nie uzyska się wykorzystując tylko model logitowy.

2.3. Dobór zmiennych do modelu regresji logistycznej

Kwestia doboru zmiennych do modelu regresji logistycznej rozwiązywana być może na drodze oceny istotności parametrów α_i stojących przy zmiennych X_i . Pierwotny model logitowy, zbudowany w oparciu o wszystkie zmienne niezależne, należy więc

modyfikować, wyłączając z niego te cechy, które okazały się nieistotne statystycznie.

Ocena istotności poszczególnych współczynników funkcji regresji logistycznej sprowadza się każdorazowo do weryfikacji następujących hipotez:

$$H_0 : \alpha_i = 0 ,$$

$$H_1 : \alpha_i \neq 0 .$$

Statystyką testową jest statystyka Walda, mająca rozkład χ^2 o $\nu=1$ stopniu swobody, określona przez następujący wzór²¹:

$$\chi^2 = \left(\frac{a_i}{S(a_i)} \right)^2 , \quad (42)$$

gdzie: a_i - oszacowana wartość współczynnika α_i ; $S(a_i)$ standardowy błąd oszacowania współczynnika α_i .

Jeżeli wartość prawdopodobieństwa odpowiadająca oszacowanej wartości statystyki χ^2 jest niższa od założonego poziomu istotności, to należy odrzucić hipotezę zerową o nieistotności i -tego współczynnika modelu regresji logistycznej.

Procedurę ograniczania zbioru zmiennych użytych w modelu można przeprowadzać w sposób krokowy. Należy wówczas każdorazowo „wyrugowywać” z modelu tylko jedną, najmniej istotną zmienną, a następnie ponownie szacować i badać istotność parametrów stojących przy pozostałych zmiennych. Proces ten kończy się w momencie, gdy wszystkie pozostające w modelu zmienne okazują się być istotne lub gdy wszystkie z nich zostaną z niego wyrzucone. W tym ostatnim przypadku wykorzystanie regresji logistycznej do analizy jest nieuzasadnione.

Należy przy tym dodać, że często krokowe badanie istotności poszczególnych współczynników modelu regresji logistycznej prowadzi do ograniczenia zmiennych niezależnych do takiego samego zbioru, jaki uzyskalibyśmy przy krokowej analizie dyskryminacyjnej. Jednakże w niniejszym badaniu w celu zachowania spójności modeli dyskryminacyjnych i logistycznych dla każdego sektora, oparto analizę logistyczną na wskaźnikach przyjętych do modelu w badaniu dyskryminacyjnym.

²¹ M. Rószkiewicz, „Narzędzia ...”, op.cit., s.91.

2.4. Weryfikacja modelu regresji logistycznej

Analiza istotności poszczególnych współczynników funkcji logistycznej stanowi oczywiście swoistą technikę weryfikacji całego modelu. Niemniej jednak jakość uzyskanego rozwiązania oceniana być może również na podstawie statystyki V będącej różnicą między dwukrotnym ujemnym logarytmem funkcji wiarygodności dla oszacowanego modelu i modelu zawierającego jedynie stałą α_0 ²²:

$$V = -2 \ln L(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p) - [-2 \ln L(\alpha_0)]. \quad (43)$$

$L(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p)$ - funkcja wiarygodności dla oszacowanego modelu,

p - liczba zmiennych w modelu

$L(\alpha_0)$ - funkcja wiarygodności dla modelu zawierającego jedynie stałą α_0 .

Statystyka V przy dużych próbach ma rozkład zbliżony do rozkładu χ^2 o $\nu = (p - 1)$ stopniach swobody. Przy jej użyciu testowana jest para hipotez:

$$H_0 : \alpha_i = 0 \text{ dla } i = 1, 2, \dots, p,$$

$$H_1 : \alpha_i \neq 0 \text{ przynajmniej dla jednego } i, \text{ gdzie } i = 1, 2, \dots, p.$$

Oczywiście im wyższa wartość statystyki V , tym niższy odpowiadający jej poziom prawdopodobieństwa, a co za tym idzie tym mniejsze ryzyko popełnienia błędu przy odrzuceniu hipotezy zerowej, zakładającej nieistotność wszystkich współczynników stojących przy zmiennych niezależnych.

Do weryfikacji oszacowanego modelu logitowego służyć mogą także miary dopasowania zbliżone interpretacyjnie do współczynnika determinacji R^2 dla modelu regresji liniowej. Za jedno z najpopularniejszych miar tego typu uznać wypada współczynniki Coxa-Snella (R_{C-S}^2) oraz Nagelkerke'a (R_N^2)²³:

$$R_{C-S}^2 = 1 - \left[\frac{L(\alpha_0)}{L(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p)} \right]^{2/N}, \quad (44)$$

$$R_N^2 = \frac{R_{C-S}^2}{1 - [L(\alpha_0)]^{2/N}}. \quad (45)$$

N - liczba obserwacji w próbie.

²² Ibidem, s.91.

²³ http://www.ats.ucla.edu/stat/mult_pkg/faq/general/Psuedo_RSquareds.htm,
zaczepnięta w dniu 28 listopada 2010 r.

informacja

Współczynniki te przyjmują wartości z przedziału $<0;1>$. Im te wartości są wyższe, tym wyższa jest jakość zbudowanego modelu regresji logistycznej.

Na zakończenie warto podkreślić, iż miarą jakości modelu regresji logistycznej, tak jak miało to miejsce w przypadku analizy dyskryminacyjnej, może być ocena poprawności predykcji w próbie.

3. Badania nad ryzykiem kredytowym przedsiębiorstw w Polsce przy wykorzystaniu analizy dyskryminacyjnej

3.1. Model E.Mączyńskiej

Prekursorem wykorzystania modeli prognozowania bankructwa przedsiębiorstw jest E.Mączyńska, która zaproponowała w 1994 roku model nazwany „szybkim testem”.

Model ten opiera się na czterech wskaźnikach:

$$X_1 = \frac{\text{kapitał własny}}{\text{aktywa}}$$

$$X_2 = \frac{\text{wynik brutto} + \text{amortyzacja}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_3 = \frac{\text{wynik brutto} + \text{odsetki od kredytów}}{\text{aktywa}}$$

$$X_4 = \frac{\text{kapitał obcy}}{\text{wynik brutto} + \text{amortyzacja}} \cdot 365$$

Obliczone wartości podlegają interpretacji przy wykorzystaniu poniższej tabeli.

Tabela 2. Ocena przedsiębiorstw wg „szybkiego testu” E.Mączyńskiej

Wskaźnik	Skala ocen				
	B. dobra	Dobra	Średnia	Zła	Bardzo zła
X ₁	> 30%	> 20%	> 10%	< 10%	Ujemny
X ₂	> 12%	> 9%	> 7%	< 7%	Ujemny
X ₃	> 17%	> 13%	> 10%	< 10%	Ujemny
X ₄	< 3 lata	< 5 lat	< 12 lat	> 12 lat	> 30 lat

Źródło: M. Nowak, „Praktyczna ocena kondycji finansowej przedsiębiorstwa. Metody i ograniczenia”, Fundacja Rozwoju Rachunkowości w Polsce, Warszawa 1998 r., s. 245

Model szybkiego testu ma charakter jednowskaźnikowy. Stąd też jego zastosowanie musi być poprzedzone dobrą weryfikacją empiryczną, zgromadzeniem odpowiedniej bazy danych porównawczych, co ułatwi wybór określonego wskaźnika – odpowiedniego dla przedsiębiorstw w konkretnym sektorze.²⁴

²⁴ P.Szczepankowski „Ocena ...”, op.cit.

E. Mączyńska dokonując adaptacji modelu O. Jacobsa do polskich warunków zaproponowała jednocześnie inny model jednowskaźnikowy, oparty na sześciu miernikach²⁵:

$$X_1 = \frac{\text{wynik brutto} + \text{amortyzacja}}{\text{zobowiązania}}$$

$$X_2 = \frac{\text{aktywa}}{\text{zobowiązania}}$$

$$X_3 = \frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{aktywa}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_5 = \frac{\text{zapasy}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_6 = \frac{\text{aktywa}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

Dla powyższych wskaźników oszacowano współczynniki (wagi), tworząc tym samym funkcję W:

$$W = 1,5 \cdot X_1 + 0,08X_2 + 10X_3 + 5X_4 + 0,3X_5 + 0,1X_6 \quad (46)$$

Obliczona przy wykorzystaniu tych wag i wskaźników wartość miernika W podlega następującej interpretacji:

$W < 0$ – przedsiębiorstwo zagrożone upadłością,

$W = 0$ – wartość graniczna,

$0 < W < 1$ – przedsiębiorstwo słabe, ale nie zagrożone upadłością,

$1 < W < 2$ – przedsiębiorstwo dość dobre,

$W > 2$ – przedsiębiorstwo bardzo dobre.

3.2. Model M.Pogodzińskiej i S.Sojaka

Jedne z pierwszych badań nad zastosowaniem analizy dyskryminacyjnej do prognozowania upadłości przedsiębiorstw w Polsce podjęli w 1995 r.

²⁵ E. Mączyńska „Ocena kondycji przedsiębiorstwa (uproszczone metody)”, Życie Gospodarcze, 1994 nr 38.

M.Pogodzińska i S.Sojak²⁶. Próba, na podstawie której zbudowano model liczyła 10 przedsiębiorstw z Dolnego Śląska, spośród których 4 były przedsiębiorstwami przemysłowymi, 2 handlowymi, 2 rolniczymi oraz 2 budowlanymi. Cztery z nich przetrwało, a sześć upadło. Do oceny sytuacji finansowej przedsiębiorstw wykorzystano dwa wskaźniki (zmiennie objaśniające): wskaźnik płynności szybki (X_1) oraz marżę zysku brutto (X_2):

$$X_1 = \frac{\text{aktywa obrotowe} - \text{zapasy}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_2 = \frac{\text{wynik brutto}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przybrała postać:

$$Z_1 = 0,644741 \cdot X_1 + 0,912304 \cdot X_2 \quad (47)$$

Punktem granicznym jest wartość 0 funkcji dyskryminacyjnej (autorzy zdefiniowali również „szarą strefę” w obszarze $\langle -0,454; 0,090 \rangle$), a skuteczność modelu wyniosła 80% (dla wartości granicznej na poziomie 0)

3.3. Modele J.Gajdki i T.Stosa

Gruntowne badania nad oceną zagrożenia upadłością przedsiębiorstw i tworzeniem modeli prognozujących upadłość przeprowadzili J.Gajdka i D.Stos²⁷. Pierwsze dwa modele zostały zaprezentowane w 1996 r. i zostały stworzone na podstawie grupy 40 przypadkowej (niezróżnicowanej branżowo) próby przedsiębiorstw, z których połowa zbankrutowała, połowa pozostała wypłacalna²⁸.

W pierwszym modelu dobrano następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_2 = \frac{\text{zobowiązania uprzywilejowane}}{\text{zobowiązania ogółem}}$$

²⁶ M.Pogodzińska, S.Sojak „Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w przewidywaniu bankructwa przedsiębiorstw” w AUNC, *Ekonomia XXV*, Zeszyt 299, Toruń 1995 r.

²⁷ Por. B.Prusak „Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Difin, Warszawa, 2005, ss.130-133

²⁸ J.Gajdka, D.Stos „Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w przewidywaniu bankructwa spółki” w: *Przedsiębiorstwo na rynku kapitałowym*, (red) J.Duraj, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, 1996 r.

$$X_3 = \frac{\text{przychody netto ze sprzedaży}}{\text{suma bilansowa (średnia w roku)}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{suma bilansowa (średnia w roku)}}$$

$$X_5 = \frac{\text{wynik netto} + \text{amortyzacja}}{\text{przychody netto ze sprzedaży}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_1 = 0,01935 \cdot X_1 + 1,094753 \cdot X_2 + 0,179052X_3 - 6,35257X_4 + 0,291098X_5 \quad (48)$$

Wartość graniczna została ustalona na 0,494549, z tymże jednostkę zalicza się do „niezbankrutowanych”, jeśli wartość funkcji będzie mniejsza od punktu granicznego, a do „zbankrutowanych” jeśli wartość funkcji będzie większa od punktu granicznego. Skuteczność modelu wyniosła 82,5% (sprawność I rodzaju – 90%; sprawność II rodzaju – 75%).

W drugim modelu zmienione zostały wskaźniki X_2 i X_5 :

$$X_2 = \frac{\text{zobowiązania ogółem}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_5 = \frac{\text{wynik netto} + \text{odsetki}}{\text{przychody netto ze sprzedaży}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_2 = 0,437449 + 0,017803 \cdot X_1 + 0,588694X_2 + 0,138657X_3 - 4,31026X_4 - 0,01038X_5 \quad (49)$$

Wartość graniczną ustalono na 0,432589, z taką jak w modelu pierwszym regułą klasyfikacyjną. Skuteczność modelu wyniosła 85% (sprawność I rodzaju – 90%, sprawność II rodzaju 80%).

Kolejne dwa modele opublikowano w tym samym 2006 r. na podstawie badania 40 przedsiębiorstw, z których 20 upadło i 20 było nie zagrożonych upadłością. Przedsiębiorstwa niezagrożone upadłością stanowiły podmioty z branży budowlanej, przemysłowej i handlowej notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie (GPW). Do modeli zakwalifikowano 5 wskaźników²⁹:

²⁹ J.Gajdka, D.Stos „Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw” w: Restrukturyzacja w procesie przekształceń i rozwoju przedsiębiorstw”, (red) R.Borowiecki, Wydawnictwo AE w Krakowie, Kraków, 1996 r.

$$X_1 = \frac{\text{przychody netto ze sprzedaży}}{\text{suma bilansowa (średnia w roku)}}$$

$$X_2 = \frac{\text{zobowiązania krótkoterminowe (średnia w roku)} * 365}{\text{koszt wytworzenia produkcji sprzedanej}}$$

$$X_3 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{suma bilansowa (średnia w roku)}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik brutto}}{\text{przychody netto ze sprzedaży}}$$

$$X_5 = \frac{\text{zobowiązania ogółem}}{\text{aktywa}}$$

W modelu bez stałej (wyrazu wolnego) funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_3 = 0,20098985 \cdot X_1 + 0,0013027 X_2 + 0,7609754 X_3 + 0,9659628 X_4 - 0,341096 X_5 \quad (50)$$

Wartość graniczną ustalono na 0,44. Jednostkę zalicza się do bankrutów, jeśli wartość funkcji będzie mniejsza od punktu granicznego, a do „niezbankrutowanych” jeśli wartość funkcji będzie większa od punktu granicznego. Skuteczność tego modelu wyniosła 82,5% (sprawność I rodzaju – 70%, sprawność II rodzaju 95%).

Model 4 (ze stałą) funkcja dyskryminacyjna ma postać:

$$Z_4 = 0,7732059 - 0,0856425 \cdot X_1 + 0,000774 X_2 + 0,9220985 X_3 + 0,6535995 X_4 - 0,594687 X_5 \quad (51)$$

Wartość graniczną ustalono na 0,45, z taką jak w modelu trzecim regułą klasyfikacyjną. Skuteczność modelu wyniosła 92,5% (sprawność I rodzaju – 85%, sprawność II rodzaju 100%).

Kontynuując badania nad prognozowaniem upadłości Autorzy skonstruowali jeszcze jeden model na podstawie próby 34 przedsiębiorstw, w której 17 przedsiębiorstw które w latach 1998-2001 zbankrutowały (z przemysłu lekkiego, metalowego, chemicznego, handlu, usług i transportu) dobrano przedsiębiorstwa o podobnym profilu działalności notowane na GPW.

Do modeli zakwalifikowano 4 wskaźniki³⁰:

$$X_1 = \frac{\text{zobowiązania krótkoterminowe (średnia w roku)}}{\text{koszt wytworzenia produkcji sprzedanej}}$$

³⁰ J.Gajdka, D.Stos „Ocena kondycji finansowej polskich spółek publicznych w okresie 1998-2001” w: Czas na pieniądź. Zarządzanie finansami. Mierzenie wyników i wycena przedsiębiorstw t.I, (red) D.Zarzecki, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, 2003

$$X_2 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{suma bilansowa (średnia w roku)}}$$

$$X_3 = \frac{\text{wynik brutto}}{\text{przychody netto ze sprzedaży}}$$

$$X_4 = \frac{\text{suma bilansowa}}{\text{zobowiązania ogółem}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_5 = -0,0005 \cdot X_1 + 2,0552X_2 + 1,7260X_3 + 0,1155X_4 \quad (52)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie 0,0 (autorzy zdefiniowali również „szarą strefę” w obszarze $\langle -0,49; 0,49 \rangle$). Skuteczność modelu dla próby wyniosła 100%.

3.4. Modele D.Hadasik

Od 1998 r. badania nad prognozowaniem upadłości przedsiębiorstw prowadzi D.Hadasik (D.Appenzeller – po zmianie nazwiska). W pierwszym badaniu na próbie przedsiębiorstw z lat 1991 – 1997 Poznań, Piły i Leszno Autorka sformułowała 9 modeli dyskryminacyjnych, które różniły się między sobą:

- a) wskaźnikami (zmiennymi objaśniającymi),
- b) liczbą podmiotów w próbie (próba podstawowa składała się z 44 podmiotów z czego 22 stanowili bankruci i 22 niezagrożone upadłością, próba rozszerzona składała się z 61 podmiotów z czego 22 stanowili bankruci i 39 niezagrożone upadłością),
- c) sposobem podejścia do oszacowania parametrów modeli.

Spośród 9 modeli 5 charakteryzowało się ogólną skutecznością przekraczającą 93%.

W modelu 1 wykorzystano następujące 4 wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{zobowiązania ogółem}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_2 = \frac{\text{należności} * 365}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_3 = \frac{\text{zapasy} * 365}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{zapasy}}$$

Model 1 został wyznaczony techniką iteracyjną „w przód” przy próbie 44 przedsiębiorstw. Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_1 = 2,60839 - 2,50761 \cdot X_1 + 0,00141147X_2 - 0,00925162X_3 + 0,0233545X_4 \quad (53)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie 0,0. Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 93,18% (sprawność I rodzaju – 95,45%, sprawność II rodzaju 90,91%).

Model drugi został wyznaczony metodą iteracyjną „w tył” na próbie 44 przedsiębiorstw, przy wykorzystaniu następujących wskaźników:

$$X_1 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_2 = \frac{\text{aktywa obrotowe} - \text{zapasy}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_3 = \frac{\text{zobowiązania ogółem}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_4 = \frac{\text{kapitał obrotowy}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_5 = \frac{\text{należności} \cdot 365}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_6 = \frac{\text{zapasy} \cdot 365}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_7 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{zapasy}}$$

W modelu 2 funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_2 = 2,76843 + 0,703585 \cdot X_1 - 1,2966X_2 - 2,21854X_3 + 1,52891X_4 + 0,00254294X_5 - 0,0140733X_6 + 0,0186057X_7 \quad (54)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie 0,0. Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 95,45% (sprawność I rodzaju – 90,91%, sprawność II rodzaju 100,0%).

Model trzeci został wyznaczony metodą iteracyjną „w tył” na próbie 61 przedsiębiorstw, przy wykorzystaniu tych samych wskaźników co w modelu drugim

za wyjątkiem ostatniego wskaźnika (X_7 – rentowność zapasów), który został pominięty.

W modelu 3 funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_3 = 2,36261 + 0,365425 \cdot X_1 - 0,765526X_2 - 2,40435X_3 + 1,59079X_4 + 0,00230258X_5 - 0,0127826X_6 \quad (55)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie -0,374345. Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 95,08% (sprawność I rodzaju – 90,91%, sprawność II rodzaju 97,44%).

Model czwarty został wyznaczony na próbie 61 przedsiębiorstw, przy wykorzystaniu tych samych wskaźników co w modelu pierwszym.

W modelu czwartym funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_4 = 2,41753 - 2,62766 \cdot X_1 + 0,0013463X_2 - 0,00922513X_3 + 0,0272307X_4 \quad (56)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie -0,354915. Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 93,44% (sprawność I rodzaju – 95,45%, sprawność II rodzaju 92,31%).

Model piąty został wyznaczony na próbie 61 przedsiębiorstw, przy wykorzystaniu tych samych wskaźników co w modelu drugim.

W modelu piątym funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_5 = 2,59323 + 0,335969 \cdot X_1 - 0,71245X_2 - 2,4716X_3 + 1,46434X_4 + 0,002460969X_5 - 0,0138937X_6 + 0,0243387X_7 \quad (57)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie -0,42895. Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 96,72% (sprawność I rodzaju – 95,45%, sprawność II rodzaju 97,44%).

Prace nad modelami zagrożenia upadłością D.Hadasik kontynuowała pod nazwiskiem D.Appenzeller wspólnie z K.Szarzec. Autorki analizowały 34 podmioty, które w latach 2000-2002 złożyły wniosek o upadłość lub otwarcie postępowania likwidacyjnego, do których dopasowano 34 przedsiębiorstwa podobne

pod względem sektora i wielkości aktywów notowane na GPW o dobrej kondycji finansowej.

Na podstawie wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej oszacowano dwa modele³¹. Pierwszy wykorzystuje następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_2 = \frac{\text{aktywa obrotowe} - \text{zapasy} - \text{należności krótkoterminowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_3 = \frac{\text{wynik brutto}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{aktywa (średnie w roku)}}$$

$$X_5 = \frac{\text{zapasy (średnie w roku)}}{\text{przychody ze sprzedaży}} \cdot \text{liczba dni w badanym okresie}$$

$$X_6 = \frac{\text{zobowiązania} + \text{rezerwy na zobowiązania}}{(\text{wynik operacyjny} + \text{amortyzacja}) \cdot (12/\text{okres obrotowy})}$$

W modelu tym funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_6 = -0,661 + 1,286 \cdot X_1 - 1,305 X_2 - 0,226 X_3 + 3,015 X_4 - 0,005 X_5 - 0,009 X_6 \quad (58)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie 0,0. Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 85,29% (sprawność I rodzaju – 85,29%, sprawność II rodzaju 85,29%).

W drugim modelu zastosowano następujące wskaźniki

$$X_1 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_2 = \frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_3 = \frac{\text{zapasy (średnie w roku)}}{\text{przychody ze sprzedaży}} \cdot \text{liczba dni w badanym okresie}$$

$$X_4 = \frac{\text{zobowiązania} + \text{rezerwy na zobowiązania}}{(\text{wynik operacyjny} + \text{amortyzacja}) \cdot (12/\text{okres obrotowy})}$$

³¹ D.Appenzeller, K.Szarzec „Prognozowanie zagrożenia upadłością polskich spółek publicznych” Rynek Terminowy, nr 1/2004, ss. 120-128

X_5 = cykl należności + cykl zapasów (w dniach)

W modelu tym funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_7 = -0,556 + 0,819 \cdot X_1 + 2,567 X_2 - 0,005 X_3 - 0,0095 X_4 + 0,0006 X_5 \quad (59)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie 0,0. Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 88,23% (sprawność I rodzaju – 85,29%, sprawność II rodzaju 91,28%).

3.5. Model A.Hołdy³²

A.Hołda zbudował model na podstawie próby 80 przedsiębiorstw, z których w latach 1993 – 1996 40 zbankrutowało, a 40 pozostało wypłacalnymi. Przedsiębiorstwa dobrano z branż klasyfikowanych przez Europejską Klasyfikację Działalności (EKD) w grupach 4500-7400. Do modelu przyjęto 5 następujących wskaźników:

$$X_1 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_2 = \frac{\text{zobowiązania ogółem}}{\text{suma bilansowa}} \cdot 100\%$$

$$X_3 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{suma bilansowa (średnia w roku)}} \cdot 100\%$$

$$X_4 = \frac{\text{zobowiązania krótkoterminowe (średnie w roku)}}{\text{koszt sprzedanych produktów, towarów, materiałów + koszt sprzedaży + koszty ogólnozakładowe}} \cdot 360$$

$$X_5 = \frac{\text{przychody ze sprzedaży}}{\text{suma bilansowa (średnia w roku)}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_H = 0,605 + 0,681 \cdot X_1 - 0,0196 X_2 + 0,00969 X_3 + 0,000672 X_4 + 0,157 X_5 \quad (60)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie 0,0 (autor zdefiniował również „szarą strefę” w obszarze $<-0,3; 0,1>$). Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 92,5% (dla punktu granicznego na poziomie 0).

3.6. Model D.Wierzby³³

³² A.Hołda „Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej Z_H ”, Rachunkowość, nr 5/2001, ss. 306-310

D. Wierzba przeprowadził badanie na próbie 48 przedsiębiorstw, spośród których 24 w latach 1995-1998 ogłosiło upadłość lub wprowadziło postępowanie układowe. Do podmiotów tych dobrano 24 przedsiębiorstwa wypłacalne, które prowadziły podobną działalność i charakteryzowały się zbliżoną wartością sumy bilansowej. Do wyznaczenia modelu zastosowano liniową wielowymiarową analizę dyskryminacyjną, do którego dobrano 4 następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik operacyjny - amortyzacja}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_2 = \frac{\text{wynik operacyjny - amortyzacja}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_3 = \frac{\text{kapitał obrotowy}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_4 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania ogółem}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Z_w = 3,26 \cdot X_1 + 2,16X_2 + 0,69X_3 + 0,3X_4 \quad (61)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie 0,0. Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 92,0% (sprawność I rodzaju – 92,0%, sprawność II rodzaju 92,00%) na rok przed upadłością. Zastosowanie modelu w analizie na dwa lata przed upadłością dało 76% skuteczność (sprawność I rodzaju – 62,0%, sprawność II rodzaju 91,00%).

3.7. Model S. Sojaka i J. Stawickiego³⁴

Autorzy przeprowadzili badanie na próbie 58 przedsiębiorstw na podstawie danych pochodzących z 1998 r., które podzielono na trzy kategorie: dobre, średnie i złe. Do budowy modeli dobrano 7 następujących wskaźników finansowych:

$$X_1 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{aktywa obrotowe (wartość średnia)}} \cdot 100$$

³³ D. Wierzba „Wczesne wykrywanie przedsiębiorstw zagrożonych upadłością na podstawie wskaźników finansowych – teoria i badania empiryczne”, w: Zeszyty Naukowe nr 9, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Ekonomiczno-Informacyjnej w Warszawie, Warszawa 2000, ss. 79-105

³⁴ S. Sojak, J. Stawicki, „Wykorzystanie metod taksonomicznych do oceny kondycji ekonomicznej przedsiębiorstw”, Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości, t. 3 (59), red. L. Bednarski, Warszawa 2001, ss. 56-67

$$X_2 = \frac{\text{aktywa obrotowe} - \text{zapasy} - \text{RMC}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_3 = \frac{\text{kapitał obrotowy (wartość średnia)}}{\text{suma bilansowa (wartość średnia)}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{kapitał własny (wartość średnia)}} \cdot 100$$

$$X_5 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{aktywa trwałe (wartość średnia)}} \cdot 100$$

$$X_6 = \frac{\text{wynik netto} + \text{odsetki od kapitału obcego} - \text{podatek dochodowy}}{\text{suma bilansowa (wartość średnia)}}$$

$$X_7 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

Na podstawie ww. wskaźników zbudowano 3 funkcje klasyfikacyjne. Przedsiębiorstwa były zaliczane do tej grupy, dla której uzyskały najwyższą wartość funkcji klasyfikacyjnej.

Poszczególne funkcje klasyfikacyjne mają następującą postać:

$$Z_{zła} = -11,6499 - 0,1144 \cdot X_1 + 0,5178X_2 - 20,4475X_3 - 0,0661X_4 + 0,0663X_5 - 50,4610X_6 + 1,8358X_7 \quad (62)$$

$$Z_{średnia} = -2,3393 - 0,0586 \cdot X_1 - 3,3608X_2 + 10,7088X_3 + 0,1455X_4 - 0,066X_5 + 4,5837X_6 + 2,4329X_7 \quad (63)$$

$$Z_{dobra} = -5,992 - 0,0153 \cdot X_1 + 2,0482X_2 + 9,637X_3 + 0,1714X_4 - 0,0091X_5 - 15,78X_6 - 0,0018X_7 \quad (64)$$

Skuteczność powyższego modelu dla przedsiębiorstw z próby wyniosła 93,1%.

3.8. Modele B.Prusaka³⁵

B.Prusak do budowy modeli dyskryminacyjnych wykorzystał dane finansowe przedsiębiorstw z lat 1998-2002. Do próby zostało dobranych 40 bankrutów, którym

³⁵ B.Prusak „Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Difin, Warszawa, 2005, s.114 oraz ss.149-155

przyporządkowano 40 przedsiębiorstw o podobnym profilu działalności (pomiędzy 1000 a 4000 wg EKD) niezagrożonych upadłością. Początkowy zestaw zmiennych obejmował 27 wskaźników finansowych podzielonych na 5 grup: rentowności, płynności, wspomaganie finansowego, sprawności oraz pozostałe. Wskaźniki wybierano uwzględniając:

- ich przydatność do oceny standingu przedsiębiorstw,
- rodzaj i częstotliwość występowania wskaźników w dotychczas oszacowanych modelach (w Polsce i za granicą),
- sugestiami zawartymi w literaturze odnośnie wskaźników najlepiej dyskryminujących przedsiębiorstwa zdrowe i upadłe.

Wykorzystując technikę liniowej wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej Autor oszacował dwa modele – pierwszy oceniający zagrożenie finansowe z rocznym wyprzedzeniem czasowym, drugi natomiast z wyprzedzeniem dwuletnim.

Do modelu P1 dobrano następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{suma bilansowa (wartosc srednia)}}$$

$$X_2 = \frac{\text{koszty operacyjne (bez pozostałych kosztów operacyjnych)}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe (bez funduszy specjalnych i zobowiązań finansowych)}}$$

$$X_3 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$P_1 = -1,5685 + 6,5245 \cdot X_1 + 0,148X_2 + 0,4061X_3 + 2,1754X_4 \quad (65)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie -0,13 (autor zdefiniował również „szarą strefę” w obszarze <-0,13;0,65>).

Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 100,0% (sprawność I rodzaju – 100,0%, sprawność II rodzaju 100,00%) na rok przed upadłością. Zastosowanie modelu w analizie na dwa lata przed upadłością dało 86,08% skuteczność (sprawność I rodzaju – 71,79%, sprawność II rodzaju 100,00%).

Do modelu P2 Autor dobrał następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik netto} + \text{amortyzacja}}{\text{zobowiązania ogółem}}$$

$$X_2 = \frac{\text{koszty operacyjne (bez pozostałych kosztów operacyjnych)}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe (bez funduszy specjalnych i zobowiązań finansowych)}}$$

$$X_3 = \frac{\text{wynik ze sprzedaży}}{\text{suma bilansowa (wartość średnia)}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$P_2 = -1,8713 + 1,4383 \cdot X_1 + 0,1878 X_2 + 5,0229 X_3 \quad (66)$$

Wartość graniczną ustalono jako średnią ze średnich wartości funkcji dyskryminacyjnej dla bankrutów i firm niezagrażonych bankructwem na poziomie -0,034. Dla modelu P2 Autor dodatkowo wyznaczył drugą wartość graniczną jako wartość maksymalizującą sprawność ogólną modelu na poziomie -0,295 (Autor zdefiniował również „szarą strefę” w obszarze $\langle -0,7; 0,2 \rangle$).

Skuteczność ogólna modelu dla próby na rok przed upadłością przy punkcie granicznym na poziomie -0,034 wyniosła 93,51% (sprawność I rodzaju – 100,0%, sprawność II rodzaju 87,50%) a przy punkcie granicznym na poziomie -0,295 wyniosła 97,40% (sprawność I rodzaju – 100,0%, sprawność II rodzaju 95,00%). Zastosowanie modelu w analizie na dwa lata przed upadłością przy $p_g = -0,034$ dało 91,14% skuteczność (sprawność I rodzaju – 94,87%, sprawność II rodzaju 87,50%), a przy $p_g = -0,295$ skuteczność ogólna wyniosła 93,67% (sprawność I rodzaju – 92,31%, sprawność II rodzaju 95,0%).

Dodatkowo oba modele przetestowano na nowej próbie 39 bankrutów i 39 przedsiębiorstw wypłacalnych, zarówno na rok jak i na dwa lata przed bankructwem uzyskując następujące rezultaty:

Tabela 3. Skuteczność modeli P1 i P2 B.Prusaka na próbie testującej z rocznym wyprzedzeniem

Model	Sprawność I rodzaju	Sprawność II rodzaju	Sprawność ogólna
P1	89,74%	100,0%	94,87%
P2 przy $pg = -0,034$	100,0%	87,18%	93,59%
P2 przy $pg = -0,295$	97,44%	92,31%	94,87%

Źródło: B.Prusak „Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Difin, Warszawa, 2005, s.152

Tabela 4. Skuteczność modeli P1 i P2 B.Prusaka na próbie testującej z 2-letnim wyprzedzeniem

Model	Sprawność I rodzaju	Sprawność II rodzaju	Sprawność ogólna
P1	71,79%	100,0%	85,90%
P2 przy $pg = -0,034$	84,62%	92,31%	88,46%
P2 przy $pg = -0,295$	84,62%	92,31%	88,46%

Źródło: B.Prusak „Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Difin, Warszawa, 2005, s.152

Kontynuując badania Autor dokonał połączenia powyższych prób przedsiębiorstw (uczącej i testowej) i oszacował dodatkowe dwa modele prognozujące upadłość odpowiednio z rocznym i dwuletnim wyprzedzeniem. Pierwszy model został oszacowany na podstawie próby 140 przedsiębiorstw (70 bankrutów i 70 „zdrowych”), drugi na podstawie 136 przedsiębiorstw (68 bankrutów i 68 „zdrowych”). Wszystkie przedsiębiorstwa należały do kategorii podmiotów małych i średnich.

Do modelu P3 Autor dobrał następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik ze sprzedaży}}{\text{suma bilansowa (wartosc srednia)}}$$

$$X_2 = \frac{\text{koszty operacyjne (bez pozostałych kosztów operacyjnych)}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe (bez funduszy specjalnych i zobowiązań finansowych)}}$$

$$X_3 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$P_3 = -1,176 + 6,9973 \cdot X_1 + 0,1191X_2 + 0,1932X_3 \quad (67)$$

Wartość graniczną ustalono jako średnią ze średnich wartości funkcji dyskryminacyjnej dla bankrutów i firm niezagrażonych bankructwem na poziomie 0,0.

Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 97,86% (sprawność I rodzaju – 97,14%, sprawność II rodzaju 98,57%) na rok przed upadłością. Zastosowanie modelu w analizie na dwa lata przed upadłością dało 91,18% skuteczność (sprawność I rodzaju – 83,82%, sprawność II rodzaju 98,53%).

Do modelu P4 Autor dobrał następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik ze sprzedaży}}{\text{suma bilansowa (wartość średnia)}}$$

$$X_2 = \frac{\text{koszty operacyjne (bez pozostałych kosztów operacyjnych)}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe (bez funduszy specjalnych i zobowiązań finansowych)}}$$

$$X_3 = \frac{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik z działalności operacyjnej}}{\text{suma bilansowa (wartość średnia)}}$$

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$P_4 = -0,3758 + 3,7657 \cdot X_1 + 0,1049X_2 - 1,6765X_3 + 3,523X_4 \quad (68)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie 0,0.

Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 95,71% (sprawność I rodzaju – 98,57%, sprawność II rodzaju 92,86%) na rok przed upadłością. Zastosowanie modelu w analizie na dwa lata przed upadłością dało 91,91% skuteczność (sprawność I rodzaju – 91,18%, sprawność II rodzaju 92,65%).

3.9. Modele INE PAN (E.Mączyńskiej, M.Zawadzkiego)³⁶

W badaniach dotyczących analizy dyskryminacyjnej wykorzystano bazę danych PAN, z której wybrano zbiór 80 spółek (o profilu produkcyjnym, usługowym i handlowym) notowanych na GPW. W zbiorze tym znalazło się 40 spółek niezagrożonych upadłością i 40 zagrożonych upadłością. Analizie poddano zmiany kondycji finansowej tych podmiotów w okresie 5 – letnim (1997-2002). Do oceny standingu finansowego firm wstępnie wyselekcjonowano 45 wskaźników: dynamiki (obrotów, aktywów, kapitału własnego), rentowności, zadłużenia i sprawności operacyjnej. Wskaźniki te zostały poddane indywidualnej, statystycznej ocenie pod względem „zdolności dyskryminacyjnej”, które pozwoliły wyselekcjonować zestaw 12 wskaźników, jako zmiennych budowanych modeli dyskryminacyjnych:

$$X_1 = \text{dynamika przychodów} \% \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \right)$$

$$X_2 = \frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{aktywa}}$$

$$X_3 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{przychody}}$$

$$X_4 = \frac{\text{suma 3 letniego wyniku brutto}}{\text{aktywa}}$$

$$X_5 = \frac{\text{kapitał własny}}{\text{aktywa}}$$

$$X_6 = \frac{\text{kapitał własny} - \text{kapitał zakładowy}}{\text{aktywa}}$$

$$X_7 = \frac{\text{wynik netto} + \text{amortyzacja}}{\text{zobowiązania}}$$

³⁶ E.Mączyńska, M.Zawadzki „Dyskryminacyjne modele predykcji upadłości przedsiębiorstw”, *Ekonomista*, nr 2/2006, ss.205-235

$$X_8 = \frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{koszty finansowe}}$$

$$X_9 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_{10} = \frac{\text{kapitał obrotowy}}{\text{aktywa trwałe}}$$

$$X_{11} = \frac{\text{przychody}}{\text{aktywa}}$$

$$X_{12} = \text{logarytm dziesiętny aktywów} (\log A)$$

Procedura poszukiwania optymalnego modelu polegała na stopniowej redukcji liczby zmiennych 45 do 12 oraz poddawaniu ocenie otrzymywanych rozwiązań. W efekcie dokonanych estymacji wyselekcjonowano 7 modeli. Dla wszystkich z nich wartość graniczna została ustalona na poziomie 0.

Model A:

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$A = -9,382 + 5,577 \cdot X_1 + 1,472X_2 + 0,154X_3 + 0,31X_4 + 1,937X_5 + 1,598X_6 + 3,203X_7 + 0,436X_8 + 0,192X_9 + 0,14X_{10} + 0,386X_{11} + 1,715X_{12} \quad (69)$$

Model B:

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$B = -0,392 + 5,837 \cdot X_1 + 2,231X_2 + 0,222X_3 + 0,496X_4 + 0,945X_5 + 1,028X_6 + 3,472X_7 + 0,495X_8 + 0,166X_9 + 0,195X_{10} + 0,03X_{11} \quad (70)$$

Model C:

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$C = -0,678 + 5,896 \cdot X_1 + 2,831X_2 + 0,539X_5 + 2,538X_6 + 3,655X_7 + 0,467X_8 + 0,179X_9 + 0,226X_{10} + 0,168X_{11} \quad (71)$$

Model D:

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$D = -0,593 + 6,029 \cdot X_1 + 6,546X_2 + 1,546X_5 + 1,463X_6 + 3,585X_7 + 0,363X_9 + 0,172X_{10} + 0,114X_{11} \quad (72)$$

Model E:

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$E = -1,962 + 9,004X_2 + 1,177X_5 + 1,889X_6 + 3,134X_7 + 0,5X_9 + 0,16X_{10} + 0,749X_{11} \quad (73)$$

Model F:

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$F = -2,478 + 9,478X_2 + 3,613X_5 + 3,246X_7 + 0,455X_9 + 0,802X_{11} \quad (74)$$

Model G:

Funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$G = -1,498 + 9,498X_2 + 3,566X_5 + 2,903X_7 + 0,452X_9 \quad (75)$$

Weryfikacja modeli została dokonana zarówno na próbie estymującej jak i na próbie spoza estymacji zbudowanej z 48 przedsiębiorstw, w tym 22 niezagrożonych upadłością i 26 upadłych w 2001 r. Wyniki odzwierciedlające skuteczność modeli prezentuje poniższa tabela.

Tabela 5. Skuteczność modeli dyskryminacyjnych INE PAN dla próby uczącej i testowej

Model	Próba ucząca			Próba testowa		
	Sprawność I rodzaju	Sprawność II rodzaju	Sprawność ogólna	Sprawność I rodzaju	Sprawność II rodzaju	Sprawność ogólna
A	90,0%	97,5%	93,8%	93,8%	100,0%	96,9%
B	92,5%	97,5%	95,0%	87,5%	100,0%	93,8%
C	92,5%	97,5%	95,0%	87,8%	100,0%	93,8%
D	90,0%	97,5%	93,8%	75,0%	100,0%	87,5%
E	92,5%	100,0%	96,2%	75,0%	95,5%	85,2%
F	90,0%	100,0%	95,0%	75,0%	95,5%	85,2%
G	90,0%	100,0%	95,0%	81,3%	95,5%	88,4%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie E.Mączyńska, M.Zawadzki "Dyskryminacyjne modele predykcji upadłości przedsiębiorstw", Ekonomista, nr 2/2006, s.225 i 227

3.10. Model „poznański”³⁷

Model poznański oceny zagrożenia finansowego przedsiębiorstw został opracowany przez zespół pod kierownictwem M.Hamrola, i współudziale B.Czajki i M.Piechockiego na podstawie danych finansowych 100 przedsiębiorstw (po 50 „zdrowych” i upadłych) z lat 1999-2002. Dla każdego podmiotu policzono 31 wskaźników, z których do konstrukcji funkcji dyskryminacyjnej dobrane te o najwyższej „sile dyskryminacyjnej”, dodatkowo odrzucono te wskaźniki, które były ze sobą wysoce skorelowane. W ten sposób do modelu dobrano cztery następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{aktywa}}$$

$$X_2 = \frac{\text{aktywa obrotowe} - \text{zapasy}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_3 = \frac{\text{kapitał stały} (\text{kapitał własny} + \text{zobowiązania długoterminowe})}{\text{aktywa}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik ze sprzedaży}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

Postać funkcji dyskryminacyjnej została określona następującym wzorem:

$$Z_p = -2,368 + 3,562X_1 + 1,588X_2 + 4,288X_3 + 6,719X_4 \quad (76)$$

Wartość graniczną ustalono na poziomie 0,0.

Badania weryfikacyjne dla modelu „poznańskiego” na homogenicznej grupie przedsiębiorstw (z sektora produkcji, handlu i usług) pozwoliły na oszacowanie jakości modelu, którą prezentuje poniższa tabela.

³⁷ M.Hamrol, B.Czajka, M.Piechocki, „Upadłość przedsiębiorstwa – model analizy dyskryminacyjnej”, Przegląd Organizacji, nr 6/2004 s. 35-39

Tabela 6. Skuteczność modelu „poznańskiego” dla próby testowej przedsiębiorstw produkcyjnych, handlowych i usługowych

	Rzeczywista przynależność do grupy „bankrutów”			Rzeczywista przynależność do grupy podmiotów niezagrażonych upadłością		
	Sektor produkcyjny	Sektor handlowy	Sektor usług	Sektor produkcyjny	Sektor handlowy	Sektor usług
Prognozowana liczba bankrutów	24	18	24	4	4	0
Prognozowana liczba firm niezagrażonych upadłością	2	0	2	59	31	21

Sprawność modelu	Sektor produkcyjny	Sektor handlowy	Sektor usług
Sprawność I stopnia	92,31%	100,00%	92,31%
Sprawność II stopnia	93,65%	88,57%	100,00%
Sprawność ogólna	93,26%	92,45%	95,74%

Źródło: P.Antonowicz „Metody oceny i prognoza kondycji ekonomiczno-finansowej przedsiębiorstw”, ODDK, Gdańsk, 2007 r., s. 59

4. Badania nad ryzykiem kredytowym przedsiębiorstw w Polsce przy wykorzystaniu regresji logistycznej

4.1. Modele M.Gruszczynskiego

Istotny wkład w badania nad prognozowaniem zagrożenia finansowego przedsiębiorstw przy zastosowaniu modeli logitowych ma M.Gruszczynski³⁸. Na podstawie danych ze sprawozdań finansowych przedsiębiorstw z lat 1995-1997 wyodrębnił grupę 23 przedsiębiorstw o złej kondycji finansowej, której przyporządkował 23 przedsiębiorstwa o dobrym standingu. Na jej podstawie zbudował dwumianowe modele logitowe. Następnie dobrał trzecią grupę 25 podmiotów o tzw. nieokreślonej sytuacji finansowej. Mając trzy grupy przedsiębiorstw oszacował trójmianowe modele logitowe.

W modelach dwumianowych zmiennej objaśnianej przyporządkowano cyfry 0 lub 1 w zależności od tego na jaki rodzaj podmiotu zmienna ta wskazuje³⁹:

- zmienna objaśniana = 0 – przedsiębiorstwo w trudnej sytuacji finansowej,
- zmienna objaśniana = 1 – przedsiębiorstwo w dobrej sytuacji finansowej.

W modelach trójmianowych przyporządkowanie przedsiębiorstw było następujące:

- zmienna objaśniana = 1 – przedsiębiorstwo w trudnej sytuacji finansowej,
- zmienna objaśniana = 2 – przedsiębiorstwo o nieustalanej sytuacji finansowej,
- zmienna objaśniana = 3 – przedsiębiorstwo w dobrej sytuacji finansowej.

Im zatem niższa wartość zmiennej tym gorsza sytuacja finansowa firmy.

Jako początkowy zestaw zmiennych objaśniających przyjęto następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{aktywa obrotowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_2 = \frac{\text{aktywa obrotowe} - \text{zapasy}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_3 = \frac{\text{aktywa obrotowe} - \text{zapasy} - \text{należności krótkoterminowe}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

³⁸ M.Gruszczynski „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Zeszyty PAN, nr 34, Warszawa, 2003

³⁹ Patrz również B.Prusak „Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Difin, Warszawa, 2005, s.142

$$X_4 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_5 = \frac{\text{wynik operacyjny}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_6 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{kapitał własny}}$$

$$X_7 = \frac{\text{wynik brutto}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_8 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_9 = \frac{\text{przychody ze sprzedaży}}{\text{należności}}$$

$$X_{10} = \frac{\text{koszty sprzedanych produktów, towarów, materiałów}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_{11} = \frac{\text{koszty sprzedanych produktów, towarów i materiałów}}{\text{zapasy}}$$

$$X_{12} = \frac{\text{przychody ze sprzedaży}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_{13} = \frac{\text{zobowiązania ogółem}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_{14} = \frac{\text{zobowiązania ogółem}}{\text{kapitał własny}}$$

$$X_{15} = \frac{\text{suma bilansowa}}{\text{kapitał własny}}$$

$$X_{16} = \frac{\text{zapasy}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_{17} = \frac{\text{kapitał obcy - środki pieniężne}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

Doboru wskaźników do modeli dokonano przy uwzględnieniu następujących warunków:

- wskaźniki objaśniające są istotnie skorelowane ze zmienną objaśnianą,
- wskaźniki objaśniające są ze sobą słabo skorelowane,
- dobierając zmienne do modelu kierowano się zasadą koincydencji,

- w modelu mogą wystąpić maksymalnie dwa wskaźniki z danej grupy wskaźników,
- zmienne w modelu powinny być istotne statystycznie,
- model powinien charakteryzować się wysoką skutecznością dla próby.

Dla danych z 1995 r. oraz 1996 r. oszacowano modele dwumianowe i trójmianowe klasyfikujące przedsiębiorstwa z rocznym i dwuletnim wyprzedzeniem.

Model 1 (dwumianowy, dane z 1995 r, dwuletnie wyprzedzenie)

$$P_1 = \frac{1}{1 + \exp[-(1,3508 + 7,5153 \cdot X_5 - 6,1903X_{13})]} \quad (77)$$

Jeżeli P jest większe od 0,5 następowało przyporządkowanie przedsiębiorstwa do grupy o dobrej kondycji finansowej, jeśli zaś jest mniejsze lub równe 0,5 do grupy o złym standingu.

Skuteczność powyższego modelu prezentuje poniższa tabela.

Tabela 7. Skuteczność modelu 1 M.Grusczyńskiego

Grupa oryginalna	Grupa przewidywalna		Suma	Skuteczność prognozy
	0	1		
0	20	3	23	86,96%
1	3	20	23	86,96%
Suma	23	23	46	86,96%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie M.Grusczyński „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Zeszyty PAN, nr 34, Warszawa, 2003 r.

Model 2 (dwumianowy, dane z 1995 r, dwuletnie wyprzedzenie)

$$P_2 = \frac{1}{1 + \exp[-(0,3133 + 8,7592 \cdot X_5 - 8,0069X_{16})]} \quad (78)$$

Skuteczność powyższego modelu prezentuje poniższa tabela.

Tabela 8. Skuteczność modelu 2 M.Grusczyńskiego

Grupa oryginalna	Grupa przewidywalna		Suma	Skuteczność prognozy
	0	1		
0	19	4	23	82,61%
1	3	20	23	86,96%
Suma	22	24	46	84,78%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie M.Grusczyński „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Zeszyty PAN, nr 34, Warszawa, 2003 r.

Model 3 (dwumianowy, dane z 1996 r., roczne wyprzedzenie)

$$P_3 = \frac{1}{1 + \exp[-(4,3515 + 22,8748 \cdot X_7 - 5,5926X_{13} - 26,1083X_{16})]} \quad (79)$$

Skuteczność powyższego modelu prezentuje poniższa tabela.

Tabela 9. Skuteczność modelu 3 M.Grusczyńskiego

Grupa oryginalna	Grupa przewidywalna		Suma	Skuteczność prognozy
	0	1		
0	21	2	23	91,30%
1	1	22	23	95,65%
Suma	22	24	46	93,48%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie M.Grusczyński „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Zeszyty PAN, nr 34, Warszawa, 2003 r.

Model 4 (dwumianowy, dane z 1996 r., roczne wyprzedzenie)

$$P_4 = \frac{1}{1 + \exp[-(-4,7238 + 16,1075 \cdot X_7 + 0,5761X_{10})]} \quad (80)$$

Skuteczność powyższego modelu prezentuje poniższa tabela.

Tabela 10. Skuteczność modelu 4 M.Grusczyńskiego

Grupa oryginalna	Grupa przewidywalna		Suma	Skuteczność prognozy
	0	1		
0	20	3	23	89,96%
1	3	20	23	89,96%
Suma	23	23	46	89,96%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie M.Grusczyński „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Zeszyty PAN, nr 34, Warszawa, 2003 r.

Model 5 (trójmianowy, dane z 1995 r., dwuletnie wyprzedzenie)

Funkcja liniowa w dla tego modelu przybrała postać:

$$Z_5 = 1,5808 \cdot X_2 + 6,1215X_5 \quad (81)$$

Punkty graniczne zostały oszacowane na poziomach $t_1 = 1,2601$, $t_2 = 3,5133$.

Mając punkty graniczne (t_i) można dokonać oszacowania prawdopodobieństw osiągnięcia przez zmienną objaśnianą Y stanu 1, 2 lub 3, stosując następujące wzory⁴⁰:

$$P(Y = 1) = \frac{\exp(t_1 - Z)}{1 + \exp(t_1 - Z)}$$

$$P(Y = 1) = \frac{\exp(t_2 - Z)}{1 + \exp(t_2 - Z)} - \frac{\exp(t_1 - Z)}{1 + \exp(t_1 - Z)}$$

$$P(Y = 1) = 1 - \frac{\exp(t_2 - Z)}{1 + \exp(t_2 - Z)}$$

gdzie:

Z – wartość funkcji liniowej Z

$$Z = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n$$

a_0 – stała,

a_i – wagi,

X_i – zmienne niezależne (wskaźniki finansowe),

t_1, t_2 – punkty graniczne.

Skuteczność powyższego modelu prezentuje poniższa tabela.

Tabela 11. Skuteczność modelu 5 M.Gruszczynskiego

Wartość zmiennej objaśnianej	Rzeczywista liczba przedsiębiorstw w grupie	Przewidywana liczba firm w grupie	Liczba błędów
1	23	24	1
2	25	27	2
3	23	20	3
Suma	71	71	6 (91,55%)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie M.Gruszczynski „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Zeszyty PAN, nr 34, Warszawa, 2003 r.

⁴⁰ B.Prusak „Nowoczesne ...” op. cit. , s.55

Model 6 (trójmianowy, dane z 1995 r., dwuletnie wyprzedzenie)

$$Z_6 = 1,2654X_2 + 1,4402X_4 - 2,6851X_{13} \quad (82)$$

Punkty graniczne zostały oszacowane na poziomach $t_1 = -0,6002$, $t_2 = 1,5527$.

Skuteczność powyższego modelu prezentuje poniższa tabela.

Tabela 12. Skuteczność modelu 6 M.Gruszczynskiego

Wartość zmiennej objaśnianej	Rzeczywista liczba przedsiębiorstw w grupie	Przewidywana liczba firm w grupie	Liczba błędów
1	23	25	2
2	25	25	0
3	23	21	2
Suma	71	71	4 (94,37%)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie M.Gruszczynski „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Zeszyty PAN, nr 34, Warszawa, 2003 r.

Model 7 (trójmianowy, dane z 1996 r., roczne wyprzedzenie)

$$Z_7 = 1,2458X_3 + 13,1907X_5 - 4,4523X_{13} \quad (83)$$

Punkty graniczne zostały oszacowane na poziomach $t_1 = -1,4799$, $t_2 = 1,8789$.

Skuteczność powyższego modelu prezentuje poniższa tabela.

Tabela 13. Skuteczność modelu 7 M.Gruszczynskiego

Wartość zmiennej objaśnianej	Rzeczywista liczba przedsiębiorstw w grupie	Przewidywana liczba firm w grupie	Liczba błędów
1	23	22	1
2	25	26	1
3	23	23	0
Suma	71	71	2 (97,18%)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie M.Gruszczynski „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Zeszyty PAN, nr 34, Warszawa, 2003 r.

Model 8 (trójmianowy, dane z 1996 r., roczne wyprzedzenie)

$$Z_8 = 1,5917X_3 + 4,0927X_8 + 0,1747X_{10} \quad (84)$$

Punkty graniczne zostały oszacowane na poziomach $t_1 = 0,6926$, $t_2 = 2,9942$.

Skuteczność powyższego modelu prezentuje poniższa tabela.

Tabela 14. Skuteczność modelu 8 M.Gruszczynskiego

Wartość zmiennej objaśnianej	Rzeczywista liczba przedsiębiorstw w grupie	Przewidywana liczba firm w grupie	Liczba błędów
1	23	20	3
2	25	32	7
3	23	19	4
Suma	71	71	14 (80,28%)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie M.Gruszczynski „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Zeszyty PAN, nr 34, Warszawa, 2003 r.

4.2. Modele P. Stępnia i T.Strąka

Pierwszy model logitowy Autorzy zbudowali w 1999 r na podstawie informacji z 36 przedsiębiorstw, spośród których połowa z nich zbankrutowała w latach 1996-1998.

Do modelu Autorzy dobrali następujące wskaźniki: ⁴¹

$$X_1 = \frac{\text{kapitał obcy}}{\text{kapitał całkowity}}$$

$$X_2 = \frac{\text{aktywa obrotowe - zapasy}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe}}$$

$$X_3 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{kapitał całkowity}}$$

$$X_4 = \frac{\text{przychody ze sprzedaży}}{\text{koszty działalności operacyjnej}}$$

Oszacowany model przyjął postać:

$$y = -19 - 11X_1 + 6X_2 + 40X_3 + 19X_4 \quad (85)$$

Wartość graniczną funkcji y ustalono na poziomie 0,0. Skuteczność ogólna modelu dla próby wyniosła 100%, a zgodnie z sugestią Autorów najlepsze rezultaty daje

⁴¹ P.Stępień, T.Strąk, „Wielowymiarowe modele logitowe oceny zagrożenia bankrutem polskich przedsiębiorstw”, w: Czas na pieniądź. Zarządzanie finansami. Finansowanie przedsiębiorstw UE, t.I, (red) D.Zarzecki, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, 2004, 443-451, za B.Prusak „Nowoczesne ...” op.cit., s.158-161

model na 18 miesięcy przed upadłością przedsiębiorstwa. W 2003 r. model został poddany testom, uwzględniając różne wyprzedzenia czasowe:

- do roku (próba 467 bankrutów i 450 podmiotów wypłacalnych),
- od roku do dwóch lat (próba 442 bankrutów i 450 podmiotów wypłacalnych),
- od dwóch do trzech lat (próba 301 bankrutów i 450 podmiotów wypłacalnych),
- od trzech do czterech lat (próba 134 bankrutów i 450 podmiotów wypłacalnych).

Skuteczność modelu w próbach testowych przedstawia poniższa tabela.

Tabela 15. Sprawność modelu P.Stępień i T.Strąka dla próby testowej.

Wyprzedzenie czasowe	Sprawność I rodzaju	Sprawność II rodzaju	Sprawność ogólna
do 1 roku	93%	68%	80%
1 – 2 lata	87%	70%	78%
2 – 3 lata	76%	74%	74%
3 – 4 lata	52%	78%	73%

Źródło: P.Stępień, T.Strąk, „Wielowymiarowe modele logitowe oceny zagrożenia bankrutem polskich przedsiębiorstw”, w: Czas na pieniądź. Zarządzanie finansami. Finansowanie przedsiębiorstw UE, t.I, (red) D.Zarzecki, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, 2004, 443-451, za B.Prusak „Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Difin, Warszawa, 2005, s.159

Kontynuując badania Autorzy skonstruowali 4 modele logitowe pozwalające prognozować upadłość przedsiębiorstw z wyprzedzeniem czasowym:⁴²

- do 12 miesięcy - próba ucząca - 300 przedsiębiorstw dobrych, 300 bankrutów, próba testowa – 214 przedsiębiorstw dobrych, 167 bankrutów,
- od 12 do 24 miesięcy - próba ucząca - 300 przedsiębiorstw dobrych, 300 bankrutów, próba testowa – 213 przedsiębiorstw dobrych, 142 bankrutów,
- od 24 do 36 miesięcy - próba ucząca - 200 przedsiębiorstw dobrych, 200 bankrutów, próba testowa – 299 przedsiębiorstw dobrych, 101 bankrutów,
- od 36 do 48 miesięcy - próba ucząca - 100 przedsiębiorstw dobrych, 100 bankrutów, próba testowa – 359 przedsiębiorstw dobrych, 34 bankrutów.

⁴² P.Stępień, T.Strąk, „Binomial logit models predicting corporate bankruptcy”, Folia Oeconomica Stetinensia, No. 3–4 (11–12) 2004–2005, ss. 190-199, artykuł dostępny na http://usfiles.us.szc.pl/pliki/plik_1168439133.pdf, informacja z dnia 15 grudnia 2010 r.

Model 1 – wyprzedzenie czasowe do 12 miesięcy

Do modelu 1 dobrano następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik z działalności gospodarczej}}{\text{kapitał całkowity}}$$

$$X_2 = \frac{\text{kapitał obrotowy}}{\text{kapitał całkowity}}$$

$$X_3 = \frac{\text{kapitał obcy}}{\text{kapitał całkowity}}$$

Postać funkcji logitowej jest następująca:

$$M_1 = \frac{1}{1 + \exp[-(5,83 + 4,27 \cdot X_1 + 2X_2 - 7,78X_3)]} \quad (86)$$

Model 2 – wyprzedzenie czasowe od 12 miesięcy do 24 miesięcy

Do modelu 2 dobrano następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{kapitał całkowity}}$$

$$X_2 = \frac{\text{kapitał obrotowy}}{\text{kapitał całkowity}}$$

$$X_3 = \frac{\text{kapitał obcy}}{\text{kapitał całkowity}}$$

Postać funkcji logitowej jest następująca:

$$M_2 = \frac{1}{1 + \exp[-(3,97 + 5,47 \cdot X_1 + 1,66X_2 - 5,78X_3)]} \quad (87)$$

Model 3 - wyprzedzenie czasowe od 24 miesięcy do 36 miesięcy

Do modelu 3 dobrano następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{kapitał całkowity}}$$

$$X_2 = \frac{\text{kapitał obcy}}{\text{kapitał całkowity}}$$

Postać funkcji logitowej jest następująca:

$$M_3 = \frac{1}{1 + \exp[-(2,8 + 4,39 \cdot X_1 - 4,35X_2)]} \quad (88)$$

Model 4 - wyprzedzenie czasowe od 36 miesięcy do 48 miesięcy

Do modelu 4 dobrano następujące wskaźniki:

$$X_1 = \frac{\text{wynik netto}}{\text{kapitał całkowity}}$$

$$X_2 = \frac{\text{wynik brutto} - \text{wynik na operacjach nieciągłych}}{\text{kapitał całkowity}}$$

Postać funkcji logitowej jest następująca:

$$M_4 = \frac{1}{1 + \exp[-(2,43 + 0,13 \cdot X_1 - 4,3X_2)]} \quad (89)$$

Kwalifikacja podmiotów w powyższych modelach odbywa się zgodnie z następującą regułą:

jeżeli wartość funkcji logitowej jest niższa od 0,5 to jednostkę zalicza się do zagrożonych upadkiem, w przeciwnym wypadku do podmiotów zdrowych.

Skuteczność powyższych modeli dla próby uczącej i próby testowej przedstawia poniższa tabela.

Tabela 16. Skuteczność modeli logitowych P.Stępień i T.Strąka dla próby uczącej i testowej

Model	Próba ucząca			Próba testowa		
	Sprawność I rodzaju	Sprawność II rodzaju	Sprawność ogólna	Sprawność I rodzaju	Sprawność II rodzaju	Sprawność ogólna
M₁	90%	92%	91%	87%	90%	89%
M₂	84%	86%	85%	82%	85%	84%
M₃	77%	82%	80%	75%	80%	78%
M₄	70%	75%	73%	68%	70%	70%

Źródło P.Stępień, T.Strąk, „Binomial logit models predicting corporate bankruptcy”, Folia Oeconomica Stetinensia, No. 3–4 (11–12) 2004–2005, s. 196, artykuł dostępny na http://usfiles.us.szc.pl/pliki/plik_1168439133.pdf, informacja z dnia 15 grudnia 2010 r.

4.3. Modele D.Wędzkiego⁴³

D.Wędzki modele logitowe zbudował na podstawie próby 80 przedsiębiorstw (40 bankrutów, 40 przedsiębiorstw dobrych, dobranych parami), pochodzących

⁴³ D. Wędzki „Logitowy model upadłości dla gospodarki polskiej – wnioski z badania”, w: Zarządzanie finansami. Finansowanie przedsiębiorstw UE, t.I, (red) D.Zarzecki, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, 2004, 477-485, za B.Prusak „Nowoczesne...” op.cit., s.155-158

z różnych branż (od 1561 do 6527 wg EKD) oprócz banków i zakładów ubezpieczeń. Autor w swoich badaniach uwzględnił firmy, które upadły w 2002 r. (próba ucząca) oraz w roku 2003 (próba testowa, która także składała się z 80 podmiotów – 40 upadłych, 40 niezagrażonych upadkiem). Zmienne objaśniające stanowiły wskaźniki finansowe, które zostały policzone na podstawie sprawozdań finansowych z 2000 r (próba ucząca) i 2001 r (próba testowa).

Łącznie oszacowano 8 dwumianowych modeli logitowych, dla których reguła klasyfikacji brzmi następująco: jeśli wartość funkcji jest wyższa od 0,5 to podmiot zalicza się do upadłych, jeśli niższa od 0,5 do podmiotów nieupadłych.

W modelach wykorzystano następujący zestaw wskaźników:

$$X_1 = \frac{\text{aktywa obrotowe} + \text{RMC}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe} + \text{fundusze specjalne} + \text{RMB} + \text{przychody przyszły okres}}$$

$$X_2 = \frac{\text{odsetki do zapłacenia}}{\text{wynik na działalności gospodarczej} + \text{odsetki do zapłacenia}}$$

$$X_3 = \frac{\text{przychody ze sprzedaży} + \text{pozostałe przychody operacyjne} + \text{przychody finansowe}}{\text{suma bilansowa (wartość średnia)}}$$

$$X_4 = \frac{\text{wynik brutto}}{\text{przychody ze sprzedaży} + \text{pozostałe przychody operacyjne} + \text{przychody finansowe}}$$

$$X_5 = \frac{\text{papiery wartościowe do obrotu} + \text{środki pieniężne}}{\text{zobowiązania krótkoterminowe} + \text{fundusze specjalne} + \text{RMB} + \text{przychody przyszły okres}}$$

$$X_6 = \frac{\text{rezerwy} + \text{zobowiązania} + \text{fundusze specjalne} + \text{RMB} + \text{przychody przyszły okres}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_7 = \frac{\text{zapasy (wartość średnia)} \cdot \text{liczba dni w okresie}}{\text{koszty działalności operacyjnej}}$$

$$X_8 = \frac{\text{środki pieniężne z działalności operacyjnej}}{\text{kapitał własny (wartość bezwzględna)} - \text{wymagana stopa zwrotu}}$$

$$X_9 = \frac{\text{aktywa obrotowe} + \text{RMC} - \text{zob. krótkotermin} - \text{fundusze specjalne} - \text{RMB} - \text{przychody przyszłych okresów}}{\text{suma bilansowa}}$$

$$X_{10} = \frac{\frac{\text{wynik netto}}{\text{kapitał własny}}}{\frac{\text{wynik netto} + \text{odsetki do zapłacenia} \cdot \left(\frac{1 - \text{obowiązkowe obciążenia wyniku}}{\text{wynik brutto}} \right)}{\text{suma bilansowa}}}$$

$$X_{11} = \frac{\text{należności krótkoterminowe (wartość średnia)} \cdot \text{liczba dni w okresie}}{\text{przychody ze sprzedaży}}$$

$$X_{12} = \frac{\text{wynik ze sprzedaży}}{\text{przychody netto ze sprzedaży}}$$

Model 1

$$M_1 = \frac{1}{1 + \exp[-(1,0 - 1 \cdot X_1 - 0,256X_2 - 0,044X_3 - 4,373X_4)]} \quad (90)$$

Model 2

$$M_2 = \frac{1}{1 + \exp[-(1,0 - 2 \cdot X_1 - 0,249X_2 - 0,007X_3 - 5,188X_4 + 1,245X_5 - 0,23X_6 + 0,002X_7 + 0,134X_8)]} \quad (91)$$

Model 3

$$M_3 = \frac{1}{1 + \exp[-(1,0 - 5 \cdot X_1 - 0,334X_2 + 3,598X_6 + 0,061X_8 + 4,721X_9 + 0,048X_{10} + 0,021X_{11})]} \quad (92)$$

Model 4

$$M_4 = \frac{1}{1 + \exp[-(0,07 - 5 \cdot X_1 - 0,334X_2 + 3,598X_6 + 0,061X_8 + 4,721X_9 + 0,048X_{10} + 0,021X_{11})]} \quad (93)$$

Model 5

$$M_5 = \frac{1}{1 + \exp[-(2,0 - 5 \cdot X_1 - 0,323X_2)]} \quad (94)$$

Model 6

$$M_6 = \frac{1}{1 + \exp[-(1,03 - 2 \cdot X_1 - 0,323X_2)]} \quad (95)$$

Model 7

$$M_7 = \frac{1}{1 + \exp[-(4,0 - 6 \cdot X_1 - 2,088X_2 + 9,387X_6 + 1,317X_{10} + 0,04X_{11} - 4,217X_{12})]}$$

(96)

Model 8

$$M_8 = \frac{1}{1 + \exp[-(4,0 - 4 \cdot X_1 - 2X_2 + 11,441X_6)]} \quad (97)$$

Skuteczność powyższych modeli dla próby uczącej i próby testowej przedstawia poniższa tabela.

Tabela 17. Skuteczność modeli logitowych D. Wędzkiego

Wyszczególnienie		M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₆	M ₇	M ₈
Próba ucząca	Sprawność I rodzaju	60%	65%	82,5%	50%	67,5%	88%	93,5%	90,3%
	Sprawność II rodzaju	80%	80%	82,5%	95%	72,5%	70%	93,5%	87%
	Sprawność ogólna	70%	72,5%	82,5%	72,5%	70%	79%	93,5%	89%
Próba testowa	Sprawność I rodzaju	62,5%	55%	87,5%	60%	72,5%	35%	87,5%	85%
	Sprawność II rodzaju	75%	82,5%	65%	80%	65%	90%	60%	70%
	Sprawność ogólna	68,8%	68,8%	76,3%	70%	68,8%	62,5%	73,8%	77,5%

D. Wędzki „Logitowy model upadłości dla gospodarki polskiej – wnioski z badania”, op. cit, za B. Prusak „Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, op. cit s. 158

5. Modele dyskryminacyjne dla małych i średnich przedsiębiorstw w Polsce

Posługując się opisanym w rozdziale pierwszym algorytmem Autor podjął próbę budowy modeli dyskryminacyjnych dla pięciu sektorów gospodarki:

- przemysłu,
- budownictwa,
- handlu,
- transportu,
- usług,

klasyfikujących małe i średnie przedsiębiorstwa do jednej z dwóch grup: normalne lub zagrożone (poniżej standardu, wątpliwe, stracone) wg kryteriów ustalonych w Rozporządzeniu Ministra Finansów z dnia 16 grudnia 2008 r. w sprawie zasad tworzenia rezerw na ryzyko związane z działalnością banków⁴⁴ zmienione 15 maja 2009 r.⁴⁵, 11 grudnia 2009 r.⁴⁶ i 30 sierpnia 2010 r.⁴⁷

5

5.1. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Przemysł”

Budując model dyskryminacyjny dla sektora „przemysł” (kody branży wg Europejskiej Klasyfikacji Działalności – EKD – od 15 do 37), to wykorzystano informacje o 80 przedsiębiorstwach, z których wg stanu na 31 grudnia 2009 r. 40 było zakwalifikowanych do kategorii „normalne” a 40 do kategorii „zagrożone”. Dla przedsiębiorstw tych policzono wartości wskaźników finansowych (zdefiniowane w tabeli 1) na rok przed dokonaniem klasyfikacji tj. wg stanu na 31 grudnia 2008 r. Wartości wskaźników dla przedsiębiorstw w sytuacji normalnej i przedsiębiorstw w sytuacji „zagrożonej” prezentuje załącznik 1.

Dla wszystkich wskaźników policzono wartości średnich arytmetycznych oraz odchyłeń standardowych i przeprowadzono testy na równość średnich oraz równość

⁴⁴ Dz.U. 2008 nr 235 poz. 1589

⁴⁵ Dz.U. 2009 nr 78 poz. 652

⁴⁶ Dz.U. 2009 nr 215 poz. 1668

⁴⁷ Dz.U. 2010 nr 164 poz. 1111

odchyleń standardowych, które pozwoliły na dokonanie eliminacji tych wskaźników, które nie spełniają warunku różności średnich i równości odchyleń standardowych. Wyniki przeprowadzonych obliczeń prezentuje poniższa tabela.

Tabela 18. Weryfikacja wskaźników w sektorze przemysł

Wskaźnik	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Średnia	Dobre	1,382	0,978	0,191	0,139	0,093	0,415	0,105	4,320	7,495	12,671	12,740	0,617	1,489	1,164	0,469
	Złe	0,957	0,676	0,086	-0,087	-0,020	-0,043	-0,027	2,163	4,141	7,664	8,245	0,416	0,964	0,824	0,134
Odchylenie standardowe	Dobre	0,451	0,364	0,104	0,199	0,063	0,290	0,075	1,722	3,263	5,224	4,134	0,222	1,255	0,380	0,317
	Złe	0,381	0,325	0,053	0,404	0,071	0,055	0,112	1,505	2,343	3,578	3,670	0,217	0,641	0,227	0,258
Statystyka t		-4,55	-3,92	-5,66	-3,171	-9,53	-9,13	-6,17	-5,97	-5,281	-5,001	-5,143	-4,09	-2,35	-4,86	-5,19
Istotność		0,000	0,000	0,000	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,021	0,000	0,000
Weryfikacja ¹⁾		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Statystyka F		1,4	1,25	3,89	4,112	1,245	5,028	2,227	1,31	1,939	2,131	1,269	1,05	3,83	2,8	1,51
Istotność		0,150	0,243	0,000	0,000	0,249	0,181	0,007	0,203	0,021	0,010	0,230	0,441	0,000	0,001	0,100
Weryfikacja ²⁾		0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
Weryfikacja końcowa ³⁾		0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0

1) Jeżeli poziom istotności jest większy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na równość średnich (symbol 1) w przeciwnym

wypadku zostaje w modelu (symbol 0),

2) Jeżeli poziom istotności jest mniejszy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na różność odchyłeń standardowych (symbol 1), w przeciwnym wypadku zostaje w modelu (symbol 0).

3) Symbol 0 oznacza pozostanie wskaźnika w modelu, symbol 1 odrzucenie wskaźnika z modelu.

Źródło: Obliczenia własne

Analiza statystyczna wykazała, że do modelu mogą być dobrane jedynie wskaźniki: 1, 2, 5, 6, 9, 12, 13 i 16. Ponieważ wskaźniki 1 i 2 a także 5 i 6, 9 i 12 oraz 13 i 16 należą do tych samych grup wskaźników i niosą podobną informację, dokonano ich dalszej eliminacji przy wykorzystaniu współczynników korelacji Pearson'a. Macierz korelacji wskaźników prezentuje poniższa tabela.

Tabela 19. Współczynniki korelacji Pearson'a dla wskaźników sektora przemysł

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Suma kwadratów
1	1,00	0,88	0,64	0,81	0,56	0,52	0,56	0,52	0,44	0,45	0,52	0,54	0,30	0,38	0,65	0,43	5,798
2	0,88	1,00	0,60	0,75	0,49	0,48	0,54	0,50	0,40	0,40	0,47	0,46	0,37	0,41	0,67	0,37	5,333
3	0,64	0,60	1,00	0,52	0,52	0,54	0,67	0,51	0,57	0,54	0,57	0,57	0,51	0,50	0,69	0,51	5,794
4	0,81	0,75	0,52	1,00	0,46	0,45	0,40	0,52	0,34	0,32	0,35	0,37	0,26	0,26	0,45	0,30	4,243
5	0,56	0,49	0,52	0,46	1,00	0,82	0,69	0,75	0,54	0,53	0,57	0,60	0,30	0,24	0,54	0,56	5,751
6	0,52	0,48	0,54	0,45	0,82	1,00	0,88	0,76	0,47	0,46	0,49	0,51	0,34	0,33	0,51	0,58	5,777
7	0,56	0,54	0,67	0,40	0,69	0,88	1,00	0,65	0,59	0,59	0,64	0,60	0,46	0,47	0,60	0,60	6,493
8	0,52	0,50	0,51	0,52	0,75	0,76	0,65	1,00	0,56	0,52	0,57	0,56	0,24	0,29	0,41	0,60	5,498
9	0,44	0,40	0,57	0,34	0,54	0,47	0,59	0,56	1,00	0,95	0,91	0,89	0,46	0,37	0,48	0,51	6,334
10	0,45	0,40	0,54	0,32	0,53	0,46	0,59	0,52	0,95	1,00	0,96	0,92	0,45	0,37	0,46	0,52	6,362
11	0,52	0,47	0,57	0,35	0,57	0,49	0,64	0,57	0,91	0,96	1,00	0,95	0,44	0,42	0,50	0,55	6,800
12	0,54	0,46	0,57	0,37	0,60	0,51	0,60	0,56	0,89	0,92	0,95	1,00	0,42	0,37	0,51	0,53	6,648
13	0,30	0,37	0,51	0,26	0,30	0,34	0,46	0,24	0,46	0,45	0,44	0,42	1,00	0,78	0,68	0,43	4,066
14	0,38	0,41	0,50	0,26	0,24	0,33	0,47	0,29	0,37	0,37	0,42	0,37	0,78	1,00	0,69	0,55	4,072
15	0,65	0,67	0,69	0,45	0,54	0,51	0,60	0,41	0,48	0,46	0,50	0,51	0,68	0,69	1,00	0,57	5,846
16	0,43	0,37	0,51	0,30	0,56	0,58	0,60	0,60	0,51	0,52	0,55	0,53	0,43	0,55	0,57	1,00	4,931

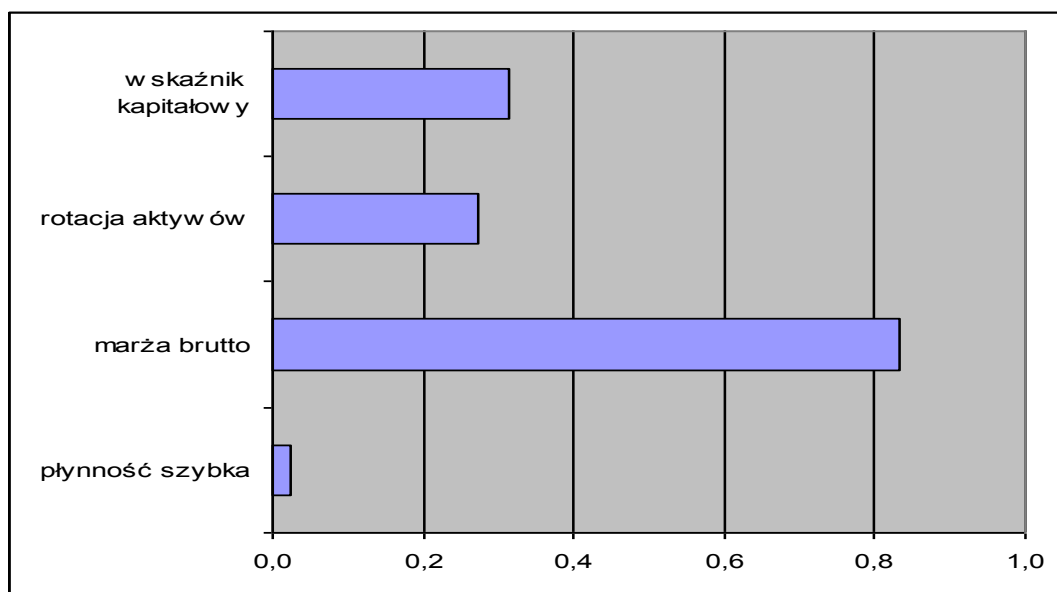
Źródło: Obliczenia własne

Z powyższej macierzy wynika, że najmniejszą korelacją z pozostałymi wskaźnikami charakteryzują się wskaźniki 2, 5, 9 i 13 i one ostatecznie zostały dobrane do modelu. Wartości współczynników standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej wyznaczamy ze wzoru (18). Standaryzowana funkcja dyskryminacyjna przyjmuje postać:

$$Y_{PS} = -0,024 \cdot X_2 + 0,8334 \cdot X_5 + 0,273X_9 + 0,312 \cdot X_{13} \quad (98)$$

Analizując wartości standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej można wskazać hierarchię ważności wskaźników (patrz wykres poniżej).

Wykres 1. Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych dla klasyfikacji przedsiębiorstw w sektorze przemysł



Źródło: Opracowanie własne

Porównanie bezwzględnych wartości współczynników funkcji dyskryminacyjnej pozwala sporządzić klasyfikację wskaźników finansowych wedle siły ich oddziaływania na ryzyko przejścia do kategorii „zagrożone”. Cechą w największym stopniu wpływającą na to ryzyko okazał się wskaźnik marży brutto, a zatem miernik z grupy wskaźników rentowności. Nieco mniejszą moc dyskryminacyjną posiadają wskaźnik kapitałowy (z grupy wskaźników zadłużenia) i rotacja aktywów (z grupy wskaźników aktywności gospodarczej). Znikomy wpływ na zmienną objaśnianą ma wskaźnik płynności szybkiej. Z tego powodu zdecydowano się go pominąć w doborze do modelu.

W tym przypadku standaryzowana funkcja dyskryminacyjna przyjęła postać:

$$Y_{PS2} = 0,827 \cdot X_5 + 0,271X_9 + 0,308 \cdot X_{13} \quad (99)$$

Oprócz standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej wyznaczyć możemy jej niestandaryzowaną postać, stosowaną do wyznaczenia wartości zmiennej dyskryminującej bezpośrednio na podstawie pierwotnych, tj. niestandaryzowanych wartości wskaźników ekonomiczno-finansowych. Modyfikując współczynniki funkcji (99) zgodnie z formułami (22) i wprowadzając do niej wyraz wolny według wzoru (23), otrzymujemy ostatecznie kształt niestandaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej:

$$Y_{PNS} = -1,8603 + 12,296 \cdot X_5 + 0,1675 X_9 + 1,399 \cdot X_{13}. \quad (100)$$

Miarą siły dyskryminacyjnej skonstruowanej funkcji jest współczynnik λ Wilksa, który szacujemy według wzoru (31). Jego wartość wynosi w naszym przypadku $\lambda = 0,402715$, a odpowiada jej wartość statystyki $\chi^2 = 69,58$ i poziom prawdopodobieństwa mniejszy od 0,001. Oznacza to, iż ogólny współczynnik λ Wilksa jest istotnie różny od jedności, a co się z tym wiąże – zbudowany model ma dużą siłę dyskryminacyjną.

Dla wartości funkcji dyskryminacyjnej szacujemy punkt progowy, pozwalający nam zaszeregować każde przedsiębiorstwo z branży do jednej z dwóch klas: firm zagrożonych i niezagrażonych upadłością. Wartości centroidów poszczególnych klas, obliczone na podstawie naszej 80 elementowej próby, kształtują się na poziomach: $\bar{y}^{(1)} = 1,202525$ oraz $\bar{y}^{(0)} = -1,202525$. Wartość punktu progowego równa jest zatem w naszym przypadku $t^* = 0,0$, w związku z czym reguła klasyfikacyjna brzmi następująco: jeżeli wartość funkcji dyskryminacyjnej dla danego przedsiębiorstwa należy do przedziału $(-\infty; 0)$, to należy uznać, iż istnieje wysokie prawdopodobieństwo zaklasyfikowania tej firmy w ciągu kolejnego roku do kategorii zagrożonych; jeżeli zaś wartość funkcji dyskryminacyjnej dla tego przedsiębiorstwa zawiera się w przedziale $< 0; +\infty$) to ryzyko pogorszenia kondycji w najbliższym roku należy uznać za niskie.

Zgodnie z wyżej wymienioną regułą zaklasyfikujemy *post hoc* 80 firm, które tworzyły próbę wykorzystywaną przez nas do szacowania parametrów modelu.

Stanowiąc to będzie pewien rodzaj weryfikacji dokładności predykcji przy użyciu skonstruowanej funkcji dyskryminacyjnej.

Tabela.20: Dokładność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora przemysł

			PRZEWIDYWANA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY	
			$K = 0$	$K = 1$
RZECZYWISTA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY	LICZNOŚCI	$K = 0$	38	2
		$K = 1$	4	36
	%	$K = 0$	95,0	5,0
		$K = 1$	10,0	90,0
		<i>Razem</i>	92,5	

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie tabeli 20 możemy stwierdzić, iż zbudowany model pozwolił nam zaszeregować prawidłowo 90,0% przedsiębiorstw, wobec których po roku nie stwierdzono nieprawidłowości w regulowaniu zobowiązań. Spośród firm, które w ciągu dwunastu miesięcy zaklasyfikowano do kategorii podmiotów „zagrożonych”, udało się natomiast zaklasyfikować prawidłowo 95,0% przypadków. Ogólna skuteczność predykcji *post hoc* wynosi zaś 92,5% co pozwala uznać model za bardzo dobry.

5.2. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Budownictwo”

Budując model dyskryminacyjny dla sektora „budownictwo” (kody branży wg Europejskiej Klasyfikacji Działalności – EKD – od 40 do 45) podobnie jak poprzednio wykorzystano informacje o 80 przedsiębiorstwach, z których wg stanu na 31 grudnia 2009 r. 40 było zakwalifikowanych do kategorii „normalne” a 40 do kategorii „zagrożone”. Dla przedsiębiorstw tych policzono wartości wskaźników finansowych (zdefiniowane w tabeli 1) na rok przed dokonaniem klasyfikacji tj. wg

stanu na 31 grudnia 2008 r. Wartości wskaźników dla przedsiębiorstw w sytuacji normalnej i przedsiębiorstw w sytuacji „zagrożonej” prezentuje załącznik 2.

Dla wszystkich wskaźników policzono wartości średnich arytmetycznych oraz odchyłeń standardowych i przeprowadzono testy na równość średnich oraz równość odchyłeń standardowych, które pozwoliły na dokonanie eliminacji tych wskaźników, które nie spełniają warunku różności średnich i równości odchyłeń standardowych. Wyniki przeprowadzonych obliczeń prezentuje poniższa tabela.

Tabela 21. Weryfikacja wskaźników w sektorze budownictwo

Wskaźnik	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
Średnia	Dobre	1,381	1,121	0,211	0,537	0,053	0,044	0,125	0,080	2,571	7,679	12,401	11,893	0,657	1,451	1,183	0,498
	Złe	1,034	0,928	0,153	-0,010	0,006	-0,027	-0,030	0,001	1,267	3,774	7,587	7,416	0,434	1,050	0,999	0,059
Odchylenie standardowe	Dobre	0,319	0,374	0,158	0,218	0,051	0,034	0,119	0,101	1,513	3,637	4,468	5,773	0,210	0,954	0,379	0,311
	Złe	0,364	0,374	0,112	0,227	0,063	0,051	0,068	0,106	0,933	2,966	3,529	3,926	0,189	0,605	0,323	0,140
Statystyka t		-4,53	-2,31	-1,91	-10,98	-3,62	-7,4	-7,14	-3,41	-4,64	-5,262	-5,347	-4,055	-5	-2,25	-2,34	-8,13
Istotność		0,000	0,024	0,060	0,000	0,001	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,027	0,022	0,000
Weryfikacja ¹⁾		0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Statystyka F		1,3	1	2	1,088	1,516	2,238	3,108	1,08449	2,63	1,504	1,603	2,162	1,24	2,49	1,37	4,93
Istotność		0,211	0,495	0,016	0,397	0,099	0,007	0,000	0,401	0,002	0,104	0,072	0,009	0,252	0,003	0,164	0,000
Weryfikacja ²⁾		0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1
Weryfikacja końcowa ³⁾		0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1

1) Jeżeli poziom istotności jest większy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na równość średnich (symbol 1) w przeciwnym wypadku zostaje w modelu (symbol 0),

2) Jeżeli poziom istotności jest mniejszy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na różność odchyłeń standardowych (symbol 1), w przeciwnym wypadku zostaje w modelu (symbol 0).

3) Symbol 0 oznacza pozostanie wskaźnika w modelu, symbol 1 odrzucenie wskaźnika z modelu.

Źródło: Obliczenia własne

Analiza statystyczna wykazała, że do modelu mogą być dobrane jedynie wskaźniki: 1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 13 i 15. Ponieważ wskaźniki 1, 2 i 4, a także 5, 6 i 8, 10 i 11 oraz 13 i 15 należą do tych samych grup wskaźników i niosą podobną informację, dokonano ich dalszej eliminacji przy wykorzystaniu współczynników korelacji Pearson'a. Macierz korelacji wskaźników prezentuje poniższa tabela.

Tabela 22. Współczynniki korelacji Pearson'a dla wskaźników sektora budownictwo

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Suma kwadratów
1	1,00	0,92	0,68	0,92	0,32	0,43	0,48	0,39	0,57	0,47	0,63	0,60	0,24	0,19	0,60	0,54	5,872
2	0,92	1,00	0,79	0,88	0,38	0,43	0,48	0,38	0,55	0,48	0,56	0,63	0,24	0,21	0,63	0,48	5,911
3	0,68	0,79	1,00	0,69	0,38	0,38	0,46	0,30	0,49	0,47	0,43	0,54	0,21	0,24	0,62	0,45	4,768
4	0,92	0,88	0,69	1,00	0,36	0,51	0,49	0,39	0,54	0,42	0,62	0,53	0,25	0,21	0,65	0,56	5,854
5	0,32	0,38	0,38	0,36	1,00	0,81	0,74	0,68	0,48	0,51	0,41	0,42	0,01	0,05	0,26	0,43	4,277
6	0,43	0,43	0,38	0,51	0,81	1,00	0,85	0,62	0,45	0,43	0,51	0,30	0,08	0,13	0,29	0,62	4,802
7	0,48	0,48	0,46	0,49	0,74	0,85	1,00	0,62	0,61	0,58	0,62	0,41	0,14	0,22	0,28	0,62	5,359
8	0,39	0,38	0,30	0,39	0,68	0,62	0,62	1,00	0,54	0,48	0,46	0,47	0,12	0,13	0,07	0,42	3,941
9	0,57	0,55	0,49	0,54	0,48	0,45	0,61	0,54	1,00	0,89	0,82	0,84	0,17	0,21	0,33	0,50	5,870
10	0,47	0,48	0,47	0,42	0,51	0,43	0,58	0,48	0,89	1,00	0,79	0,84	0,24	0,34	0,35	0,47	5,496
11	0,63	0,56	0,43	0,62	0,41	0,51	0,62	0,46	0,82	0,79	1,00	0,64	0,23	0,22	0,42	0,57	5,593
12	0,60	0,63	0,54	0,53	0,42	0,30	0,41	0,47	0,84	0,84	0,64	1,00	0,19	0,22	0,30	0,33	5,082
13	0,24	0,24	0,21	0,25	0,01	0,08	0,14	0,12	0,17	0,24	0,23	0,19	1,00	0,83	0,43	0,44	2,498
14	0,19	0,21	0,24	0,21	0,05	0,13	0,22	0,13	0,21	0,34	0,22	0,22	0,83	1,00	0,45	0,44	2,588
15	0,60	0,63	0,62	0,65	0,26	0,29	0,28	0,07	0,33	0,35	0,42	0,30	0,43	0,45	1,00	0,44	3,869
16	0,54	0,48	0,45	0,56	0,43	0,62	0,62	0,42	0,50	0,47	0,57	0,33	0,44	0,44	0,44	1,00	4,636

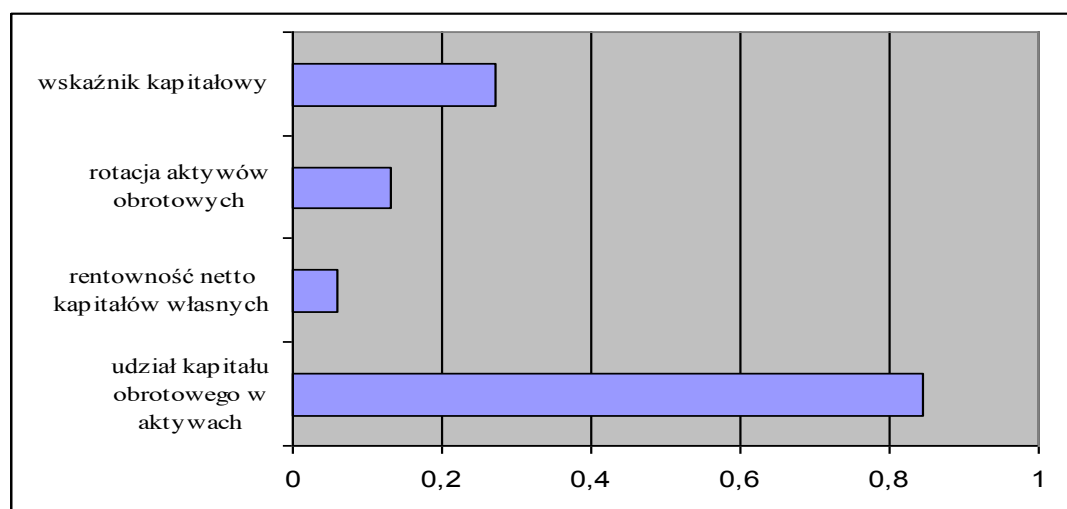
Źródło: Obliczenia własne

Z powyższej macierzy wynika, że najmniejszą korelacją z pozostałymi wskaźnikami charakteryzują się wskaźniki 4, 8, 10 i 13 i one ostatecznie zostały dobrane do modelu. Wartości współczynników standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej zostały wyznaczone ze wzoru (18). Standaryzowana funkcja dyskryminacyjna przyjmuje postać:

$$Y_{BS} = 0,845 \cdot X_4 + 0,059 \cdot X_8 + 0,137 \cdot X_{10} + 0,272 \cdot X_{13} \quad (101)$$

Wartości standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej wskazują hierarchię ich ważności. (patrz wykres poniżej).

Wykres 2. Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych dla klasyfikacji przedsiębiorstw w sektorze budownictwo



Źródło: Opracowanie własne

Porównanie bezwzględnych wartości współczynników funkcji dyskryminacyjnej pozwala sporządzić klasyfikację wskaźników finansowych według siły ich oddziaływania na ryzyko przejścia do kategorii „zagrożone”. Cechą w największym stopniu wpływającą na to ryzyko jest wskaźnik udziału kapitału obrotowego w aktywach, czyli wskaźnik z grupy płynność. Mniejszą moc dyskryminacyjną posiada wskaźnik kapitałowy (z grupy wskaźników zadłużenia), rotacja aktywów obrotowych (z grupy aktywność gospodarcza) oraz rentowność kapitałów własnych (z grupy wskaźników rentowności).

Obok standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej wyznaczyć możemy jej niestandaryzowaną postać, stosowaną do wyznaczenia wartości zmiennej dyskryminującej bezpośrednio na podstawie pierwotnych, tj. niestandaryzowanych wartości wskaźników ekonomiczno-finansowych. Modyfikując współczynniki funkcji (101) zgodnie z formułami (22) i wprowadzając do niej wyraz wolny według

wzoru (23), otrzymujemy ostatecznie kształt niestandardyzowanej funkcji dyskryminacyjnej:

$$Y_{BNS} = -1,9943 + 3,799 \cdot X_4 + 0,572 \cdot X_8 + 0,04 \cdot X_{10} + 1,36 \cdot X_{13}. \quad (102)$$

Miarą siły dyskryminacyjnej skonstruowanej funkcji jest współczynnik λ Wilksa, który szacujemy według wzoru (31). Jego wartość wynosi w tym przypadku $\lambda = 0,3691993$, a odpowiada jej wartość statystyki $\chi^2 = 75,73$ i poziom prawdopodobieństwa mniejszy od 0,001. Oznacza to, iż ogólny współczynnik λ Wilksa jest istotnie różny od jedności, a co się z tym wiąże – zbudowany model ma dużą siłę dyskryminacyjną.

Dla wartości funkcji dyskryminacyjnej szacujemy punkt progowy, pozwalający nam zaszeregować każde przedsiębiorstwo z branży do jednej z dwóch klas: firm zagrożonych i niezagrożonych upadłością. Wartości centroidów poszczególnych klas, obliczone na podstawie naszej 80 elementowej próby, kształtują się na poziomach: $\bar{y}^{(1)} = 1,29068$ oraz $\bar{y}^{(0)} = -1,29068$. Wartość punktu progowego równa jest zatem w tym przypadku $t^* = 0,0$, w związku z czym reguła klasyfikacyjna brzmi następująco: jeżeli wartość funkcji dyskryminacyjnej dla danego przedsiębiorstwa należy do przedziału $(-\infty; 0)$ to należy uznać, iż istnieje wysokie prawdopodobieństwo zaklasyfikowania tej firmy w ciągu kolejnego roku do kategorii zagrożonych; jeżeli zaś wartość funkcji dyskryminacyjnej dla tego przedsiębiorstwa zawiera się w przedziale $< 0; +\infty)$ to ryzyko pogorszenia kondycji w najbliższym roku należy uznać za niskie.

Zgodnie z wyżej wymienioną regułą zaklasyfikujemy *post hoc* 80 firm, które tworzyły próbę wykorzystywaną przez nas do szacowania parametrów modelu. Stanowiąc to będzie pewien rodzaj weryfikacji dokładności predykcji przy użyciu skonstruowanej funkcji dyskryminacyjnej.

Tabela 23. Dokładność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora budownictwo.

		PRZEWIDYWANA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY		
		$K = 0$	$K = 1$	
RZECZYWISTA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY	LICZNOŚCI	$K = 0$	35	5
		$K = 1$	6	34
	%	$K = 0$	87,5	12,5
		$K = 1$	15	85,0
		<i>Razem</i>	86,25	

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie tabeli 23 możemy stwierdzić, iż zbudowany model pozwolił nam zaszeregować prawidłowo 85,0% przedsiębiorstw, wobec których po roku nie stwierdzono nieprawidłowości w regulowaniu zobowiązań. Spośród firm, które w ciągu dwunastu miesięcy zaklasyfikowano do kategorii podmiotów „zagrożonych”, udało się natomiast zaklasyfikować prawidłowo 87,5% przypadków. Ogólna skuteczność predykcji *post hoc* wynosi zaś 86,25% co pozwala uznać mode za dobry.

5.3. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Handel”

Budując model dyskryminacyjny dla sektora „handel” (kody branży wg Europejskiej Klasyfikacji Działalności – EKD – od 50 do 52) podobnie jak poprzednio wykorzystano informacje o 80 przedsiębiorstwach, z których wg stanu na 31 grudnia 2009 r. 40 było zakwalifikowanych do kategorii „normalne” a 40 do kategorii „zagrożone”. Dla przedsiębiorstw tych policzono wartości wskaźników finansowych (zdefiniowane w tabeli 1) na rok przed dokonaniem klasyfikacji tj. wg stanu na 31 grudnia 2008 r. Wartości wskaźników dla przedsiębiorstw w sytuacji normalnej i przedsiębiorstw w sytuacji „zagrożonej” prezentuje załącznik 3.

Dla wszystkich wskaźników policzono wartości średnich arytmetycznych oraz odchyłeń standardowych i przeprowadzono testy na równość średnich oraz równość odchyłeń standardowych, które pozwoliły na dokonanie eliminacji tych wskaźników, które nie spełniają warunku różności średnich i równości odchyłeń standardowych. Wyniki przeprowadzonych obliczeń prezentuje poniższa tabela.

Tabela 24. Weryfikacja wskaźników w sektorze handel

Wskaźnik	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Średnia	Dobre	1,356	1,047	0,283	0,171	0,052	0,124	0,092	5,529	9,344	15,567	16,328	0,537	1,272	1,382	0,432
	Złe	1,120	0,801	0,177	0,080	-0,009	-0,030	0,011	2,409	5,084	10,081	10,559	0,450	0,932	1,241	0,113
Odchylenie standardowe	Dobre	0,306	0,304	0,084	0,099	0,069	0,149	0,079	1,601	2,502	3,509	4,401	0,153	0,698	0,345	0,288
	Złe	0,454	0,339	0,087	0,128	0,064	0,115	0,070	1,545	1,974	3,786	4,590	0,167	0,589	0,299	0,126
Statystyka t		-2,73	-3,43	-5,57	-3,6	-4,11	-5,16	-4,84	-8,87	-8,453	-6,722	-5,738	-2,44	-2,35	-1,95	-6,4
Istotność		0,008	0,001	0,000	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,017	0,021	0,055	0,000
Weryfikacja ¹⁾		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Statystyka F		2,19	1,25	1,06	1,67	1,15	1,659	1,25	1,07	1,606	1,164	1,087	1,2	1,41	1,33	5,27
Istotność		0,008	0,245	0,423	0,057	0,332	0,000	0,059	0,244	0,412	0,072	0,397	0,289	0,146	0,190	0,000
Weryfikacja ²⁾		1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Weryfikacja końcowa ³⁾		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

1) Jeżeli poziom istotności jest większy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na równość średnich (symbol 1)

w przeciwnym wypadku zostaje w modelu (symbol 0),

2) Jeżeli poziom istotności jest mniejszy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na różność odchyłeń standardowych (symbol 1), w przeciwnym wypadku zostaje w modelu (symbol 0).

3) Symbol 0 oznacza pozostanie wskaźnika w modelu, symbol 1 odrzucenie wskaźnika z modelu.

Źródło: Obliczenia własne

Analiza statystyczna wykazała, że do modelu mogą być dobrane jedynie wskaźniki: 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 i 14. Ponieważ wskaźniki 2, 3 i 4, a także 5, 7, 8 oraz 9, 10, 11 i 12 oraz 13 i 14 należą do tych samych grup wskaźników i niosą podobną informację, dokonano ich dalszej eliminacji przy wykorzystaniu współczynników korelacji Pearson'a. Macierz korelacji wskaźników prezentuje poniższa tabela.

Tabela 25. Współczynniki korelacji Pearson'a dla wskaźników sektora handel

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Suma kwadratów
1	1,00	0,87	0,46	0,97	0,37	0,35	0,29	0,38	0,46	0,20	0,27	0,42	0,13	0,10	0,29	0,40	4,17
2	0,87	1,00	0,63	0,87	0,41	0,38	0,33	0,40	0,50	0,33	0,34	0,49	0,22	0,16	0,46	0,49	4,73
3	0,46	0,63	1,00	0,50	0,27	0,47	0,36	0,37	0,44	0,64	0,49	0,42	0,22	0,16	0,36	0,56	3,96
4	0,97	0,87	0,50	1,00	0,36	0,33	0,30	0,37	0,45	0,26	0,32	0,43	0,17	0,13	0,31	0,46	4,30
5	0,37	0,41	0,27	0,36	1,00	0,59	0,56	0,72	0,46	0,33	0,40	0,35	-0,03	-0,03	0,07	0,40	3,46
6	0,35	0,38	0,47	0,33	0,59	1,00	0,78	0,56	0,36	0,51	0,45	0,36	0,12	0,18	0,21	0,48	3,91
7	0,29	0,33	0,36	0,30	0,56	0,78	1,00	0,49	0,47	0,58	0,59	0,50	0,18	0,22	0,23	0,49	4,11
8	0,38	0,40	0,37	0,37	0,72	0,56	0,49	1,00	0,53	0,40	0,45	0,41	-0,18	-0,16	-0,06	0,56	3,82
9	0,46	0,50	0,44	0,45	0,46	0,36	0,47	0,53	1,00	0,54	0,67	0,79	0,10	0,07	0,08	0,42	4,26
10	0,20	0,33	0,64	0,26	0,33	0,51	0,58	0,40	0,54	1,00	0,80	0,66	0,22	0,21	0,22	0,53	4,28
11	0,27	0,34	0,49	0,32	0,40	0,45	0,59	0,45	0,67	0,80	1,00	0,84	0,12	0,15	0,14	0,49	4,53
12	0,42	0,49	0,42	0,43	0,35	0,36	0,50	0,41	0,79	0,66	0,84	1,00	0,15	0,13	0,16	0,47	4,50
13	0,13	0,22	0,22	0,17	-0,03	0,12	0,18	-0,18	0,10	0,22	0,12	0,15	1,00	0,91	0,83	0,24	2,90
14	0,10	0,16	0,16	0,13	-0,03	0,18	0,22	-0,16	0,07	0,21	0,15	0,13	0,91	1,00	0,80	0,24	2,80
15	0,29	0,46	0,36	0,31	0,07	0,21	0,23	-0,06	0,08	0,22	0,14	0,16	0,83	0,80	1,00	0,28	3,13
16	0,40	0,49	0,56	0,46	0,40	0,48	0,49	0,56	0,42	0,53	0,49	0,47	0,24	0,24	0,28	1,00	3,97

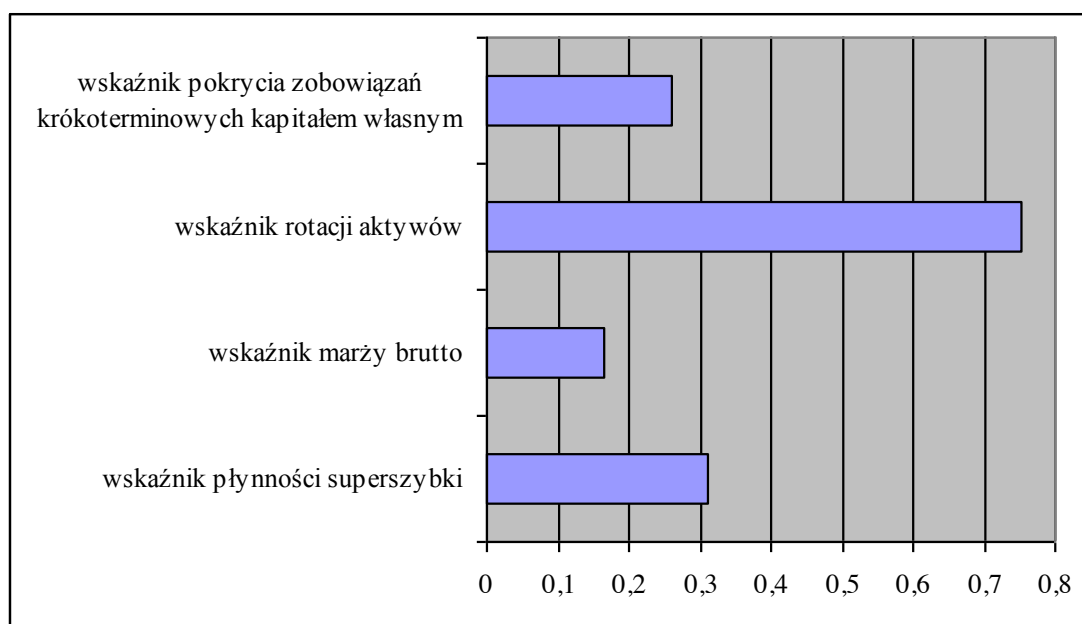
Źródło: Obliczenia własne

Z powyższej macierzy wynika, że najmniejszą korelacją z pozostałymi wskaźnikami charakteryzują się wskaźniki 3, 5, 9 i 14 i one ostatecznie zostały dobrane do modelu. Wartości współczynników standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej zostały wyznaczone ze wzoru (18). Standaryzowana funkcja dyskryminacyjna przyjmuje postać:

$$Y_{HS} = 0,31 \cdot X_3 + 0,165 \cdot X_5 + 0,754 \cdot X_9 + 0,261 \cdot X_{14} \quad (103)$$

Wartości standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej wskazują hierarchię ich ważności. (patrz wykres poniżej).

Wykres 3. Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych dla klasyfikacji przedsiębiorstw w sektorze handel



Źródło: Opracowanie własne

Cechą w największym stopniu wpływającą na to ryzyko jest wskaźnik rotacji aktywów z grupy wskaźników aktywności gospodarczej. Dużo mniejszą siłę dyskryminacyjną posiadają wskaźniki (w kolejności): płynności superszybki, relacja zobowiązań krótkoterminowych do kapitału własnego (wskaźnik z grupy zadłużenie) oraz marży brutto (z grupy wskaźników rentowności).

Kształt niestandardyzowanej funkcji dyskryminacyjnej ma następującą postać:

$$Y_{HNS} = -3,237 + 3,638 \cdot X_3 + 2,473 \cdot X_5 + 0,479 \cdot X_9 + 0,404 \cdot X_{14}. \quad (104)$$

Miarą siły dyskryminacyjnej skonstruowanej funkcji jest współczynnik λ Wilksa, którego wartość wynosi $\lambda = 0,45299$, a odpowiada jej wartość statystyki

$\chi^2 = 60,18$ i poziom prawdopodobieństwa mniejszy od 0,001. Oznacza to, iż ogólny współczynnik λ Wilksa jest istotnie różny od jedności, a co się z tym wiąże – zbudowany model ma dużą siłę dyskryminacyjną.

Dla wartości funkcji dyskryminacyjnej szacujemy punkt progowy, pozwalający nam zaszeregować każde przedsiębiorstwo z branży do jednej z dwóch klas: firm zagrożonych i niezagrożonych upadłością. Wartości centroidów poszczególnych klas, obliczone na podstawie naszej 80 elementowej próby, kształtują się na poziomach: $\bar{y}^{(1)} = 1,08506$ oraz $\bar{y}^{(0)} = -1,08506$. Wartość punktu progowego równa jest $t^* = 0,0$, w związku z czym reguła klasyfikacyjna brzmi następująco: jeżeli wartość funkcji dyskryminacyjnej dla danego przedsiębiorstwa należy do przedziału $(-\infty; 0,)$ to należy uznać, iż istnieje wysokie prawdopodobieństwo zaklasyfikowania tej firmy w ciągu kolejnego roku do kategorii zagrożonych; jeżeli zaś wartość funkcji dyskryminacyjnej dla tego przedsiębiorstwa zawiera się w przedziale $< 0; +\infty)$ to ryzyko pogorszenia kondycji w najbliższym roku należy uznać za niskie.

Zgodnie z wyżej wymienioną regułą zaklasyfikujemy *post hoc* 80 firm, które tworzyły próbę wykorzystywaną przez nas do szacowania parametrów modelu. Stanowić to będzie pewien rodzaj weryfikacji dokładności predykcji przy użyciu skonstruowanej funkcji dyskryminacyjnej.

Tabela 26: Dokładność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora handel.

			PRZEWIDYWANA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY	
			$K = 0$	$K = 1$
RZECZYWISTA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY	LICZNOŚCI	$K = 0$	34	6
		$K = 1$	6	34
	%	$K = 0$	85,0	15,0
		$K = 1$	15,0	85,0
		<i>Razem</i>	85,0	

Źródło: Obliczenia własne.

Na podstawie tabeli 26 możemy stwierdzić, iż zbudowany model pozwolił nam zaszerzować prawidłowo 85% przedsiębiorstw, wobec których po roku nie stwierdzono nieprawidłowości w regulowaniu zobowiązań. Spośród firm, które w ciągu dwunastu miesięcy zaklasyfikowano do kategorii podmiotów „zagrożonych”, udało się zaklasyfikować prawidłowo także 85,0% przypadków. Ogólna skuteczność predykcji *post hoc* wynosi zaś 85,0% co pozwala uznać model za dobry.

5.4. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Transport”

Budując model dyskryminacyjny dla sektora „transport” (kody branży wg Europejskiej Klasyfikacji Działalności – EKD – od 60 do 64) podobnie jak w poprzednich modelach wykorzystano informacje o 80 przedsiębiorstwach, z których wg stanu na 31 grudnia 2009 r. 40 było zakwalifikowanych do kategorii „normalne” a 40 do kategorii „zagrożone”. Dla przedsiębiorstw tych policzono wartości wskaźników finansowych (zdefiniowane w tabeli 1) na rok przed dokonaniem klasyfikacji tj. wg stanu na 31 grudnia 2008 r. Wartości wskaźników dla przedsiębiorstw w sytuacji normalnej i przedsiębiorstw w sytuacji „zagrożonej” prezentuje załącznik 4.

Dla wszystkich wskaźników policzono wartości średnich arytmetycznych oraz odchyłeń standardowych i przeprowadzono testy na równość średnich oraz równość odchyłeń standardowych, które pozwoliły na dokonanie eliminacji tych wskaźników, które nie spełniają warunku różności średnich i równości odchyłeń standardowych. Wyniki przeprowadzonych obliczeń prezentuje poniższa tabela.

Tabela 27. Weryfikacja wskaźników w sektorze transport

Wskaźnik	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
Średnia	Dobre	1,359	0,964	0,195	0,252	0,056	0,043	0,199	0,153	3,995	10,040	15,187	15,885	0,517	1,435	1,238	0,604
	Złe	1,068	0,727	0,109	-0,017	0,013	-0,008	0,004	-0,013	2,443	4,751	9,106	10,281	0,455	1,263	0,849	0,266
Odchylenie standardowe	Dobre	0,362	0,297	0,110	0,194	0,054	0,052	0,235	0,119	1,357	2,529	3,638	3,624	0,266	0,936	0,344	0,347
	Złe	0,383	0,192	0,076	0,201	0,031	0,054	0,142	0,110	1,724	3,152	5,080	4,868	0,273	0,900	0,315	0,268
Statystyka t		-3,49	-4,25	-4,05	-6,105	-4,43	-4,34	-4,48	-6,497	-4,48	-8,275	-6,156	-5,84	-1,03	-0,84	-5,26	-4,87
Istotność		0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,304	0,403	0,000	0,000
Weryfikacja ¹⁾		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
Statystyka F		1,12	2,39	2,1	1,071	2,974	1,078	2,752	1,179	1,61	1,554	1,949	1,804	1,05	1,08	1,19	1,68
Istotność		0,364	0,004	0,011	0,416	0,000	0,408	0,001	0,305	0,070	0,087	0,020	0,035	0,435	0,404	0,293	0,055
Weryfikacja ²⁾		0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
Weryfikacja końcowa ³⁾		0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0

1) Jeżeli poziom istotności jest większy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na równość średnich (symbol 1)

w przeciwnym wypadku zostaje w modelu (symbol 0),

2) Jeżeli poziom istotności jest mniejszy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na różność odchyłeń standardowych (symbol 1), w przeciwnym wypadku zostaje w modelu (symbol 0).

3) Symbol 0 oznacza pozostanie wskaźnika w modelu, symbol 1 odrzucenie wskaźnika z modelu.

Źródło: Obliczenia własne

Analiza statystyczna wykazała, że do modelu mogą być dobrane jedynie wskaźniki: 1, 4, 6, 8, 9, 10, 15, 16. Ponieważ wskaźniki 1 i 4, a także 6 i 8 oraz 9 i 10, 15 i 16 należą do tych samych grup wskaźników i niosą podobną informację, dokonano ich dalszej eliminacji przy wykorzystaniu współczynników korelacji Pearson'a. Macierz korelacji wskaźników prezentuje poniższa tabela.

Tabela 28. Współczynniki korelacji Pearson'a dla wskaźników sektora transport

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Suma kwadratów
1	1,00	0,76	0,73	0,85	0,41	0,44	0,36	0,41	0,49	0,41	0,57	0,64	0,12	0,08	0,72	0,26	5,256
2	0,76	1,00	0,67	0,66	0,59	0,48	0,54	0,47	0,69	0,59	0,60	0,64	0,14	0,15	0,65	0,36	5,748
3	0,73	0,67	1,00	0,73	0,42	0,48	0,50	0,47	0,49	0,41	0,60	0,65	0,22	0,25	0,76	0,40	5,433
4	0,85	0,66	0,73	1,00	0,32	0,43	0,32	0,40	0,41	0,38	0,54	0,60	0,18	0,12	0,72	0,27	4,847
5	0,41	0,59	0,42	0,32	1,00	0,63	0,74	0,58	0,71	0,63	0,61	0,52	0,09	0,07	0,47	0,48	5,083
6	0,44	0,48	0,48	0,43	0,63	1,00	0,84	0,91	0,48	0,41	0,52	0,48	-0,10	-0,02	0,37	0,45	5,000
7	0,36	0,54	0,50	0,32	0,74	0,84	1,00	0,78	0,65	0,52	0,63	0,59	0,04	0,08	0,40	0,43	5,417
8	0,41	0,47	0,47	0,40	0,58	0,91	0,78	1,00	0,49	0,38	0,50	0,45	-0,15	-0,12	0,32	0,42	4,679
9	0,49	0,69	0,49	0,41	0,71	0,48	0,65	0,49	1,00	0,86	0,86	0,79	0,10	0,09	0,46	0,28	5,961
10	0,41	0,59	0,41	0,38	0,63	0,41	0,52	0,38	0,86	1,00	0,88	0,78	0,15	0,18	0,40	0,28	5,237
11	0,57	0,60	0,60	0,54	0,61	0,52	0,63	0,50	0,86	0,88	1,00	0,89	0,15	0,16	0,53	0,25	6,323
12	0,64	0,64	0,65	0,60	0,52	0,48	0,59	0,45	0,79	0,78	0,89	1,00	0,17	0,18	0,52	0,23	6,052
13	0,12	0,14	0,22	0,18	0,09	-0,10	0,04	-0,15	0,10	0,15	0,15	0,17	1,00	0,87	0,40	0,48	2,392
14	0,08	0,15	0,25	0,12	0,07	-0,02	0,08	-0,12	0,09	0,18	0,16	0,18	0,87	1,00	0,37	0,46	2,336
15	0,72	0,65	0,76	0,72	0,47	0,37	0,40	0,32	0,46	0,40	0,53	0,52	0,40	0,37	1,00	0,54	5,149
16	0,26	0,36	0,40	0,27	0,48	0,45	0,43	0,42	0,28	0,28	0,25	0,23	0,48	0,46	0,54	1,00	3,211

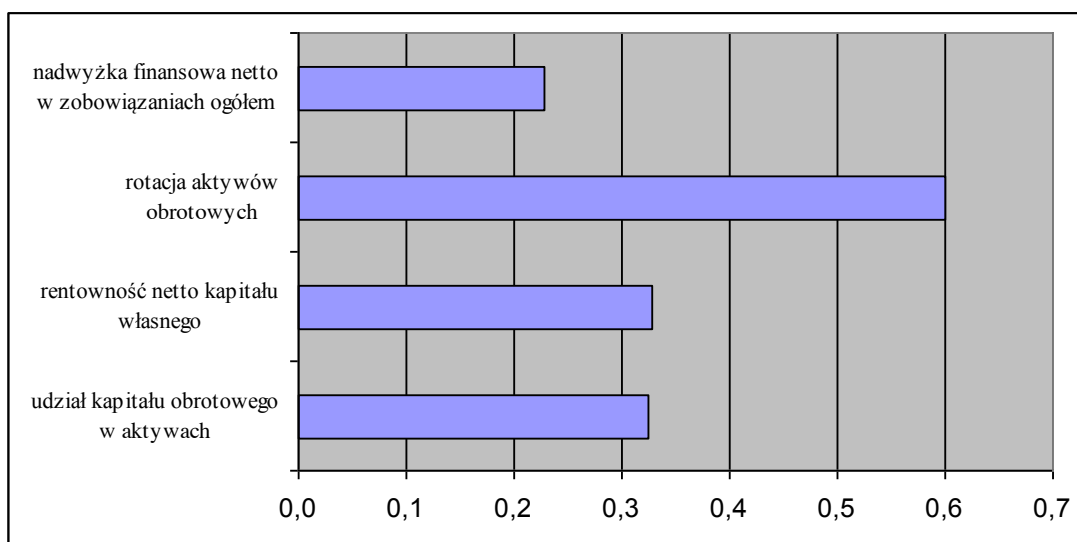
Źródło: Obliczenia własne

Z powyższej macierzy wynika, że najmniejszą korelacją z pozostałymi wskaźnikami charakteryzują się wskaźniki 4, 8, 10 i 16 i one ostatecznie zostały dobrane do modelu. Wartości współczynników standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej zostały wyznaczone ze wzoru (18). Standaryzowana funkcja dyskryminacyjna przyjmuje postać:

$$Y_{TS} = 0,325 \cdot X_4 + 0,328 \cdot X_8 + 0,6 \cdot X_{10} + 0,227 \cdot X_{16} \quad (105)$$

Wartości standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej wskazują hierarchię ich ważności. (patrz wykres poniżej).

Wykres 4. Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych dla klasyfikacji przedsiębiorstw w sektorze transport



Źródło: Opracowanie własne

Cechą w największym stopniu wpływającą na to ryzyko jest wskaźnik rotacji aktywów obrotowych z grupy wskaźników aktywności gospodarczej. Mniejszą moc dyskryminacyjną mają wskaźnik rentowności kapitału własnego, wskaźnik udziału kapitału obrotowego w aktywach (z grupy wskaźników płynności) oraz relacja nadwyżki finansowej netto do zobowiązań ogółem (z grupy wskaźników zadłużenia).

Natomiast kształt niestandardyzowanej funkcji dyskryminacyjnej dla sektora transport ma następującą postać:

$$Y_{TNS} = -2,266 + 1,645 \cdot X_4 + 2,868 \cdot X_8 + 0,21 \cdot X_{10} + 0,733 \cdot X_{16}. \quad (106)$$

Miarą siły dyskryminacyjnej skonstruowanej funkcji jest współczynnik λ Wilksa, którego wartość wynosi $\lambda = 0,429124$, a odpowiada jej wartość statystyki $\chi^2 = 64,30$ i poziom prawdopodobieństwa mniejszy od 0,001. Oznacza to, iż

ogólny współczynnik λ Wilksa jest istotnie różny od jedności, a co się z tym wiąże – zbudowany model ma dużą siłę dyskryminacyjną.

Dla wartości funkcji dyskryminacyjnej szacujemy punkt progowy, pozwalający nam zaszerzować każde przedsiębiorstwo z branży do jednej z dwóch klas: firm zagrożonych i niezagrożonych upadłością. Wartości centroidów poszczególnych klas, obliczone na podstawie naszej 80 elementowej próby, kształtują się na poziomach: $\bar{y}^{(1)} = 1,38889$ oraz $\bar{y}^{(0)} = -1,38889$. Wartość punktu progowego równa jest $t^* = 0,0$, w związku, z czym reguła klasyfikacyjna brzmi następująco: jeżeli wartość funkcji dyskryminacyjnej dla danego przedsiębiorstwa należy do przedziału $(-\infty; 0)$, to należy uznać, iż istnieje wysokie prawdopodobieństwo zaklasyfikowania tej firmy w ciągu kolejnego roku do kategorii zagrożonych; jeżeli zaś wartość funkcji dyskryminacyjnej dla tego przedsiębiorstwa zawiera się w przedziale $< 0; +\infty$ to ryzyko pogorszenia kondycji w najbliższym roku należy uznać za niskie. Zgodnie z wyżej wymienioną regułą zaklasyfikujemy *post hoc* 80 firm, które tworzyły próbę wykorzystywaną przez nas do szacowania parametrów modelu. Stanowić to będzie pewien rodzaj weryfikacji dokładności predykcji przy użyciu skonstruowanej funkcji dyskryminacyjnej.

Tabela 29: Dokładność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora transport.

			PRZEWIDYWANA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY	
			$K = 0$	$K = 1$
RZECZYWISTA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY	LICZNOŚCI	$K = 0$	33	7
		$K = 1$	3	37
	%	$K = 0$	82,5	17,5
		$K = 1$	7,5	92,5
		<i>Razem</i>	87,5	

Źródło: Obliczenia własne.

Na podstawie tabeli 29 możemy stwierdzić, iż zbudowany model pozwolił nam zaszerzować prawidłowo 92,5% przedsiębiorstw, wobec których po roku nie

stwierdzono nieprawidłowości w regulowaniu zobowiązań. Spośród firm, które w ciągu dwunastu miesięcy zaklasyfikowano do kategorii podmiotów „zagrożonych”, udało się natomiast zaklasyfikować prawidłowo 82,5% przypadków. Ogólna skuteczność predykcji *post hoc* wynosi zaś 87,5% co pozwala uznać model za dobry.

5.5. Model dyskryminacyjny dla małych i średnich przedsiębiorstw z sektora „Usługi”

Budując model dyskryminacyjny dla sektora „usługi” (kody branży wg Europejskiej Klasyfikacji Działalności – EKD – od 70 do 74) podobnie jak w poprzednich modelach wykorzystano informacje o 80 przedsiębiorstwach, z których wg stanu na 31 grudnia 2009 r. 40 było zakwalifikowanych do kategorii „normalne” a 40 do kategorii „zagrożone”. Dla przedsiębiorstw tych policzono wartości wskaźników finansowych (zdefiniowane w tabeli 1) na rok przed dokonaniem klasyfikacji tj. wg stanu na 31 grudnia 2008 r. Wartości wskaźników dla przedsiębiorstw w sytuacji normalnej i przedsiębiorstw w sytuacji „zagrożonej” prezentuje załącznik 5.

Dla wszystkich wskaźników policzono wartości średnich arytmetycznych oraz odchyłeń standardowych i przeprowadzono testy na równość średnich oraz równość odchyłeń standardowych, które pozwoliły na dokonanie eliminacji tych wskaźników, które nie spełniają warunku różności średnich i równości odchyłeń standardowych. Wyniki przeprowadzonych obliczeń prezentuje poniższa tabela.

Tabela 30. Weryfikacja wskaźników w sektorze usług

Wskaźnik	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Średnia	Dobre	1,356	1,170	0,318	0,335	0,134	0,052	0,232	0,107	3,746	6,737	12,468	0,485	2,598	1,284	0,741
	Złe	1,016	0,876	0,097	0,008	0,006	-0,001	0,005	0,004	2,222	4,183	7,848	0,324	1,469	0,855	0,401
Odchylenie standardowe	Dobre	0,342	0,317	0,298	0,196	0,081	0,040	0,200	0,081	1,477	2,538	5,355	0,199	1,268	0,477	0,452
	Złe	0,373	0,352	0,088	0,234	0,096	0,049	0,132	0,120	1,245	2,117	4,432	0,126	1,053	0,282	0,436
Statystyka t		-4,25	-3,93	-4,5	-6,796	-6,41	-5,24	-5,98	-4,49	-4,99	-4,886	-4,558	-4,32	-4,33	-4,89	-3,43
Istotność		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001
Weryfikacja ¹⁾		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Statystyka F		1,19	1,23	11,5	1,426	1,393	1,499	2,29	2,18	1,41	1,438	2,308	2,51	1,45	2,87	1,08
Istotność		0,292	0,258	0,000	0,136	0,152	0,105	0,006	0,008	0,145	0,131	0,074	0,005	0,125	0,001	0,410
Weryfikacja ²⁾		0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
Weryfikacja końcowa ³⁾		0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0

1) Jeżeli poziom istotności jest większy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na równość średnich (symbol 1)

w przeciwnym wypadku zostaje w modelu (symbol 0),

2) Jeżeli poziom istotności jest mniejszy niż 0,05 wskaźnik zostaje odrzucony z uwagi na różność odchyłeń standardowych (symbol 1), w przeciwnym wypadku zostaje w modelu (symbol 0).

3) Symbol 0 oznacza pozostanie wskaźnika w modelu, symbol 1 odrzucenie wskaźnika z modelu.

Źródło: Obliczenia własne

Analiza statystyczna wykazała, że do modelu mogą być dobrane jedynie wskaźniki: 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 14, 16. Ponieważ wskaźniki 1, 2 i 4, a także 5 i 6, 9, 10 i 11 oraz 14 i 16 należą do tych samych grup wskaźników i niosą podobną informację, dokonano ich dalszej eliminacji przy wykorzystaniu współczynników korelacji Pearson'a. Macierz korelacji wskaźników prezentuje poniższa tabela.

Tabela 31. Współczynniki korelacji Pearson'a dla wskaźników sektora usługi

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Suma kwadratów
1	1,00	0,95	0,73	0,92	0,34	0,42	0,33	0,30	0,51	0,54	0,53	0,50	0,27	0,19	0,66	0,37	5,553
2	0,95	1,00	0,75	0,90	0,38	0,44	0,35	0,30	0,49	0,53	0,53	0,54	0,25	0,25	0,70	0,43	5,724
3	0,73	0,75	1,00	0,60	0,27	0,33	0,28	0,44	0,59	0,51	0,46	0,52	0,48	0,32	0,65	0,38	4,892
4	0,92	0,90	0,60	1,00	0,25	0,33	0,40	0,17	0,43	0,46	0,46	0,43	0,24	0,12	0,59	0,29	4,680
5	0,34	0,38	0,27	0,25	1,00	0,80	0,23	0,59	0,31	0,35	0,37	0,30	0,02	0,07	0,31	0,34	3,094
6	0,42	0,44	0,33	0,33	0,80	1,00	0,28	0,77	0,34	0,37	0,32	0,30	0,00	-0,03	0,29	0,39	3,576
7	0,33	0,35	0,28	0,40	0,23	0,28	1,00	0,24	0,32	0,34	0,26	0,31	0,29	0,22	0,30	0,31	2,357
8	0,30	0,30	0,44	0,17	0,59	0,77	0,24	1,00	0,42	0,36	0,33	0,35	0,19	0,02	0,20	0,29	3,110
9	0,51	0,49	0,59	0,43	0,31	0,34	0,32	0,42	1,00	0,92	0,81	0,79	0,38	0,27	0,40	0,20	5,068
10	0,54	0,53	0,51	0,46	0,35	0,37	0,34	0,36	0,92	1,00	0,88	0,83	0,24	0,25	0,41	0,20	5,179
11	0,53	0,53	0,46	0,46	0,37	0,32	0,26	0,33	0,81	0,88	1,00	0,87	0,17	0,29	0,44	0,24	4,968
12	0,50	0,54	0,52	0,43	0,30	0,30	0,31	0,35	0,79	0,83	0,87	1,00	0,19	0,27	0,38	0,25	4,782
13	0,27	0,25	0,48	0,24	0,02	0,00	0,29	0,19	0,38	0,24	0,17	0,19	1,00	0,34	0,40	0,23	2,137
14	0,19	0,25	0,32	0,12	0,07	-0,03	0,22	0,02	0,27	0,25	0,29	0,27	0,34	1,00	0,62	0,81	2,718
15	0,66	0,70	0,65	0,59	0,31	0,29	0,30	0,20	0,40	0,41	0,44	0,38	0,40	0,62	1,00	0,67	4,668
16	0,37	0,43	0,38	0,29	0,34	0,39	0,31	0,29	0,20	0,20	0,24	0,25	0,23	0,81	0,67	1,00	3,334

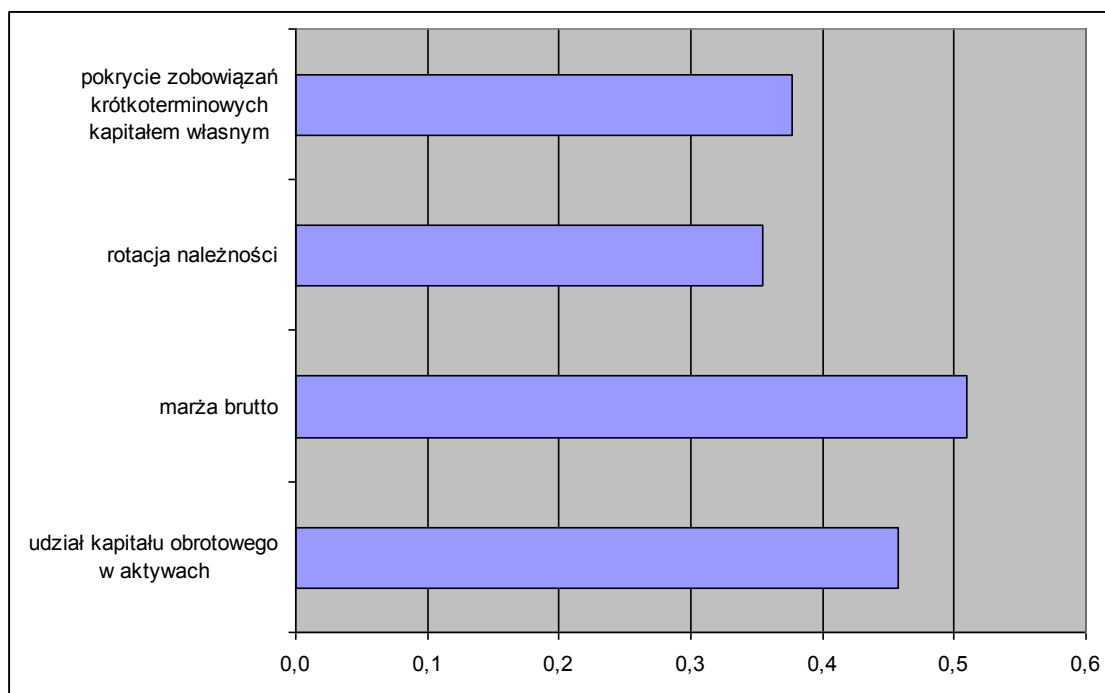
Źródło: Obliczenia własne

Z powyższej macierzy wynika, że najmniejszą korelacją z pozostałymi wskaźnikami charakteryzują się wskaźniki 4, 5, 11 i 14 i one ostatecznie zostały dobrane do modelu. Wartości współczynników standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej zostały wyznaczone ze wzoru (18). Standaryzowana funkcja dyskryminacyjna dla sektora usługi przyjmuje postać:

$$Y_{US} = 0,457 \cdot X_4 + 0,51 \cdot X_5 + 0,354 \cdot X_{11} + 0,377 \cdot X_{14} \quad (107)$$

Wartości standaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej wskazują hierarchię ich ważności. (patrz wykres poniżej).

Wykres 5. Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych dla klasyfikacji przedsiębiorstw w sektorze usługi



Źródło: Opracowanie własne

Cechą w największym stopniu wpływającą na ryzyko migracji do kategorii należności zagrożonych jest wskaźnik marży brutto z grupy wskaźników rentowności. Nieco mniejszą moc dyskryminacyjną ma wskaźnik pokrycia aktywów kapitałem obrotowym (z grupy wskaźników płynności) oraz relacja zobowiązań krótkoterminowych do kapitału własnego (z grupy wskaźników zadłużenia). Najmniejszą siłę dyskryminacyjną spośród wskaźników dobranych do modelu ma wskaźnik rotacji należności (z grupy wskaźników aktywności gospodarczej).

Natomiast kształt niestandaryzowanej funkcji dyskryminacyjnej dla sektora usługi ma następującą postać:

$$Y_{UNS} = -2,24461 + 2,122 \cdot X_4 + 5,738 \cdot X_5 + 0,07 \cdot X_{11} + 0,323 \cdot X_{14}. \quad (108)$$

Miarą siły dyskryminacyjnej skonstruowanej funkcji jest współczynnik λ Wilksa, którego wartość wynosi $\lambda = 0,403733$, a odpowiada jej wartość statystyki $\chi^2 = 68,93$ i poziom prawdopodobieństwa mniejszy od 0,001. Oznacza to, iż ogólny współczynnik λ Wilksa jest istotnie różny od jedności, a co się z tym wiąże – zbudowany model ma dużą siłę dyskryminacyjną.

Dla wartości funkcji dyskryminacyjnej szacujemy punkt progowy, pozwalający nam zaszeregować każde przedsiębiorstwo z branży do jednej z dwóch klas: firm zagrożonych i niezagrażonych upadłością. Wartości centroidów poszczególnych klas, obliczone na podstawie naszej 80 elementowej próby, kształtują się na poziomach: $\bar{y}^{(1)} = 1,199984$ oraz $\bar{y}^{(0)} = -1,199984$. Wartość punktu progowego równa jest $t^* = 0,0$, w związku, z czym reguła klasyfikacyjna brzmi następująco: jeżeli wartość funkcji dyskryminacyjnej dla danego przedsiębiorstwa należy do przedziału $(-\infty; 0)$ to należy uznać, iż istnieje wysokie prawdopodobieństwo zaklasyfikowania tej firmy w ciągu kolejnego roku do kategorii zagrożonych; jeżeli zaś wartość funkcji dyskryminacyjnej dla tego przedsiębiorstwa zawiera się w przedziale $(0; +\infty)$ to ryzyko pogorszenia kondycji w najbliższym roku należy uznać za niskie.

Zgodnie z wyżej wymienioną regułą zaklasyfikujemy *post hoc* 80 firm, które tworzyły próbę wykorzystywaną przez nas do szacowania parametrów modelu. Stanowić to będzie pewien rodzaj weryfikacji dokładności predykcji przy użyciu skonstruowanej funkcji dyskryminacyjnej.

Tabela 32: Dokładność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora usługi.

			PRZEWIDYWANA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY	
			$K = 0$	$K = 1$
RZECZYWISTA PRZYNALEŻNOŚĆ DO KLASY	LICZNOŚCI	$K = 0$	37	3
		$K = 1$	4	36
	%	$K = 0$	92,5	7,5
		$K = 1$	10,0	90,0
		<i>Razem</i>	91,25	

Źródło: obliczenia własne.

Na podstawie tabeli 32 możemy stwierdzić, iż zbudowany model pozwolił nam zaszeregować prawidłowo 90% przedsiębiorstw, wobec których po roku nie stwierdzono nieprawidłowości w regulowaniu zobowiązań. Spośród firm, które w ciągu dwunastu miesięcy zaklasyfikowano do kategorii podmiotów „zagrożonych”, udało się natomiast zaklasyfikować prawidłowo 92,5% przypadków. Ogólna skuteczność predykcji *post hoc* wynosi zaś 91,25% co pozwala uznać model za bardzo dobry.

6. Modele regresji logistycznej dla małych i średnich przedsiębiorstw w Polsce

Modele regresji logistycznej dla małych i średnich przedsiębiorstw reprezentujących poszczególne sektory gospodarki zbudowano na podstawie próby 400 (po 80 należących do każdego sektora) przedsiębiorstw, które posłużyły do budowy modeli dyskryminacyjnych.

Do konstrukcji modeli logistycznych wykorzystano te same wskaźniki, które zostały dobrane do modeli dyskryminacyjnych.

6.1. Model regresji logistycznej dla sektora Przemysł

Posługując się opisanym w rozdziale drugim algorytmem dla próby 80 małych i średnich przedsiębiorstw z sektora Przemysł, oszacowany model regresji logistycznej dla sektora przemysł ma następującą postać:

$$P_p = \frac{1}{1 + \exp[-(-4,9873 + 27,7913 \cdot X_5 + 0,2867 X_9 + 5,2187 \cdot X_{13})]} \quad (109)$$

gdzie:

P_p – prawdopodobieństwo, że należności badanej firmy z sektora przemysł w ciągu najbliższego roku nie zostaną przeklasyfikowane do kategorii zagrożone,

X_i – i -ty, wskaźnik finansowy, którego definicja jest zaprezentowana w tabeli nr 1,

Skuteczność modelu dla przeprowadzonej próby prezentuje poniższa tabela:

Tabela 33. Skuteczność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy logistycznej dla sektora przemysł

Grupa oryginalna	Grupa przewidywalna		Suma	Skuteczność prognozy
	0	1		
0	36	4	40	90,0%
1	1	39	40	97,5%
Suma	37	43	80	93,75%

Źródło: Opracowanie własne

Miarą jakości modelu jest współczynnik Coxa – Snella, który dla powyższego modelu wyniósł:

$$R_{C-S}^2 = 56,5411\%$$

Którą to wartość należy uznać za dobrą.

6.2. Model regresji logistycznej dla sektora Budownictwo

Oszacowany model regresji logistycznej dla sektora przemysł ma następującą postać:

$$P_B = \frac{1}{1 + \exp[-(-5,9453 + 10,43 \cdot X_4 + 4,859 \cdot X_8 + 0,121 \cdot X_{10} + 4,7245 \cdot X_{13})]} \quad (110)$$

gdzie:

P_B – prawdopodobieństwo, że należności badanej firmy z sektora budownictwo w ciągu najbliższego roku nie zostaną przeklasyfikowane do kategorii zagrożone,

X_i – i-ty, wskaźnik finansowy, którego definicja jest zaprezentowana w tabeli nr 1,

Skuteczność modelu dla przeprowadzonej próby prezentuje poniższa tabela:

Tabela 34. Skuteczność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy logistycznej dla sektora budownictwo

Grupa oryginalna	Grupa przewidywalna		Suma	Skuteczność prognozy
	0	1		
0	36	4	40	90%
1	6	34	40	85%
Suma	42	38	80	87,5%

Źródło: Opracowanie własne

Miarą jakości modelu jest współczynnik Coxa – Snella, który dla powyższego modelu wyniósł:

$$R_{C-S}^2 = 60,67\%$$

którą to wartość należy uznać za dobrą.

6.3. Model regresji logistycznej dla sektora Handel

Oszacowany model regresji logistycznej dla sektora handel ma następującą postać:

$$P_H = \frac{1}{1 + \exp[-(-8,0546 + 8,8429 \cdot X_3 + 14,36 \cdot X_5 + 1,03 \cdot X_9 + 1,62 \cdot X_{14})]} \quad (111)$$

gdzie:

P_H – prawdopodobieństwo, że należności badanej firmy z sektora Handel w ciągu najbliższego roku nie zostaną przeklasyfikowane do kategorii zagrożone,

X_i – i-ty, wskaźnik finansowy, którego definicja jest zaprezentowana w tabeli nr 1,

Skuteczność modelu dla przeprowadzonej próby prezentuje poniższa tabela:

Tabela 35. Skuteczność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy logistycznej dla sektora handel

Grupa oryginalna	Grupa przewidywalna		Suma	Skuteczność prognozy
	0	1		
0	34	6	40	85,0%
1	5	35	40	87,5%
Suma	39	41	80	86,25%

Źródło: Opracowanie własne

Miarą jakości modelu jest współczynnik Coxa – Snella, który dla powyższego modelu wyniósł:

$$R_{C-S}^2 = 54,70\%$$

którą to wartość należy uznać za dobrą.

6.4. Model regresji logistycznej dla sektora Transport

Oszacowany model regresji logistycznej dla sektora transport ma następującą postać:

$$P_T = \frac{1}{1 + \exp[-(-5,4583 + 3,169 \cdot X_4 + 10,202 \cdot X_8 + 0,441 \cdot X_{10} + 2,435 \cdot X_{16})]} \quad (112)$$

gdzie:

P_T – prawdopodobieństwo, że należności badanej firmy z sektora Transport w ciągu najbliższego roku nie zostaną przeklasyfikowane do kategorii zagrożone,

X_i – i-ty, wskaźnik finansowy, którego definicja jest zaprezentowana w tabeli nr 1,

Skuteczność modelu dla przeprowadzonej próby prezentuje poniższa tabela:

Tabela 36. Skuteczność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy logistycznej dla sektora transport

Grupa oryginalna	Grupa przewidywalna		Suma	Skuteczność prognozy
	0	1		
0	35	5	40	87,5%
1	5	35	40	87,5%
Suma	40	40	80	87,5%

Źródło: Opracowanie własne

Miarą jakości modelu jest współczynnik Coxa – Snella, który dla powyższego modelu wyniósł:

$$R_{C-S}^2 = 55,72\%$$

którą to wartość należy uznać za dobrą.

6.5. Model regresji logistycznej dla sektora Usługi

Oszacowany model regresji logistycznej dla sektora transport ma następującą postać:

$$P_U = \frac{1}{1 + \exp[-(-7,5876 + 5,394 \cdot X_4 + 22,263 \cdot X_5 + 0,2439 \cdot X_{11} + 1,119 \cdot X_{14})]} \quad (113)$$

gdzie:

P_U – prawdopodobieństwo, że należności badanej firmy z sektora Usługi w ciągu najbliższego roku nie zostaną przeklasyfikowane do kategorii zagrożone,

X_i – i-ty, wskaźnik finansowy, którego definicja jest zaprezentowana w tabeli nr 1,

Skuteczność modelu dla przeprowadzonej próby prezentuje poniższa tabela:

Tabela 37. Skuteczność predykcji *post hoc* przy użyciu analizy logistycznej dla sektora Usługi

Grupa oryginalna	Grupa przewidywalna		Suma	Skuteczność prognozy
	0	1		
0	37	3	40	92,5%
1	5	35	40	87,5%
Suma	42	38	80	90,0%

Źródło: Opracowanie własne

Miarą jakości modelu jest współczynnik Coxa – Snella, który dla powyższego modelu wyniósł:

$$R_{C-S}^2 = 60,98\%$$

którą to wartość należy uznać za dobrą.

Zakończenie

Przeprowadzone w opracowaniu badania pozwoliły oszacować kształt funkcji dyskryminacyjnych i logitowych dla pięciu sektorów gospodarki. Wcześniejsze badania nad zastosowaniem funkcji dyskryminacyjnej i regresji logistycznej przeprowadzone w Polsce prowadziły do estymacji parametrów funkcji, które miały być uniwersalne tzn. dotyczyć przedsiębiorstw funkcjonujących w polskiej gospodarce. Biorąc jednak pod uwagę heterogeniczność poszczególnych sektorów gospodarki (a nawet branż), uzasadniona jest konstrukcja odrębnych funkcji dla każdego z nich. Badanie przeprowadzone dla małych i średnich przedsiębiorstw z pięciu sektorów gospodarki (przemysł, budownictwo, handel, transport, usługi) wykazało, że na zdolność kredytową poszczególnych sektorów wpływają różne wskaźniki i różne jest ich oddziaływanie na wartość funkcji dyskryminacyjnych i logitowych, a zatem nie powinno się traktować przedsiębiorstw w sposób uniwersalny i homogeniczny.

Zaprezentowane w niniejszym opracowaniu narzędzia statystyczne okazują się o tyle pomocne w zarządzaniu ryzykiem kredytowym, ponieważ pozwalają oszacować nie tylko wartości zmiennych funkcji dyskryminacyjnej dla określonych sektorów, ale umożliwiają także wyciągnięcie dodatkowych wniosków odnośnie wpływu poszczególnych czynników na poziom ryzyka kredytowego. Dzięki wykorzystaniu analizy dyskryminacyjnej możliwe staje się bowiem sporządzenie klasyfikacji czynników względem siły ich wpływu na ryzyko upadłości. W przypadku regresji logistycznej wynikiem analizy jest oszacowanie prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia kredytowego polegającego na ujawnieniu się ryzyka kredytowego i konieczności tworzenia przez bank rezerw celowych.

Do zalet analizy dyskryminacyjnej zaliczyć należy również fakt, iż metoda ta w automatyczny sposób dostarcza zobiektywizowane oceny sytuacji zagrożenia i tym samym wyniki uzyskane przy jej pomocy są w łatwy sposób interpretowalne pod kątem posiadania (lub nieposiadania) przez dany podmiot zdolności kredytowej. W sytuacji, gdy celem kredytodawcy nie jest sporządzenie uporządkowanej listy cech wpływających na wiarygodność kredytową z określoną intensywnością, możliwe jest zastąpienie analizy dyskryminacyjnej przez regresję logistyczną jako narzędzia ilościowej weryfikacji wniosków kredytowych podmiotów gospodarczych. Niemniej jednak regresja logistyczna stanowić może nie tylko

alternatywę, ale przede wszystkim wygodne uzupełnienie analiz kredytowych wykonywanych przy użyciu analizy dyskryminacyjnej. Jednoczesne zastosowanie obu technik ułatwia weryfikację wyników uzyskanych dzięki każdej z nich z osobna, a ponadto poszerza zakres zdobywanych informacji o analizowanych grupach kredytobiorców. Analiza dyskryminacyjna pozwala bowiem na sporządzenie klasyfikacji czynników względem siły ich wpływu na ryzyko upadłości, zaś regresja logistyczna daje sposobność do oszacowania wpływu zmian poszczególnych wskaźników finansowych na zmiany względnego prawdopodobieństwa przynależności firmy do jednej z dwóch klas ryzyka.

Podkreślić jednak należy, iż zasadniczą własnością regresji logistycznej jest możliwość estymacji prawdopodobieństw niewypłacalności kredytobiorcy w określonym przedziale czasowym. Rozkład tych prawdopodobieństw i precyzja ich szacowania nie zależy przy tym w takim stopniu, jak miało to miejsce w przypadku analizy dyskryminacyjnej, od normalności rozkładu zmiennych mierzalnych opisujących sytuację ekonomiczno-finansową przedsiębiorstwa.

Z drugiej strony nie należy zapominać, iż zarówno analiza dyskryminacyjna jak i logistyczna posiada wady. Poza koniecznością spełnienia określonych założeń modelowych do słabości analizy statystycznej zaliczyć należy przede wszystkim nieuwzględnianie informacji o charakterze jakościowym. Tym niemniej warto podkreślić, iż metoda ta może ułatwić wkomponowanie zmiennych ilościowych do całościowych, tj. jakościowo-ilościowych, systemów weryfikacji zdolności kredytowej. Analiza dyskryminacyjna stanowić może bowiem podstawę do tworzenia systemu wag dla cech opisujących firmę. Istotną wadą jest też długoterminowa skuteczność modeli dyskryminacyjnych i logistycznych. Trudno oczekiwać, iż skuteczność prognoz dotyczących długoterminowych transakcji kredytowych będzie wyższa niż w przypadku transakcji jedno- czy dwuletnich, bowiem wraz z biegiem czasu zmieniać się będą relacje ekonomiczne na rynku, a cykl koniunkturalny wkroczyć może w inną fazę. Wprawdzie analiza statystyczna wymusza przyjęcie założenia o niezmienności tych relacji, co samo w sobie prowadzić może do pewnych błędów we wnioskowaniu, to jednak odpowiednia modyfikacja zbioru zmiennych niezależnych dla transakcji długoterminowych może ograniczyć spadek skuteczności przy predykcji upadłości.

Załącznik 1. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Przemysł

DOBRE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1,5256	1,1295	0,1608	0,2169	8,6%	2,1%	3,9%	-3,9%	1,8472	2,8552	4,6661	8,7847	0,4787	0,1239	1,2783	-0,021
2	1,6129	1,217	0,1543	0,4753	14,0%	15,4%	51,3%	19,2%	3,3245	5,1564	10,688	9,0495	0,3462	0,328	0,5553	0,0436
3	1,3643	0,4304	0,0295	0,1143	9,9%	13,9%	20,2%	6,1%	1,4575	2,0496	3,9016	9,4631	0,3865	0,1866	0,8239	0,0942
4	2,0728	1,7644	0,2659	0,3749	20,0%	16,1%	82,3%	23,1%	5,1188	9,1687	19,464	16,885	0,5387	4,2443	1,9293	1,0383
5	0,9208	0,5828	0,0222	-0,037	13,9%	1,6%	6,6%	6,1%	4,0916	8,5188	11,615	10,399	0,6429	0,7124	0,8774	0,2515
6	0,5132	0,2472	0,0095	-0,549	10,6%	11,9%	27,6%	10,3%	2,3137	3,5059	6,0217	6,3981	0,311	0,2404	0,7944	-0,206
7	0,4111	0,1731	0,1619	-0,142	4,5%	7,3%	17,2%	2,9%	2,3453	2,8017	4,5712	6,6436	0,596	1,0844	0,583	0,1686
8	0,9988	0,7316	0,0942	-0,169	14,2%	6,1%	16,8%	8,8%	2,7518	5,9062	10,201	8,9441	0,4766	1,1057	0,8748	0,7955
9	1,2759	0,9761	0,3287	0,1428	17,5%	11,6%	54,5%	18,0%	4,716	6,501	9,167	8,5519	0,8696	2,4228	1,6036	1,0619
10	1,4597	1,0968	0,0998	0,1669	17,5%	8,0%	49,5%	21,7%	6,159	11,441	19,477	18,942	0,6009	1,3647	1,0479	0,9746
11	1,8857	1,3242	0,122	0,3052	20,1%	10,2%	64,2%	16,3%	6,2828	10,936	20,676	18,253	0,7304	2,0465	1,0836	0,4142
12	1,5759	1,1847	0,2406	0,2261	12,0%	10,2%	71,1%	12,3%	6,9517	15,6	24,239	18,807	0,5692	1,3183	1,2752	0,5355
13	1,6208	1,0241	0,2415	0,2473	9,1%	9,5%	58,3%	2,0%	6,1105	14,085	21,261	18,741	0,8985	2,754	1,3841	0,7574
14	1,9556	1,4195	0,3222	0,3439	18,7%	19,4%	129,2%	19,3%	6,6602	11,756	21,163	20,632	0,7271	1,9258	1,5124	0,7574
15	1,2287	0,9587	0,0103	0,1057	8,8%	0,4%	0,7%	5,1%	2,0187	3,4722	5,9779	6,587	0,619	0,8025	1,1413	0,2358
16	1,4962	1,0307	0,1874	0,1793	20,3%	9,1%	13,2%	12,1%	1,4492	2,7775	5,5759	7,4941	0,3784	0,5219	1,1275	0,768
17	1,0975	0,7893	0,2607	0,0794	11,5%	8,2%	34,2%	7,8%	4,1882	6,5525	11,037	10,64	0,5805	1,3808	0,9295	0,4783
18	1,0967	0,6205	0,121	0,0564	6,4%	5,5%	25,1%	9,5%	4,5543	7,7823	14,666	15,39	0,8269	2,552	0,9087	0,4918
19	1,7387	1,1743	0,2741	0,2748	7,3%	3,6%	24,4%	4,9%	6,7018	10,421	15,479	16,634	0,8748	2,9953	1,3649	0,4477
20	1,207	0,9446	0,1896	0,1038	10,5%	12,2%	75,9%	2,8%	6,2297	9,521	16,267	11,122	0,7771	1,5497	1,5315	0,5175
21	1,2265	0,9917	0,2156	0,0902	11,2%	10,7%	48,2%	17,3%	4,5223	9,6811	14,113	15,368	0,5827	0,8844	1,2639	0,2022
22	0,6845	0,3914	0,0696	-0,13	-11,0%	7,2%	17,8%	5,4%	2,4646	4,1405	7,4061	6,9374	0,2179	0,4645	0,2893	0,745
23	1,2328	0,9526	0,1335	0,1087	6,8%	7,3%	41,5%	-0,2%	5,6612	7,8694	10,918	12,11	0,3267	0,2907	0,8275	0,0181
24	1,8578	1,4102	0,2332	0,3075	11,8%	11,4%	39,2%	17,6%	3,4412	5,3049	11,501	13,8	0,2786	0,2623	1,0815	0,2626
25	0,9805	0,6372	0,1527	-0,033	13,8%	6,9%	21,0%	3,3%	3,0467	5,255	8,2543	9,761	0,4164	0,1135	0,9324	0,4928
26	1,0983	0,7303	0,1382	-0,066	15,0%	12,7%	51,0%	7,6%	4,0261	7,1139	11,796	11,947	0,6982	0,9156	0,9848	0,3737
27	1,2142	0,8948	0,2726	0,0826	15,8%	9,5%	34,0%	15,8%	3,5769	6,9492	11,278	12,399	0,7361	1,8845	1,4899	0,6484
28	1,5368	1,2541	0,1992	0,207	15,6%	10,6%	58,5%	18,1%	5,5265	10,694	17,494	17,53	0,8355	2,418	1,3155	0,649
29	0,6898	0,3738	0,1186	-0,063	17,5%	6,4%	15,3%	4,4%	2,4011	4,4775	8,2845	8,7364	0,3641	0,5568	0,9869	0,2485
30	1,2402	0,9472	0,0626	0,1036	15,6%	5,4%	11,9%	4,9%	2,2019	4,0718	8,2287	7,5371	0,5082	0,5239	1,0471	0,0969
31	1,9005	1,4037	0,2542	0,3221	18,3%	20,0%	61,9%	15,8%	3,0866	5,1173	10,812	11,864	1,1633	4,0739	1,7685	0,9355
32	2,0005	1,5534	0,1986	0,3495	13,5%	2,7%	13,9%	7,5%	5,1074	8,4638	16,072	15,841	0,4566	0,1227	1,1335	0,2487
33	0,9516	0,7828	0,2925	-0,029	16,0%	7,7%	40,1%	9,4%	5,2308	9,6015	15,627	14,584	1,0429	3,5047	0,9106	0,697
34	1,4641	1,1338	0,1954	0,1879	5,0%	4,7%	15,7%	1,2%	3,3144	5,9072	9,9818	11,382	0,7264	1,7347	1,3051	0,3047
35	1,2869	1,0669	0,3707	0,1162	18,5%	18,2%	104,5%	19,5%	5,7439	8,2339	13,79	15,397	0,8077	1,7355	1,5153	0,6209
36	1,8759	1,0819	0,3646	0,3424	12,9%	7,0%	27,5%	0,6%	3,9105	7,1353	12,612	15,658	0,4052	0,1709	1,3145	0,2492
37	1,7693	1,3382	0,1666	0,2844	10,7%	8,4%	40,4%	19,5%	4,796	6,5663	10,951	11,086	0,6812	3,5793	1,8429	0,7973
38	1,0122	0,7357	0,1753	0,0516	-2,1%	5,2%	43,0%	10,2%	8,232	11,636	15,355	15,302	0,6239	1,1362	0,7075	0,4078
39	2,4931	1,394	0,4757	0,5237	17,4%	16,9%	101,2%	28,8%	5,9936	10,273	20,433	17,77	1,0011	4,6303	2,0568	0,9037
40	1,7042	1,2457	0,2546	0,273	2,5%	8,7%	45,7%	8,6%	5,2439	10,505	15,805	16,242	0,5644	0,8819	1,1646	0,2731

ZLE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,6172	0,5323	0,1022	-0,071	-10,4%	-6,9%	-18,7%	-6,2%	2,7193	4,0968	7,2175	5,5587	0,7153	1,043	0,9769	-0,048
2	0,6297	0,5464	0,0903	-0,187	4,6%	4,2%	3,8%	16,6%	0,9026	2,9672	7,8608	7,1054	0,2256	0,3971	0,5398	0,5758
3	0,5591	0,4177	0,1508	-1,176	-13,9%	-12,6%	-28,2%	-23,3%	2,2309	4,4233	9,8187	8,6758	0,4158	0,9595	0,838	-0,049
4	0,9176	0,879	0,1312	-0,047	9,0%	-3,9%	-29,7%	14,0%	7,554	11,122	18,364	18,161	0,398	0,1109	0,9012	0,0586
5	1,1347	0,8724	0,0376	-0,195	-4,9%	-2,6%	-5,1%	-12,0%	1,978	3,7274	5,2852	7,4678	0,5548	1,8362	1,1895	0,2978
6	0,7306	0,5275	0,0553	-0,466	-10,4%	-9,7%	-9,0%	-18,5%	0,926	2,7674	4,271	7,2121	0,2674	0,5943	0,4861	0,3063
7	1,1142	1,0746	0,0717	0,017	5,2%	5,3%	12,3%	-0,5%	2,3228	6,1769	9,6293	10,481	0,2852	0,492	0,6912	0,1577
8	0,9149	0,8081	0,0657	-0,191	-3,1%	-0,4%	-0,7%	8,5%	1,7925	3,3347	8,6556	10,524	0,656	1,4658	0,984	0,6712
9	0,7679	0,2846	0,0233	-0,21	2,7%	3,7%	11,6%	14,7%	3,1266	5,7167	11,528	10,917	0,021	0,8833	0,6429	0,6667
10	0,5549	0,1188	0,082	-0,3	5,3%	6,1%	18,7%	-3,7%	3,0662	7,7222	12,514	13,855	0,7148	1,6558	0,8382	0,0865
11	0,5397	0,3702	0,0052	-0,49	-5,3%	-1,8%	-0,8%	-11,3%	0,4477	0,9578	2,8274	4,354	0,0115	0,7934	0,4559	-0,186
12	1,3276	0,9052	0,0358	0,0118	8,1%	7,0%	20,5%	7,8%	2,9223	5,3619	11,94	13,824	0,489	0,7193	0,9493	0,3179
13	1,0101	0,6347	0,0825	0,066	-4,6%	-1,7%	-0,8%	-7,2%	0,4801	0,8815	3,1343	4,3596	0,3597	0,7815	0,6624	-0,045
14	0,9892	0,7215	0,1178	-0,048	-8,1%	-4,2%	-21,0%	14,2%	4,9638	7,5669	10,959	10,979	0,7398	2,0675	0,9907	0,6109
15	1,4749	1,2274	0,1903	0,5434	-4,5%	-2,1%	-4,8%	-2,3%	2,2505	4,8062	9,1209	10,932	0,516	1,2311	1,1686	0,217
16	1,9568	1,1357	0,1718	0,8223	1,0%	2,5%	3,7%	8,8%	1,475	3,4154	6,1785	6,4936	0,4725	1,3466	0,9949	0,1848
17	0,9793	0,8787	0,0974	-0,025	6,7%	6,0%	14,9%	11,9%	2,4955	4,4926	8,8256	10,963	0,3037	0,2627	0,7621	0,0277
18	0,9003	0,6791	0,1204	-0,046	8,1%	7,3%	12,8%	19,8%	1,7413	3,7563	6,648	6,7328	0,0694	0,1073	0,5815	0,1875
19	1,7224	1,6307	0,2284	0,8151	-3,8%	-2,1%	-2,2%	-3,6%	1,0339	2,0725	4,3938	5,1706	0,6849	1,7372	1,4604	0,0442
20	0,8354	0,3496	0,106	-0,366	-6,2%	-2,3%	-2,6%	-17,9%	1,1103	3,1121	6,1212	5,9723	0,1301	0,1231	0,6689	0,2224
21	0,9679	0,5826	0,1025	-0,171	-13,3%	-12,0%	-4,1%	-21,6%	0,3465	1,0198	2,8515	3,5333	0,4211	0,6418	0,8304	0,1467
22	0,5846	0,4942	0,0175	-0,382	-13,6%	-7,7%	-3,9%	-15,8%	0,5025	0,9297	2,185	2,1199	0,5454	1,1488	0,674	-0,213
23	1,2769	0,2926	0,1438	0,1599	13,4%	-6,3%	-34,5%	5,5%	5,4617	9,3281	15,3	16,657	0,1998	0,1416	0,8099	0,3305
24	0,694	0,5311	0,0652	-0,147	-5,5%	-2,8%	-1,9%	-2,6%	0,6765	0,9354	2,5241	2,8603	0,1071	0,3866	0,6387	0,15
25	1,3002	1,052	0,1044	0,2505	-0,1%	1,4%	2,2%	-11,8%	1,6164	3,3008	7,1655	7,0349	0,6905	2,1708	1,2889	0,4545
26	0,4053	0,2958	0,007	-0,618	-11,5%	-9,8%	-16,0%	-12,8%	1,63	3,5767	8,0347	7,0671	0,3803	0,6355	0,7257	-0,084
27	0,8668	0,8049	0,0031	-0,457	4,3%	4,9%	3,5%	-3,1%	0,7086	1,502	3,8996	4,0624	0,2479	0,3294	0,8241	0,1223
28	1,3384	0,408	0,0376	0,0136	4,8%	-2,6%	-12,3%	-12,0%	4,7384	8,6057	13,09	14,742	0,1957	0,2981	1,0084	0,4762
29	1,0028	0,7206	0,084	0,0601	1,3%	2,7%	5,7%	4,7%	2,1473	4,6728	7,823	9,1894	0,4274	1,197	0,9628	0,2262
30	0,5715	0,4572	0,0686	-0,155	-7,9%	-5,7%	-5,8%	-5,6%	1,0156	1,9757	4,8739	5,8618	0,5441	0,7485	0,7848	-0,386
31	0,6903	0,1826	0,1094	-0,851	-9,2%	-7,7%	-9,7%	-4,8%	1,2592	2,557	4,9128	4,9454	0,2895	0,3484	0,6493	-0,088
32	0,8571	0,6632	0,051	-0,179	-1,2%	0,8%	1,2%	-13,5%	1,4717	3,8557	6,046	7,0034	0,6425	2,1753	0,9409	-0,215
33	0,6548	0,5877	0,124	0,3296	-7,2%	-3,1%	-10,3%	5,6%	3,3091	5,5032	9,779	9,6482	0,4154	0,9357	0,7323	0,1016
34	1,7206	1,1298	0,1339	0,6629	7,6%	6,7%	12,8%	8,9%	1,911	3,3309	6,3853	6,2201	0,2241	0,3064	0,5975	0,1076
35	0,5018	0,4474	0,0415	-0,376	-6,0%	-4,2%	-13,6%	-15,1%	3,2263	5,7108	9,8276	10,764	0,6727	1,3464	0,8772	0,1944
36	0,5172	0,3908	0,083	-0,227	-6,8%	-5,3%	-9,7%	-10,9%	1,8207	3,6979	7,2385	8,0945	0,7909	2,1582	0,8715	0,1035
37	0,9767	0,9046	0,1548	-0,085	0,4%	-5,6%	-14,7%	-3,4%	2,6293	4,1901	8,5003	9,5539	0,5768	2,0586	0,9231	-0,153
38	0,9597	0,4735	0,0008	-0,197	-5,1%	-1,5%	-2,2%	-6,2%	1,5331	3,2014	4,1139	5,4304	0,5571	1,2478	0,8565	0,2574
39	1,7324	1,1001	0,0748	0,5709	-6,8%	-10,2%	-15,1%	-1,0%	1,4834	3,6464	7,4822	7,1482	0,1401	0,5105	0,2987	-0,291
40	0,9974	0,9142	0,0752	-0,147	-6,2%	-5,4%	-19,0%	-2,3%	3,4971	5,6263	9,2361	8,1402	0,5277	1,181	0,8808	-0,178

Załącznik 2. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Budownictwo

DOBRE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1,5878	1,32	0,2219	0,7002	0,4%	2,6%	6,9%	-5,3%	2,6596	7,455	13,119	14,966	0,8193	2,1747	1,3737	0,4698
2	1,9254	1,8438	0,484	0,8358	6,8%	6,6%	18,4%	1,5%	2,7638	9,4408	16,887	15,146	0,9574	2,8662	2,2146	1,0372
3	1,4084	0,799	0,1158	0,646	1,1%	6,6%	4,5%	-3,9%	0,6887	4,8737	7,2355	6,0911	0,8279	2,0847	1,2794	0,9172
4	1,0556	0,6075	0,1836	0,4052	0,9%	4,3%	11,6%	17,4%	2,7007	7,3543	8,4172	10,403	0,5337	1,0518	1,3133	0,4407
5	1,4738	1,4322	0,1958	0,6192	1,3%	1,0%	3,3%	17,7%	3,1524	9,589	15,015	17,848	0,414	0,2175	0,935	0,5151
6	1,1675	0,802	0,2244	0,5692	2,4%	3,3%	10,7%	23,1%	3,2834	9,3646	10,252	12,749	0,5077	0,5976	0,976	0,4129
7	1,1477	0,7312	0,1437	0,3067	-2,2%	-0,2%	0,0%	-4,7%	0,1989	1,77	5,2408	3,1274	0,3745	0,2601	0,7807	0,1671
8	1,1735	0,5595	0,0267	0,1671	5,6%	6,4%	1,8%	-6,1%	0,2829	2,2094	6,1324	4,822	0,9729	2,538	0,7457	0,473
9	1,8176	1,7435	0,2983	0,7573	9,0%	5,4%	32,6%	11,5%	5,9938	12,064	18,457	23,999	0,779	1,7585	1,3893	0,8476
10	1,0291	1,0045	0,2176	0,461	4,9%	0,2%	0,5%	-3,1%	2,7754	6,6905	9,373	11,176	0,8458	2,1097	1,5457	0,5278
11	1,7395	1,5288	0,2349	0,744	3,3%	1,7%	2,1%	0,7%	1,283	2,8083	7,2044	6,7761	0,4586	0,2997	0,9642	0,5753
12	1,4756	1,3171	0,3177	0,6743	4,6%	3,6%	7,5%	-6,6%	2,0769	6,6902	15,003	15,894	0,5419	1,0177	2,4381	0,4724
13	1,3347	1,2381	0,2484	0,5498	11,5%	9,8%	32,1%	29,7%	3,2637	9,7034	17,712	15,116	0,5777	1,385	1,3059	0,6219
14	1,176	1,0958	0,0942	0,4935	5,1%	4,8%	8,3%	15,6%	1,7116	6,2202	9,426	8,5765	0,5758	0,9869	1,1731	0,2605
15	1,2486	1,115	0,2431	0,514	9,6%	8,7%	14,6%	10,5%	1,6797	3,5942	7,7124	4,7941	0,7556	1,0324	1,3224	1,0925
16	1,0978	0,9741	0,389	0,1901	5,4%	3,7%	7,1%	5,0%	1,9328	5,6374	8,2756	7,7126	0,404	0,5235	0,8976	0,2751
17	1,142	0,711	0,164	0,2142	4,9%	4,2%	6,5%	-1,7%	1,5405	5,9288	8,7649	7,4871	0,4173	0,4699	0,8415	0,0945
18	0,5643	0,4263	0,0054	0,2264	7,5%	4,3%	8,0%	8,7%	1,8311	4,7853	6,9886	6,6038	0,7535	1,8926	0,8372	0,3821
19	1,3624	0,9433	0,1088	0,5999	4,5%	1,8%	3,9%	10,2%	2,1951	7,6615	14,961	7,3899	0,6771	1,1112	1,1187	0,4416
20	1,7607	1,5253	0,3945	0,7388	13,1%	7,9%	19,7%	23,1%	2,4854	4,9097	13,564	7,3292	0,4523	0,3014	1,3175	0,4633
21	1,2939	1,2149	0,1026	0,5662	2,2%	3,9%	11,0%	1,0%	2,8259	8,6536	13,326	17,238	0,665	1,3895	1,128	0,1602
22	1,4397	1,3149	0,1934	0,5854	13,4%	11,0%	40,5%	16,4%	3,6759	12,079	19,197	17,244	0,7325	1,2137	1,1887	0,5556
23	1,0457	0,8629	0,0489	0,3827	9,5%	6,4%	8,3%	2,9%	1,3028	3,6173	7,5549	4,3309	0,4875	0,356	0,8946	0,1365
24	2,1653	1,9057	0,5323	0,9248	8,8%	6,9%	32,1%	15,2%	4,6467	15,396	17,306	23,271	0,8528	2,4729	1,0278	1,1968
25	1,1621	0,9197	0,0341	0,2629	-0,3%	-2,0%	-1,4%	0,0%	0,6846	3,9957	6,8253	4,3854	0,7265	2,0928	0,9255	0,7247
26	1,1551	0,6688	0,0893	0,3362	-1,4%	-1,2%	-1,4%	-6,0%	1,1838	5,3593	8,1534	8,3753	0,9248	3,2154	0,8758	0,0276
27	1,4824	1,0806	0,4672	0,8909	-9,5%	-1,5%	-5,3%	-2,8%	3,5799	7,4099	17,77	16,641	0,7856	1,4921	1,0757	0,2954
28	1,7263	1,2559	0,1589	0,75	4,7%	5,9%	8,9%	6,7%	1,4934	4,8469	11,93	6,1665	0,5819	0,9937	1,1936	0,5519
29	1,3481	1,3308	0,7366	0,5393	2,6%	3,7%	20,4%	20,6%	5,5105	17,474	19,155	22,664	1,044	3,273	1,8034	0,906
30	1,0807	0,8678	0,056	0,2214	1,2%	-0,7%	-0,9%	9,4%	1,3137	4,6292	7,8508	5,6549	0,3367	0,2622	0,898	0,3147
31	1,4926	1,274	0,1491	0,6333	8,2%	5,5%	15,7%	15,9%	2,8729	6,2002	12,366	12,459	0,8515	2,0796	1,373	0,5273
32	1,3963	1,1737	0,125	0,5989	7,2%	7,7%	13,0%	0,7%	1,6782	7,9125	12,917	9,5889	0,6215	1,1714	1,2665	0,5449
33	1,0775	0,674	0,0559	0,1946	13,7%	6,6%	17,3%	11,3%	2,6184	9,25	12,669	12,361	0,4047	0,8683	0,7733	0,1909
34	1,4288	1,2366	0,1986	0,6281	7,3%	6,7%	19,0%	5,1%	2,824	9,7048	15,529	13,516	0,8325	2,6757	1,4879	0,9973
35	1,7922	1,682	0,416	0,7432	4,5%	4,0%	30,5%	24,7%	7,7176	15,031	19,818	19,955	0,9327	3,2428	1,3966	1,0907
36	1,3986	1,0561	0,0157	0,6449	-4,6%	-1,4%	-2,5%	-6,3%	1,7264	5,0073	9,5686	8,7893	1,009	2,9984	1,4191	0,122
37	1,5023	1,1158	0,1281	0,6274	10,6%	9,2%	29,6%	15,0%	3,2127	11,319	19,879	17,148	0,4061	0,95	0,7428	0,3584
38	2,1016	1,7599	0,3121	0,8829	11,9%	9,5%	38,4%	19,8%	4,0449	10,76	17,509	18,675	0,7298	1,9464	1,5167	0,4979
39	1,1764	0,5792	0,1567	0,1644	9,1%	6,1%	14,5%	10,9%	2,3895	7,4921	11,161	11,521	0,3507	0,3094	0,6186	0,1128
40	1,2863	1,1641	0,1681	0,4975	11,5%	4,0%	12,2%	14,8%	3,0312	12,265	15,81	17,714	0,3684	0,3589	0,9467	0,1121

ZŁE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1,1873	1,0369	0,3955	0,3128	7,9%	0,8%	1,4%	5,4%	1,732	6,6814	13,222	15,817	0,5833	1,3959	1,6408	0,1642
2	1,4117	1,2197	0,1961	0,2967	-5,7%	-0,8%	-0,8%	-17,0%	0,9867	1,4685	8,5418	3,6602	0,7344	2,0492	1,6237	0,1577
3	0,9602	0,7232	0,0563	-0,164	-0,4%	-4,3%	-3,8%	3,9%	0,8829	3,537	6,2656	5,1986	0,3367	0,5826	0,9633	0,1042
4	0,8466	0,7455	0,0151	-0,225	3,8%	-1,8%	-1,6%	-1,3%	0,9268	4,4935	8,5243	8,9649	0,4047	0,4735	0,6395	-0,137
5	1,0569	1,4218	0,2749	0,1911	14,0%	5,7%	7,9%	11,4%	1,4002	3,203	6,2226	8,5264	0,25	0,2963	0,8739	0,1728
6	0,6327	0,5633	0,1163	-0,372	-0,7%	-5,6%	-2,1%	-10,2%	0,372	0,6454	1,6505	2,4276	0,4406	1,1955	0,7729	0,0281
7	0,925	0,8339	0,0382	-0,344	-4,0%	-6,8%	-8,7%	-6,4%	1,2686	4,8704	7,9602	9,0236	0,9767	1,5016	0,9038	-0,063
8	0,9507	0,9389	0,1988	-0,089	-3,0%	-5,5%	-10,0%	-5,3%	1,8095	7,4762	11,295	11,232	0,6356	1,218	0,9256	0,1389
9	0,9337	0,7115	0,0011	-0,056	8,6%	0,4%	1,2%	21,1%	2,6406	7,9534	13,588	12,755	0,5267	1,5456	0,7979	0,2631
10	0,8369	0,7684	0,2059	-0,049	-6,6%	-9,3%	-13,5%	-7,7%	1,4509	3,0147	5,3383	5,8651	0,4469	1,1586	0,9714	0,0334
11	0,7166	0,6485	0,0689	-0,129	-3,3%	-5,4%	-4,2%	-1,4%	0,7666	2,1539	5,8342	4,0904	0,0931	0,3113	0,6621	-0,171
12	1,1876	1,0715	0,1648	0,113	3,8%	-3,9%	-0,4%	-4,8%	0,1104	0,6572	4,1114	2,4494	0,4671	0,9991	1,2575	-0,072
13	0,643	0,4949	0,0868	-0,36	-8,4%	-4,2%	-2,2%	-10,8%	0,5175	0,8527	2,1133	2,2602	0,3453	0,8926	0,5737	-0,028
14	1,1387	1,0145	0,1609	0,0312	-1,1%	-8,1%	-8,8%	0,6%	1,0943	1,2174	5,865	7,6378	0,3841	0,4702	0,9261	0,0068
15	0,4728	0,4146	0,0648	-0,228	-12,7%	-11,0%	-8,7%	-4,4%	0,7877	0,9414	4,8289	2,4834	0,4385	0,9395	0,4264	-0,167
16	0,8887	0,737	0,0744	-0,099	4,0%	-1,0%	-1,8%	12,1%	1,7784	7,6538	11,682	11,509	0,4799	1,3833	0,8695	0,2229
17	1,8845	1,6816	0,3489	0,3166	2,7%	3,7%	3,6%	6,6%	0,9615	1,5663	5,5824	7,5975	0,3605	0,4362	0,9833	0,1964
18	1,2687	1,2059	0,164	0,1347	5,2%	-0,1%	0,0%	9,7%	0,1227	2,9328	5,8703	6,1612	0,6363	1,1702	1,3779	0,1391
19	1,5299	1,3711	0,2146	0,2704	4,4%	-2,3%	-7,2%	26,7%	3,1651	5,0658	8,0224	9,7606	0,2221	0,1982	0,9667	0,0521
20	1,9421	1,5352	0,275	0,2708	5,3%	0,5%	1,8%	16,6%	3,692	9,4928	15,246	14,043	0,3685	0,6697	1,0816	0,1918
21	0,8307	0,7876	0,0876	-0,098	0,0%	-3,8%	-1,2%	3,1%	0,331	5,0706	8,9818	8,5045	0,4465	1,139	0,9647	0,098
22	0,6828	0,5792	0,1567	-0,186	9,1%	6,1%	14,5%	10,9%	2,3895	6,4921	10,161	10,521	0,2207	0,3094	0,6186	0,1128
23	1,1651	1,0594	0,1526	0,1749	6,9%	-0,6%	-1,6%	4,0%	2,5907	5,4957	10,5	11,271	0,175	0,1877	0,9232	0,0794
24	0,7453	0,6581	0,2463	-0,133	7,9%	3,5%	0,6%	10,9%	0,16	0,6248	3,7612	3,6744	0,7351	1,8681	0,9918	0,247
25	1,187	1,0725	0,1192	0,0425	-6,1%	-7,1%	-3,1%	0,6%	0,4329	1,2248	6,9286	4,7129	0,5373	1,6766	1,3527	0,2159
26	0,8815	0,7144	0,1007	-0,063	1,4%	-1,6%	-0,5%	4,5%	0,3073	1,8565	4,4931	5,108	0,4911	1,0105	0,8342	0,247
27	0,5262	0,3914	0,1618	-0,34	-8,0%	-14,4%	-20,9%	-23,4%	1,4542	5,4483	8,8548	8,3574	0,5664	1,4416	0,6854	0,0776
28	1,7002	1,5353	0,2883	0,3356	0,6%	-3,6%	-3,0%	-4,7%	0,8213	2,6914	5,0062	7,5562	0,3963	1,6753	1,6466	0,0371
29	1,4341	1,3156	0,197	0,1582	0,7%	-1,6%	-2,9%	-6,6%	1,7882	5,3336	9,9189	9,2812	0,3687	0,5621	1,4754	0,1461
30	0,9142	0,7691	0,0076	-0,133	6,6%	3,6%	3,0%	4,6%	0,8234	1,9145	3,7421	2,7593	0,1152	0,6647	0,5238	0,0897
31	1,1619	1,8701	0,4706	0,3329	5,2%	8,0%	10,9%	-0,3%	1,3667	6,0989	10,143	11,193	0,4608	2,1539	1,4496	0,0377
32	0,6287	0,4428	0,0493	-0,436	-2,4%	-3,6%	-3,0%	-14,8%	0,8166	4,759	8,6829	9,6111	0,2637	2,6308	0,9866	-0,187
33	0,8362	0,7516	0,0937	-0,197	-4,3%	-10,2%	-6,3%	-16,8%	0,6124	3,2925	7,1422	6,8143	0,5642	1,4748	0,9731	-0,219
34	0,866	0,7312	0,1035	-0,037	-2,8%	-4,1%	-10,9%	-13,4%	2,6309	6,7563	10,797	10,271	0,584	1,6215	0,9552	-0,062
35	0,7708	0,5061	0,0306	-0,218	-5,6%	-1,8%	-1,8%	2,1%	1,0227	1,0659	3,7187	2,7876	0,243	0,6496	0,6821	0,3634
36	1,6603	1,4662	0,3448	0,2315	4,7%	-4,0%	-14,1%	-3,0%	3,5271	13,564	17,014	17,207	0,4591	1,349	1,7128	-0,067
37	0,4853	0,4626	0,0077	-0,207	-10,5%	-7,1%	-8,6%	-6,7%	1,2128	0,9313	5,9391	4,0855	0,2252	0,3381	0,9058	-0,074
38	1,1431	0,9724	0,0876	0,1814	4,4%	2,2%	0,6%	-1,8%	0,2622	1,252	7,8204	4,3227	0,7567	1,4723	1,1537	-0,12
39	1,1999	1,0622	0,104	0,2044	-8,2%	-11,3%	-13,6%	-0,9%	1,2115	0,4073	3,9352	5,4545	0,4318	0,5601	0,8162	-0,017
40	1,1317	0,8503	0,191	0,1797	10,6%	3,4%	1,5%	10,0%	0,433	0,7925	4,1684	1,693	0,1756	0,3127	1,061	0,1012

Załącznik 3. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Handel

DOBRE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1,5152	1,1426	0,3517	0,2279	-0,1%	4,1%	24,7%	4,0%	6,0394	11,292	14,39	17,057	0,593	1,5679	1,3635	0,8661
2	1,7731	1,5804	0,3839	0,3075	7,6%	4,0%	24,4%	7,9%	6,0562	8,3388	16,979	17,703	0,7042	2,0013	2,0003	1,2829
3	1,3781	0,8142	0,2872	0,1893	-0,9%	1,5%	4,7%	1,0%	3,0874	6,9369	12,84	11,631	0,6345	1,6238	1,3767	0,4783
4	1,0322	1,1049	0,3174	0,0995	1,2%	0,9%	4,1%	13,4%	4,7142	7,6534	9,6533	9,1276	0,4257	0,8605	1,3405	0,7712
5	1,4281	1,2282	0,3139	0,1978	2,0%	-0,1%	-0,7%	16,8%	6,5567	8,4784	10,611	10,661	0,3487	0,0347	1,0071	0,6523
6	1,3468	0,9632	0,3763	0,1743	4,6%	3,2%	20,6%	24,3%	6,5231	8,2963	18,164	15,061	0,4002	0,6278	1,2098	0,4403
7	1,4826	1,0559	0,0988	0,2028	14,3%	-3,8%	-15,2%	9,1%	4,0139	6,7803	10,684	13,732	0,4	0,2065	1,1061	0,0805
8	0,7402	0,5165	0,1593	-0,006	5,4%	2,2%	4,6%	2,5%	2,1145	7,7563	15,656	16,699	0,7831	2,2239	1,6525	0,6413
9	1,6908	1,4946	0,3925	0,2688	9,6%	1,0%	7,7%	14,2%	7,8203	9,486	18,356	26,392	0,5833	1,402	1,4423	0,7236
10	1,0883	1,0814	0,3566	0,121	3,5%	-0,6%	-3,7%	-1,4%	6,1506	9,917	12,853	16,207	0,626	1,4388	1,5113	-0,016
11	1,6311	1,3179	0,3447	0,254	3,3%	1,8%	7,6%	7,8%	4,1606	7,8446	13,73	13,434	0,3644	0,0922	1,1279	0,4502
12	1,4294	1,1354	0,3572	0,2168	3,0%	4,7%	23,7%	-3,4%	4,9912	7,0484	15,663	13,295	0,8558	2,779	2,1997	0,116
13	1,3218	1,0655	0,3907	0,1692	12,5%	3,2%	20,7%	22,1%	6,4346	10,662	17,617	15,359	0,4661	1,1537	1,4061	0,7032
14	1,2005	0,9436	0,2381	0,1334	4,8%	-0,1%	-0,5%	13,2%	4,5981	8,3842	12,145	12,698	0,4709	0,9697	1,2287	0,3152
15	1,256	1,1237	0,3784	0,1536	10,5%	5,7%	27,0%	13,8%	4,6891	7,6811	13,812	11,629	0,5777	1,507	1,4178	0,6576
16	0,7587	0,804	0,1542	-0,012	5,4%	-0,8%	-4,3%	8,3%	5,248	9,7076	13,708	13,807	0,2588	0,5002	0,7244	0,0298
17	0,9849	0,5679	0,2031	-0,033	14,2%	1,7%	11,1%	9,4%	6,5243	10,645	15,84	14,647	0,277	0,3268	0,6481	0,1177
18	0,7332	0,7799	0,1634	-0,012	5,9%	4,0%	15,1%	7,0%	3,7554	7,9917	16,529	16,71	0,5762	1,5791	1,4229	0,4296
19	1,3429	0,8287	0,2665	0,1748	3,2%	1,1%	5,7%	10,4%	5,0969	8,74	15,323	14,401	0,515	0,8577	1,1984	0,4899
20	1,6473	1,316	0,4183	0,2617	14,5%	1,8%	9,9%	19,9%	5,3829	8,9978	14,611	13,076	0,3663	0,4045	1,3995	0,5067
21	1,2906	1,0449	0,2348	0,1632	0,7%	-0,8%	-4,9%	2,0%	6,2232	10,596	14,462	18,248	0,5101	1,0972	1,2527	0,1546
22	1,402	1,132	0,3226	0,1849	12,2%	2,4%	17,8%	15,8%	7,2505	11,656	18,797	20,89	0,5729	1,0211	1,283	0,5946
23	1,0246	0,7455	0,2131	0,0818	9,4%	1,2%	4,9%	7,9%	4,1569	8,7989	13,377	13,329	0,394	0,6403	1,086	0,1397
24	1,9564	1,6408	0,4281	0,3523	13,2%	4,5%	37,8%	15,3%	8,3294	10,926	24,741	25,766	0,6404	1,6675	1,8497	0,5497
25	1,0138	0,7907	0,1918	0,0949	-3,3%	4,7%	15,9%	0,1%	3,3649	6,5279	15,953	14,125	0,542	1,6625	1,4417	0,2401
26	0,9068	0,8243	0,2484	-0,068	-2,8%	3,0%	12,4%	-0,1%	4,127	8,7571	12,612	16,215	0,7664	2,4457	1,9571	0,0696
27	1,8167	1,2089	0,2827	0,3067	-10,7%	4,3%	30,2%	4,7%	7,0855	11,275	18,057	19,324	0,5818	1,1377	1,2857	0,4707
28	1,621	1,097	0,288	0,2481	3,6%	0,5%	2,2%	7,3%	4,2004	8,0082	15,926	12,198	0,4631	0,9166	1,3016	0,5284
29	1,332	1,1651	0,2748	0,1728	23,6%	7,2%	69,3%	17,7%	9,6385	20,655	25,155	27,374	0,7956	2,3945	1,7669	0,8873
30	1,0721	0,0275	0,1169	0,0603	4,9%	3,7%	20,4%	12,7%	5,5953	9,1243	12,515	14,555	0,4628	1,3142	1,1543	0,2241
31	1,4425	1,1014	0,2779	0,1991	7,3%	-0,8%	-5,0%	11,9%	6,0742	10,163	13,778	16,388	0,6815	1,7388	1,4365	0,6041
32	1,3688	1,0162	0,262	0,1804	6,1%	1,9%	8,8%	4,4%	4,671	8,8649	13,716	14,758	0,4766	1,0227	1,327	0,272
33	1,3806	1,054	0,3348	0,1979	-6,8%	1,5%	5,5%	-5,0%	3,756	5,9761	9,3122	8,8916	0,6458	1,5362	1,6354	0,0551
34	1,3937	1,0683	0,3358	0,1947	5,8%	0,2%	1,2%	4,4%	6,0627	9,6383	15,858	17,286	0,6286	1,8844	1,4738	0,2526
35	1,6331	1,5224	0,3175	0,2651	5,8%	1,8%	12,9%	22,5%	7,2979	11,643	21,173	23,729	0,7059	2,4	2,1044	0,7936
36	1,3706	0,9213	0,2544	0,1863	-7,9%	4,7%	22,4%	-3,1%	4,7422	8,1773	17,467	18,815	0,7584	2,1974	1,4776	0,5594
37	1,4499	0,974	0,2699	0,1957	10,3%	4,6%	29,6%	13,1%	6,468	9,0575	19,022	18,571	0,3752	0,5529	0,7786	0,1225
38	1,9078	1,5204	0,3343	0,3247	12,0%	1,8%	14,0%	16,1%	7,6288	14,268	20,598	22,167	0,565	1,5897	1,5768	0,4565
39	1,3667	1,0046	0,2274	0,1894	-5,8%	-0,9%	-2,9%	-1,5%	3,3043	6,7532	16,283	16,115	0,4208	0,9885	1,4126	0,1164
40	1,7147	1,1725	0,1664	0,2337	5,3%	2,3%	16,5%	22,2%	7,2198	10,266	14,724	21,065	0,2735	0,5025	0,8772	0,4445

ZLE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2,0642	1,488	0,2241	0,3451	6,5%	1,9%	5,9%	1,4%	3,1773	6,2879	15,377	17,077	0,5382	0,8818	1,5464	0,064
2	0,3434	0,4063	0,134	-0,088	2,7%	-4,3%	-11,1%	-2,8%	2,5973	6,3779	15,233	15,075	0,3073	0,3007	0,8983	0,0898
3	0,8975	0,6026	0,1141	-0,022	-0,6%	-1,2%	-2,9%	7,3%	2,4754	5,2518	11,697	12,135	0,6409	1,2777	1,3763	0,1205
4	0,8107	0,6156	0,1872	-0,006	-2,8%	-0,8%	-2,0%	-0,6%	2,5541	4,2754	14,199	13,319	0,4225	0,6451	0,9627	-0,203
5	1,078	0,625	0,3144	0,0674	-4,3%	3,9%	6,2%	1,6%	1,6075	3,9596	7,6998	6,7879	0,2914	0,2764	0,7792	0,3297
6	0,4945	0,4204	0,1511	-0,072	-1,0%	-2,9%	-2,1%	-5,2%	0,7285	3,1055	6,6554	6,8232	0,4204	0,9341	1,3198	0,0366
7	0,5649	0,4729	0,1401	-0,058	-4,8%	-5,3%	-17,4%	-2,6%	3,2701	6,6677	12,548	12,357	0,8078	1,5594	1,5947	-0,153
8	0,9666	0,7807	0,1994	-0,058	-4,1%	-3,4%	-12,5%	-3,2%	3,6345	6,294	13,444	14,071	0,546	1,497	1,4772	0,1008
9	1,1064	0,6052	0,1781	0,0691	7,0%	0,6%	2,5%	12,6%	4,5696	8,2284	15,676	15,478	0,506	1,4228	1,1377	0,139
10	1,0325	0,9698	0,1847	0,078	-8,0%	-8,3%	-4,4%	-3,5%	0,5346	3,2221	6,3879	6,9695	0,725	1,4266	1,9477	-0,094
11	0,9405	0,7063	0,2129	-0,038	-4,0%	-2,8%	-6,4%	0,2%	2,2525	4,1674	8,4598	9,5642	0,1614	0,0632	1,0248	0,0175
12	1,3243	0,9083	0,1455	0,1471	-0,9%	-6,0%	-5,7%	-6,4%	0,9367	3,4575	6,9794	6,3735	0,4434	0,8349	1,3404	-0,032
13	0,5023	0,3956	0,1368	-0,079	-10,3%	-2,2%	-1,6%	-8,3%	0,7313	3,8608	6,7789	6,472	0,3636	0,8189	0,9188	0,0327
14	0,8457	0,8035	0,3538	-0,016	1,5%	6,0%	18,6%	10,6%	3,092	6,0924	12,876	12,255	0,2616	0,3119	1,106	0,4471
15	0,7195	0,3917	0,1599	-0,021	-14,2%	-8,9%	-20,7%	-1,4%	2,318	4,1985	9,0654	9,8013	0,4141	0,8175	0,8798	0,1314
16	1,0866	0,7286	0,0155	0,1053	-1,5%	-11,2%	-18,9%	2,7%	1,6962	3,1837	7,7338	10,522	0,382	0,367	1,0785	0,0927
17	1,9093	1,4344	0,2806	0,3013	2,2%	3,8%	9,1%	5,6%	2,3634	5,2445	8,4507	9,0897	0,3771	0,4691	1,1574	0,25
18	1,4388	1,0234	0,1306	0,1659	4,5%	2,1%	2,7%	7,8%	1,2847	4,7096	9,5914	9,9811	0,5953	1,8366	1,4781	0,1044
19	1,4124	0,7593	0,0011	0,1818	6,4%	-3,4%	-12,1%	5,7%	3,5968	6,855	15,025	15,116	0,2247	0,2073	0,8398	0,1001
20	1,6875	1,3035	0,217	0,2356	5,3%	4,0%	23,8%	11,9%	6,0128	11,623	17,779	25,271	0,368	0,6274	1,1146	0,2776
21	1,0277	0,7428	0,0974	0,0559	-0,2%	-0,1%	-0,1%	8,1%	1,7854	5,747	11,566	12,366	0,424	1,1547	1,3661	0,1351
22	0,6089	0,5779	0,3632	-0,041	-5,3%	0,4%	1,0%	7,3%	2,649	6,8238	11,781	10,345	0,2833	0,0326	0,9597	0,1181
23	1,5124	0,9093	0,1311	0,1818	6,4%	1,6%	7,3%	5,7%	4,4968	7,855	15,025	17,116	0,2247	0,2073	0,8398	0,1401
24	0,9625	0,891	0,2382	-0,05	8,0%	3,6%	5,1%	7,8%	1,3977	4,6559	8,3889	7,0013	0,6667	1,2857	1,728	0,081
25	1,2235	0,9033	0,0971	0,1163	-7,1%	-4,9%	-3,4%	2,7%	0,6903	2,2552	6,5987	5,4204	0,5007	1,4411	1,4751	0,1526
26	1,0665	0,6052	0,1127	0,0679	1,1%	2,3%	1,4%	5,9%	0,6174	3,2114	5,053	5,9867	0,4904	1,801	1,1354	0,1265
27	0,4895	0,1499	0,0959	-0,081	-11,8%	-18,3%	-11,0%	-16,4%	0,5986	1,7124	3,8518	3,4122	0,5091	1,1956	1,0116	0,0261
28	1,8677	1,3139	0,2291	0,2977	-2,7%	-5,2%	-11,5%	-5,4%	2,2193	4,3819	9,4153	9,9892	0,6811	1,9032	1,6018	0,3655
29	1,4507	1,1126	0,1559	0,1759	-0,4%	-0,7%	-2,5%	-2,5%	3,6843	7,8593	8,209	18,613	0,6653	1,0017	1,6023	0,2042
30	1,0151	0,6464	0,1729	0,0408	6,9%	4,1%	0,6%	7,5%	0,1408	3,1888	8,4703	8,4765	0,2129	0,3104	0,9432	0,0517
31	2,0449	1,5944	0,3934	0,3532	2,6%	2,0%	5,8%	-5,1%	2,8584	5,7105	14,7	15,111	0,4908	1,3816	1,8142	0,0195
32	0,3711	0,2461	0,0912	-0,106	-3,3%	-1,1%	-2,7%	-7,6%	2,5238	3,7693	4,9798	4,3476	0,6479	1,6829	1,425	0,0954
33	0,8027	0,6443	0,1021	-0,006	-5,0%	-8,9%	-20,7%	-5,0%	2,3162	4,1334	6,2969	5,3959	0,4676	1,1205	1,2504	0,2416
34	1,0547	0,841	0,2564	0,0768	-5,5%	-4,6%	-22,2%	-11,4%	4,8801	6,3302	18,554	10,767	0,5018	1,0942	1,1582	0,1361
35	1,5286	0,9948	0,1377	0,1781	12,6%	3,9%	20,2%	16,0%	5,163	6,2123	9,1896	9,3023	0,1893	0,1073	0,9462	0,1644
36	1,5852	1,242	0,3005	0,2173	-4,6%	-1,6%	-9,7%	2,6%	5,9287	7,6465	9,2058	14,031	0,6267	1,6605	1,6862	0,1703
37	0,7638	0,3845	0,1575	-0,008	-11,3%	-3,0%	-1,2%	-0,7%	0,3944	2,2738	8,5789	4,4371	0,2511	0,3305	1,1124	0,0888
38	1,4736	0,8368	0,1109	0,1756	1,8%	2,6%	3,7%	-2,6%	1,4196	3,999	5,5957	6,4689	0,6845	2,0208	1,3772	0,0692
39	1,4626	0,9087	0,204	0,1822	-10,8%	-12,0%	-31,5%	-3,2%	2,6172	4,7466	8,3553	11,46	0,4177	0,8097	1,012	0,0365
40	1,2577	1,0489	0,1579	0,1149	11,1%	3,4%	1,9%	8,1%	0,5592	3,7999	7,7553	7,7711	0,2485	0,152	1,2121	0,265

Załącznik 4. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Transport

DOBRE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1,4961	1,1014	0,2228	0,35	4,0%	2,9%	13,7%	6,7%	4,7802	10,424	14,416	15,119	0,6968	1,9669	1,5867	0,7626
2	1,8647	0,8164	0,4125	0,4219	3,4%	5,7%	27,1%	14,9%	4,7208	9,3193	14,876	15,101	0,808	2,7411	1,8246	0,9366
3	1,3002	0,7001	0,1857	0,2904	4,7%	6,5%	19,3%	17,9%	2,9584	8,7131	12,642	11,183	0,6314	1,4383	1,4183	1,0089
4	1,8058	1,0454	0,1268	0,4784	5,2%	4,2%	15,1%	27,9%	3,5697	9,3884	13,641	13,321	0,3899	0,7823	1,0846	0,6134
5	1,3716	1,2208	0,1722	0,2957	3,8%	1,7%	9,2%	18,1%	5,5223	11,846	15,084	16,502	0,1178	0,5394	1,0754	-0,026
6	1,2555	0,8489	0,2326	0,2036	4,1%	2,3%	12,7%	24,2%	5,4349	9,8122	17,575	11,422	0,4184	0,4738	1,3069	0,5461
7	0,8777	0,7131	0,2304	-0,017	-5,0%	-3,2%	-7,0%	4,9%	2,1668	5,701	8,3634	9,613	0,1224	0,6712	0,5761	-0,234
8	0,9049	0,6879	0,0043	-0,057	3,0%	5,8%	15,9%	10,3%	2,7405	7,143	11,839	12,525	0,8839	2,364	0,9821	1,0054
9	1,747	1,5958	0,2526	0,4114	7,9%	6,2%	42,0%	13,5%	6,8279	11,858	18,364	22,046	0,6463	1,3824	1,3676	0,5605
10	0,7512	0,5295	0,0498	-0,057	1,7%	8,4%	34,7%	19,0%	4,144	11,207	15,807	10,732	0,1336	1,083	0,4713	0,2635
11	1,6618	1,3477	0,2197	0,4043	2,9%	2,4%	8,3%	4,9%	3,5449	8,4562	14,879	13,73	0,0723	0,4517	1,1011	0,4404
12	1,3736	1,0908	0,296	0,2903	2,6%	2,0%	9,6%	6,8%	4,8429	10,699	15,126	16,818	0,9699	3,8749	1,8046	1,0637
13	1,2197	0,992	0,2321	0,1897	10,5%	8,9%	51,4%	34,7%	5,7729	10,938	17,035	14,905	0,4398	1,1013	1,3826	0,9291
14	1,0464	0,8205	0,1008	0,1873	2,9%	5,2%	23,5%	21,0%	4,5186	9,6721	12,213	14,582	0,4504	0,7001	1,1978	0,5165
15	1,1257	0,8732	0,2077	0,168	7,8%	8,0%	26,2%	20,1%	3,2741	7,9438	15,775	15,696	0,6208	1,2604	1,5661	1,0247
16	0,8703	0,672	0,0208	-0,033	3,0%	3,7%	14,1%	10,2%	3,8388	10,841	16,225	16,173	0,1351	0,7093	0,7299	0,3421
17	0,9054	0,6619	0,0656	-0,226	4,1%	2,5%	8,8%	9,6%	3,51	8,4674	14,902	14,972	0,1227	0,1496	0,6109	0,327
18	0,8785	0,6881	0,0151	-0,029	8,0%	3,9%	13,5%	9,7%	3,4591	8,9086	16,071	17,213	0,5905	1,4865	0,8143	0,6573
19	1,2499	0,7003	0,1543	0,264	2,9%	-1,0%	-4,2%	3,3%	4,0571	9,2087	15,363	17,427	0,6094	1,1501	1,401	0,4409
20	1,6849	1,3451	0,3627	0,3329	12,1%	12,1%	53,6%	36,4%	4,4429	10,33	12,106	13,772	0,1906	0,2693	1,366	0,8597
21	1,3369	0,6163	0,144	0,2748	-4,2%	1,8%	4,4%	5,6%	2,468	6,8397	10,587	12,257	0,7288	2,2132	1,3859	0,6785
22	1,3344	1,0858	0,1834	0,2512	11,1%	12,6%	82,3%	31,6%	6,5071	13,06	19,347	17,087	0,6032	1,0934	1,178	0,7164
23	1,0493	0,7417	0,1709	0,079	9,1%	5,9%	21,7%	9,7%	3,6894	9,3785	16,166	16,807	0,2417	0,9493	0,8245	0,367
24	2,1267	1,8023	0,4704	0,4876	10,1%	11,2%	63,5%	31,8%	5,6585	15,263	25,222	23,088	0,7273	2,5087	1,8427	0,4537
25	1,0796	0,805	0,2484	0,1125	-2,2%	-4,7%	-14,3%	-6,2%	3,0523	9,1127	18,438	16,918	0,5041	1,5238	1,0453	0,5359
26	2,0723	0,8703	0,2861	0,4563	1,7%	7,9%	14,1%	24,5%	1,7806	4,8098	8,6177	11,936	0,3013	0,0044	1,1522	0,5951
27	1,927	1,1962	0,206	0,5533	10,5%	-6,6%	-26,8%	-4,5%	4,0462	12,644	17,941	14,655	0,6603	1,115	1,2932	0,1514
28	1,6473	1,0381	0,1906	0,4123	3,5%	7,1%	22,4%	19,2%	3,1569	10,503	13,14	18,777	0,3981	0,7142	1,1533	0,6548
29	1,2344	1,1317	0,2934	0,1558	26,7%	8,3%	35,4%	33,4%	4,2753	16,916	19,384	28,811	0,933	3,1189	1,7203	1,3455
30	1,3697	0,6995	0,1	0,3041	1,3%	6,0%	9,6%	12,6%	1,6022	5,9082	8,8571	18,636	0,7627	1,9771	1,2057	0,307
31	1,3922	1,0431	0,1557	0,3109	8,3%	6,0%	31,9%	19,1%	5,3179	11,354	15,972	17,492	0,7254	1,4532	1,1147	0,7422
32	1,266	0,9748	0,3841	0,5372	2,8%	11,8%	32,6%	29,5%	2,76	8,4348	13,445	14,981	0,4022	2,0538	1,2796	0,3122
33	1,3038	0,9763	0,1965	0,304	5,5%	-5,7%	-11,1%	-10,1%	1,9526	8,2421	11,051	13,774	0,6906	1,807	1,6311	0,6052
34	1,3225	0,9965	0,1981	0,2849	7,3%	5,5%	29,3%	16,7%	5,2798	10,442	15,929	15,204	0,7256	2,6023	1,4995	1,0056
35	1,6647	1,3343	0,3429	0,3575	6,2%	3,4%	18,0%	23,9%	5,3684	15,227	21,221	21,251	0,9043	3,4215	1,7791	1,2721
36	1,2895	0,7903	0,06	0,3581	3,5%	-3,3%	-12,1%	-4,5%	3,6813	11,23	15,889	15,507	0,937	2,7234	1,379	0,6931
37	1,4028	0,8647	0,1609	0,2957	11,3%	9,7%	56,2%	24,5%	5,776	11,513	20,33	14,237	0,4204	1,0352	1,0036	0,0184
38	2,0572	1,6332	0,2913	0,5214	13,0%	11,9%	60,8%	29,7%	5,0947	12,637	20,803	19,749	0,5273	1,3861	1,4038	0,9196
39	1,2839	0,907	0,1117	0,3342	2,1%	1,2%	2,7%	9,1%	2,1538	9,6553	11,991	17,359	0,2672	0,7846	0,9707	0,4729
40	0,8138	0,5933	0,0373	-0,173	8,0%	-6,8%	-14,0%	3,4%	2,0621	7,5396	10,844	14,006	0,1681	0,3318	0,9846	0,2617

ZŁE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1,2938	0,8258	0,3397	0,4313	1,1%	3,9%	10,8%	5,2%	2,7806	6,6227	15,073	14,601	0,5738	1,3718	1,2604	0,1858
2	1,286	1,0129	0,1688	0,1399	3,3%	-2,6%	-12,9%	-8,7%	4,9497	10,426	13,112	14,326	0,6379	1,6236	1,4217	0,4133
3	0,6262	0,5775	0,0316	-0,154	-3,7%	-2,6%	-3,9%	-3,0%	1,5031	3,7164	6,5972	5,4269	0,827	2,0367	0,6543	0,1785
4	0,7022	0,5952	0,0459	-0,179	4,2%	0,7%	1,2%	-2,1%	1,7178	4,4432	6,8202	8,1064	0,358	0,2335	0,4291	-0,105
5	1,6054	0,8984	0,2148	0,1496	2,6%	8,3%	18,5%	11,5%	2,2299	3,4308	8,6097	10,697	0,1117	0,7263	1,0347	0,2456
6	0,5502	0,3616	0,0536	-0,382	-0,3%	-6,3%	-4,4%	-10,4%	0,6929	1,0461	2,9798	8,8221	0,3761	1,1949	0,6265	0,2246
7	0,851	0,6739	0,0443	-0,297	-3,3%	-5,2%	-11,7%	-8,6%	2,247	4,2584	8,4583	10,602	1,0552	3,1592	0,6451	0,0806
8	0,925	0,8276	0,1352	-0,116	-1,4%	-4,8%	-13,9%	-4,7%	2,916	6,8322	10,725	10,358	0,6321	2,3687	0,7466	0,3614
9	0,9248	0,5825	0,0105	-0,036	2,1%	3,0%	7,7%	8,0%	2,5762	7,4915	16,551	11,926	0,5462	1,3369	0,4947	0,3182
10	0,8191	0,693	0,1173	-0,058	-1,2%	-7,8%	-16,1%	-12,8%	2,0615	2,3935	5,855	8,9132	0,8781	2,924	0,8479	0,0216
11	1,0842	0,9724	0,0572	0,0992	6,3%	-0,2%	-0,8%	-5,5%	3,7225	4,2684	7,9683	8,8477	0,1529	0,3747	1,1079	0,1696
12	1,2362	0,6394	0,1338	0,0938	1,1%	-2,0%	-0,3%	-10,0%	0,1379	0,3968	2,942	4,4378	0,348	0,6923	1,2877	0,4158
13	0,6143	0,285	0,114	-0,295	-1,4%	-1,4%	-0,4%	3,8%	0,2604	0,4871	2,381	5,3089	0,2726	0,6	0,4091	0,0462
14	1,0395	0,8662	0,1159	0,0048	-4,6%	-6,5%	-10,2%	-10,4%	1,5861	1,4875	4,6634	6,5748	0,3277	0,1475	1,0348	-0,052
15	0,5718	0,4809	0,063	-0,186	-2,9%	-8,6%	-12,7%	-6,0%	1,4718	2,9767	6,9789	6,2625	0,4113	0,434	0,5884	0,0267
16	0,8757	0,6347	0,0401	-0,084	2,0%	1,7%	4,7%	6,7%	2,7993	7,7874	12,008	13,819	0,5547	1,3064	0,5618	0,4653
17	0,9863	0,7513	0,0757	-0,037	2,8%	-6,2%	-15,5%	-14,7%	2,498	4,2978	7,4649	8,753	0,8724	3,0279	0,9522	0,5814
18	1,3999	0,7707	0,1291	0,123	5,8%	3,0%	1,3%	5,9%	0,4304	3,5383	6,2966	6,446	0,7394	2,1115	1,3248	0,2911
19	1,7943	0,7815	0,1866	0,2406	2,9%	1,2%	6,0%	10,9%	4,9127	5,017	14,302	16,814	0,2049	0,5111	1,1303	0,0201
20	1,7553	0,8699	0,2126	0,2362	1,9%	4,0%	15,5%	13,2%	3,9074	8,6517	18,006	21,603	0,3095	0,2625	1,0323	0,243
21	0,8124	0,7749	0,0528	-0,091	3,4%	-1,6%	-4,1%	-2,9%	2,6033	5,5571	8,751	13,037	0,4479	1,2479	0,5865	0,3793
22	0,6508	0,6124	0,1141	-0,212	1,2%	7,2%	26,5%	18,5%	3,7001	6,1954	12,345	18,745	0,0873	0,0069	0,5601	0,4013
23	1,5051	0,7825	0,1498	0,1479	1,5%	2,1%	8,2%	-1,3%	4,0101	5,3491	14,635	12,532	0,0359	0,4781	1,0652	-0,098
24	0,7191	0,5822	0,1568	-0,166	2,2%	4,2%	2,0%	12,8%	0,4773	0,7956	4,3306	6,0172	0,7582	2,5193	0,4348	1,2582
25	1,0922	0,7991	0,0802	0,0471	-1,1%	-4,1%	-1,8%	-2,7%	0,4302	1,8002	2,9986	3,1466	0,5652	1,6288	1,1636	0,5564
26	1,0868	0,5822	0,0943	0,0819	-1,2%	0,0%	0,0%	4,3%	0,4292	0,9969	2,0385	3,3837	0,5382	0,763	1,1135	0,5813
27	0,4313	0,3159	0,1383	-0,277	-1,1%	-13,3%	-26,7%	-34,1%	2,0073	4,7719	6,1874	8,4544	0,5266	1,1463	0,5055	-0,093
28	2,0128	1,0539	0,2482	0,3872	2,0%	-0,1%	-0,2%	-5,6%	1,7051	2,4751	8,3271	10,95	0,8309	2,5593	1,1579	0,3956
29	1,2552	1,1731	0,1031	0,135	8,5%	4,9%	38,4%	8,5%	7,8625	9,9387	14,069	13,881	0,4493	1,0072	1,0357	0,4943
30	0,7943	0,6397	0,0022	-0,106	2,7%	6,8%	7,3%	10,4%	1,0736	2,8465	4,1612	4,9072	0,0359	1,1726	0,4454	0,107
31	1,287	0,9232	0,139	0,1797	7,2%	8,5%	29,8%	10,5%	3,5203	6,9815	13,263	11,939	0,4173	1,06	1,0986	0,5012
32	0,9736	0,7147	0,0044	-0,424	-0,7%	-3,8%	-5,3%	-7,8%	1,4212	4,2785	7,9714	8,5894	0,7747	2,705	0,5373	0,0652
33	0,7908	0,6354	0,0435	-0,19	-1,9%	-9,5%	-8,0%	-25,9%	0,8451	3,3654	6,9452	8,1449	0,5323	1,4483	0,605	0,0736
34	0,9509	0,7127	0,0533	-0,023	-2,3%	-1,5%	-6,8%	-5,5%	4,5158	5,4171	11,246	14,4	0,4474	1,2391	0,5976	0,09
35	1,5282	0,8177	0,1506	0,1239	3,3%	7,1%	33,4%	9,7%	4,6805	11,152	21,216	16,149	0,0418	0,3886	1,0308	-0,082
36	1,6091	0,7912	0,2702	0,1673	3,7%	-2,5%	-10,9%	-11,6%	4,271	12,76	21,468	20,649	0,7734	2,6082	1,403	0,6057
37	0,6352	0,5108	0,0052	-0,191	-1,8%	-5,1%	-4,6%	-0,9%	0,9108	1,8004	4,771	5,3234	0,1862	0,5202	0,4915	0,2826
38	1,0876	0,9331	0,0394	-0,182	6,0%	-2,0%	-10,3%	2,2%	5,1621	9,9191	11,746	18,07	0,0957	0,1914	0,4699	0,4832
39	1,4339	0,7011	0,1001	0,2015	-1,2%	-8,0%	-16,8%	-8,7%	2,1074	2,3952	6,6896	7,2599	0,415	0,6577	1,0246	0,0637
40	1,141	0,9052	0,1224	0,0044	3,3%	5,9%	3,5%	10,0%	0,5873	1,6931	3,2708	3,0287	0,04	0,714	1,0578	0,4532

Załącznik 5. Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Usługi

DOBRE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1,5025	1,2968	0,1927	0,429	3,8%	3,8%	22,0%	2,2%	4,7171	7,8592	18,158	14,8	0,7392	3,1962	1,5395	0,8499
2	1,8124	1,7592	0,3252	0,5333	11,5%	6,5%	22,0%	7,0%	5,801	10,272	19,147	18,164	0,4422	4,4508	2,3615	1,532
3	1,3378	0,8641	0,1089	0,3461	7,7%	8,7%	37,5%	17,9%	2,0131	4,3433	8,933	3,9534	0,7373	2,4161	1,5556	1,148
4	1,1223	0,8773	0,1322	0,1563	4,0%	5,3%	26,3%	19,6%	3,4376	5,031	11,583	9,2065	0,4543	2,1543	1,015	0,6395
5	1,3979	1,3634	0,1873	0,3685	2,9%	1,8%	23,6%	7,7%	6,2245	10,864	19,85	20,17	0,3501	0,8448	0,7236	0,1976
6	1,3003	1,0964	0,1574	0,2578	1,3%	3,1%	11,4%	10,4%	7,4224	11,217	22,497	15,645	0,5499	2,0935	1,4985	0,3248
7	1,9223	1,65	0,0508	0,6865	17,0%	4,0%	23,2%	-8,8%	2,0866	4,6023	10,934	6,3415	0,236	2,389	1,6126	0,8136
8	0,5715	0,5652	0,0698	-0,043	13,1%	7,6%	8,3%	8,8%	1,7485	3,0955	6,3982	6,0866	0,2101	3,65	0,8403	1,2171
9	1,7135	1,6631	0,2652	0,5037	16,1%	6,0%	16,4%	6,6%	3,701	6,3685	13,32	10,088	0,691	2,7008	1,2811	0,6061
10	1,1897	0,9646	0,143	0,1995	14,2%	-0,9%	22,2%	2,9%	3,0116	6,3903	13,6	11,866	0,7159	2,9649	1,3482	0,4696
11	1,6418	1,4841	0,2259	0,4898	7,6%	2,5%	-3,7%	4,8%	1,9472	2,9227	10,754	9,7357	0,2562	0,5556	1,053	0,0501
12	1,3995	1,2751	0,2054	0,3756	13,0%	4,0%	5,0%	6,0%	3,0443	6,7084	17,726	10,061	0,4953	5,5738	2,3764	1,722
13	1,2702	1,1897	0,1714	0,2486	19,9%	10,0%	16,1%	16,1%	5,0169	9,0312	21,922	16,186	0,5501	2,6463	1,5036	0,8311
14	1,1245	1,0525	0,111	0,2379	11,9%	6,1%	50,0%	14,4%	4,2657	7,1363	14,617	13,326	0,5028	1,9276	0,8819	0,4845
15	1,1912	1,234	0,1699	0,2297	17,1%	9,0%	26,2%	16,9%	1,8411	3,7677	9,5131	9,4433	0,7067	2,4745	1,592	1,0672
16	0,5938	0,5428	0,0308	-0,006	12,8%	4,7%	19,6%	5,6%	1,537	3,0748	10,329	7,7923	0,2367	1,3271	0,4841	0,6079
17	0,6949	0,3914	0,0674	-0,218	17,1%	5,5%	11,9%	7,7%	1,7712	3,7819	10,324	6,1764	0,2285	1,4263	0,6384	0,0323
18	1,5037	1,3775	0,1854	0,3622	24,7%	8,4%	15,1%	11,6%	2,6843	5,8724	13,824	8,6951	0,2799	0,7326	0,985	0,2058
19	1,2956	0,9673	0,1161	0,3181	12,4%	0,4%	22,4%	-0,4%	4,9457	8,9745	20,474	12,262	0,655	2,6281	1,4048	0,324
20	1,6612	1,4851	0,2639	0,4167	21,1%	9,4%	1,9%	21,3%	4,635	6,2436	16,307	12,099	0,3887	1,2116	1,6072	0,7626
21	1,2327	1,1647	0,1327	0,3302	9,6%	5,9%	52,8%	10,0%	4,2906	8,9448	19,06	17,16	0,4979	2,1543	0,7287	0,3771
22	1,3666	1,2671	0,1738	0,3118	20,2%	5,2%	31,3%	14,9%	5,6365	8,6149	16,441	14,929	0,645	2,2848	1,2086	0,6947
23	1,0131	0,8329	0,062	0,5476	19,4%	7,2%	34,5%	6,2%	2,4278	4,2354	11,296	9,893	0,3657	1,0985	0,8078	0,1812
24	2,0326	1,8486	0,3608	0,6022	18,2%	7,2%	24,6%	13,8%	4,1149	7,1508	17,473	11,601	0,7963	4,3023	2,2593	1,4405
25	1,0229	0,8742	0,0624	0,1994	8,6%	-2,8%	36,7%	2,4%	3,7753	6,0735	12,605	9,0599	0,5985	2,6268	0,9776	0,503
26	1,0166	0,8877	0,0681	0,1118	3,7%	-4,4%	-10,4%	4,3%	3,2149	5,8155	11,694	8,8756	0,4233	4,6162	1,0869	0,9209
27	0,9231	0,8954	0,197	-0,03	20,0%	5,6%	-14,1%	22,6%	1,25	2,0548	8,0081	7,3316	0,7352	2,6921	0,906	0,7408
28	1,6296	1,2715	0,1838	0,4864	12,1%	7,9%	8,4%	14,5%	3,8567	5,3822	16,721	10,202	0,4826	1,9833	1,1403	0,6555
29	1,2825	1,2866	0,9033	0,2174	38,8%	7,6%	30,3%	34,7%	5,179	9,3589	32,094	28,627	0,4478	4,6508	1,9028	1,491
30	1,899	1,2151	0,8816	0,7091	14,8%	12,7%	46,9%	0,6%	2,5686	6,6998	19,113	19,394	0,0915	3,0142	1,8063	1,5974
31	1,4152	1,2448	0,7644	0,3773	17,9%	6,7%	32,5%	11,9%	4,2191	6,4206	17,845	15,263	0,7603	2,5109	0,9932	0,7019
32	1,3267	1,1508	0,7425	0,3413	17,1%	9,5%	35,1%	15,6%	4,3647	8,9162	17,867	15,946	0,473	2,4078	1,1185	0,6916
33	1,3409	1,1889	0,164	0,3816	-5,3%	-4,3%	41,6%	4,0%	1,8726	3,3351	10,079	8,4594	0,7724	3,1883	1,5353	0,6281
34	1,3566	1,2049	0,8674	0,3558	17,8%	8,0%	-10,7%	13,1%	4,4714	8,3851	20,968	16,41	0,7298	3,8932	1,5001	1,1439
35	1,6442	1,6797	0,8952	0,4577	6,6%	3,7%	51,7%	12,7%	4,4946	9,2699	26,13	25,828	0,2509	5,2224	2,0905	1,4608
36	1,3289	1,0606	0,4221	0,4259	1,3%	-2,1%	24,2%	4,4%	4,2933	5,8804	15,897	14,789	0,5224	3,7827	1,1133	0,7521
37	1,4241	1,1246	0,1467	0,351	20,8%	10,6%	-8,9%	20,4%	5,8093	10,059	19,703	18,266	0,1841	0,7009	0,6238	0,2306
38	1,9742	1,2082	0,6926	0,6201	21,7%	9,1%	61,3%	25,0%	5,1076	11,638	20,056	8,506	0,622	2,726	1,3636	0,9313
39	1,3241	1,1394	0,867	0,4075	3,0%	2,6%	73,6%	4,2%	2,8109	4,7621	11,331	6,2315	0,3786	2,011	0,9121	0,4972
40	1,4388	1,1666	0,9329	0,317	18,8%	6,9%	7,4%	14,3%	4,2455	8,9125	27,677	9,8689	0,2015	0,7023	0,9729	0,1275

ZLE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1,0172	0,6467	0,1629	0,007	-0,2%	1,3%	29,3%	19,7%	1,8312	3,6875	4,8354	5,5084	0,385	0,2886	0,4925	0,1771
2	0,7856	0,6652	0,0322	-0,15	21,2%	9,4%	2,4%	9,5%	3,0051	4,9536	7,5529	7,6779	0,0468	0,5988	0,5531	0,3647
3	0,7806	0,6832	0,037	-0,134	-1,4%	-1,3%	28,4%	-0,2%	1,0254	4,4605	7,5159	7,9247	0,3409	2,4772	0,9327	0,6981
4	0,8763	0,6806	0,0606	-0,125	8,1%	2,8%	-1,4%	1,6%	1,1243	3,3072	6,7332	10,373	0,4008	0,4126	0,6213	0,1005
5	1,0334	0,9687	-0,037	0,1524	11,0%	-1,5%	3,1%	-10,9%	0,8041	2,1751	3,6187	3,4496	0,3368	1,0271	1,0931	0,3702
6	0,4964	0,4683	0,0794	-0,316	-1,1%	-3,8%	-1,2%	-11,3%	0,9632	1,9497	2,9466	3,0178	0,5048	1,853	0,563	0,4287
7	0,8811	0,6929	0,0665	-0,276	-5,2%	-3,7%	-3,7%	-6,9%	1,8163	2,5551	4,152	5,2108	0,5368	3,5239	0,6183	0,9224
8	0,9636	0,8652	0,0616	-0,071	-4,1%	-2,9%	-6,8%	-5,7%	2,8333	7,1512	12,021	13,814	0,2664	2,9987	0,7494	0,6666
9	0,9316	0,7217	0,0293	-0,017	16,7%	4,0%	-8,1%	6,9%	6,4256	10,227	18,784	15,876	0,2892	1,5964	0,733	0,2631
10	0,8428	0,757	0,09	0,0124	-9,6%	-6,4%	26,0%	-13,6%	3,2857	6,6126	11,369	11,708	0,4011	3,3191	0,8805	1,2801
11	0,7323	0,5896	0,0212	-0,083	-5,4%	-2,1%	-21,1%	-2,4%	1,7255	3,3932	6,1749	5,3056	0,0875	0,1959	0,5537	-0,342
12	1,7647	1,4121	0,517	0,497	-16,1%	-6,4%	-3,5%	-0,9%	5,6106	8,7486	18,986	10,751	0,7321	1,9285	1,0504	-0,025
13	0,8058	0,4174	0,149	-0,289	-10,6%	0,6%	-35,9%	9,7%	0,6213	1,1431	2,0642	3,2028	0,3284	0,6127	0,6031	0,2146
14	1,028	0,9966	0,0851	0,1415	-2,8%	-5,6%	0,4%	-16,7%	1,8981	3,3985	8,4151	6,9757	0,4693	0,2476	0,9579	-0,208
15	0,4668	0,4512	0,075	-0,173	-19,7%	-6,9%	-10,7%	-8,2%	1,9024	2,8359	3,005	4,9309	0,5168	0,534	0,6084	-0,164
16	0,8903	0,8877	0,0439	-0,06	3,6%	1,9%	-13,2%	7,3%	3,1701	5,6665	13,201	12,427	0,3102	1,8269	0,7547	0,4373
17	1,6094	1,6521	0,1591	0,4522	2,7%	7,8%	6,2%	5,0%	2,2068	4,8535	7,2008	12,684	0,3953	0,1082	0,9965	0,6416
18	1,3309	1,1784	0,1262	0,1777	8,3%	3,4%	17,3%	9,3%	1,7483	3,0415	6,8898	7,1862	0,4315	2,4481	1,3614	1,0761
19	1,6624	1,3685	0,1303	0,304	3,0%	2,6%	5,9%	7,7%	3,3266	6,9899	15,973	14,441	0,3543	0,3731	0,6602	0,2253
20	1,6297	1,4888	0,1823	0,3129	6,8%	3,8%	8,6%	13,2%	3,615	7,4473	9,9298	11,076	0,3533	0,6028	0,8409	0,0863
21	0,8371	0,8095	0,038	-0,062	-1,6%	-0,8%	13,6%	0,3%	1,4974	3,8036	8,4578	9,1715	0,2738	1,8836	0,774	0,4533
22	0,8013	0,7303	0,0327	-0,197	11,2%	8,4%	-1,2%	13,4%	2,6838	5,6453	13,586	9,9501	0,2839	0,6008	0,7573	0,2681
23	1,4194	1,0823	0,1187	0,1963	10,7%	2,5%	22,7%	0,1%	2,5899	4,3454	6,4177	6,1505	0,1996	0,2293	0,9367	0,3234
24	0,9868	0,9698	0,0839	-0,126	12,2%	5,7%	6,4%	17,8%	0,8133	1,9832	2,3141	4,9643	0,2458	2,864	0,7268	1,4709
25	1,0723	1,0266	0,0818	0,0989	-9,7%	-3,3%	4,6%	-2,4%	1,2986	1,9045	3,3994	3,5186	0,3301	2,0518	1,198	0,681
26	0,8837	0,7149	0,0301	-0,057	1,2%	1,4%	-4,3%	5,5%	1,485	2,0763	3,3847	3,8414	0,3672	1,0035	0,9534	0,5603
27	0,3905	0,1805	0,0358	-0,279	-6,2%	-10,7%	2,1%	-34,6%	1,2331	1,9152	2,823	4,8331	0,3501	1,203	0,6918	-0,064
28	1,8461	1,5298	0,2282	0,4868	5,3%	0,6%	-13,2%	-0,9%	2,2091	4,3147	9,4659	7,7967	0,3368	2,702	1,4051	1,0907
29	1,3452	1,2657	0,1445	0,2108	1,4%	2,2%	1,3%	3,3%	3,442	6,6415	11,778	9,4811	0,1989	2,5464	1,2606	0,8573
30	0,8219	0,7453	0,0319	-0,092	9,3%	7,4%	7,6%	13,8%	1,0072	2,3012	3,8787	4,1325	0,1421	0,9113	0,5358	0,0409
31	0,9381	0,8533	0,1748	-0,017	1,3%	-0,5%	7,4%	18,7%	2,5552	4,363	5,2127	6,1973	0,388	0,922	0,9482	-0,051
32	0,482	0,3474	0,0619	-0,422	-2,3%	-1,0%	-1,2%	-3,2%	2,392	3,1148	4,7092	4,1645	0,179	3,1697	0,5944	0,814
33	0,8668	0,7067	0,0333	-0,163	-6,8%	-7,9%	-2,4%	-26,5%	1,2623	2,9092	4,58	4,5372	0,2929	2,0342	0,9005	0,1883
34	0,9695	0,938	0,0549	-0,026	-0,4%	0,0%	-10,0%	-1,1%	1,41	4,2449	6,9955	7,9226	0,2185	1,4383	0,6895	0,1362
35	0,5937	0,4406	0,0729	-0,309	-10,4%	-4,3%	0,0%	3,4%	2,9527	3,8416	4,2579	5,3925	0,3399	0,7283	0,7389	-0,218
36	1,5068	1,4123	0,1753	0,2449	5,9%	-2,1%	-12,7%	-13,7%	4,0695	7,6619	12,459	11,649	0,3177	3,4815	1,8368	0,6322
37	0,52	0,4519	0,0882	-0,178	-17,4%	-3,2%	-8,5%	0,5%	1,5686	2,958	3,1953	11,357	0,3139	1,2576	0,7166	0,2631
38	1,3728	1,0064	0,0921	0,2249	10,7%	7,0%	-5,0%	12,2%	1,3708	2,9022	5,8387	5,3989	0,2791	1,9112	1,0942	1,0899
39	1,3595	1,073	0,1025	0,3657	-10,6%	-7,1%	9,6%	-15,0%	2,3966	3,789	8,0791	7,6107	0,2011	0,7573	0,7211	-0,047
40	1,1133	1,1714	0,1172	0,0406	15,6%	6,1%	-17,1%	12,2%	1,7191	2,0252	3,1701	12,3	0,2267	0,08	1,1029	0,3203

Bibliografia:**Monografie:**

1. P.Antonowicz „Metody oceny i prognoza kondycji ekonomiczno-finansowej przedsiębiorstw”, ODDK, Gdańsk, 2007 r.
2. J.S.Cramer, „Logit models from economic and other fields, Cambridge University Press, Cambridge 2003 r.
3. M.Dobosz, „Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań”, Exit, Warszawa, 2004 r.
4. T.Grafiński, „Metody taksonometrii”, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków 1992 r.
5. M.Gruszczynski, „Mikroekonometria”, Wolters Kluwer, Warszawa, 2010 r.
6. M.Gruszczynski, „Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości”, SGH, Warszawa 2001 r.
7. B.Guzik, W.Jurek, D.Appenzeler, „Prognozowanie i symulacje. Wybrane zagadnienia”, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2006 r.
8. M.Nowak, „Praktyczna ocena kondycji finansowej przedsiębiorstwa. Metody i ograniczenia”, Fundacja Rozwoju Rachunkowości w Polsce, Warszawa 1998 r.
9. W.Ostasiewicz, „Statystyczne metody analizy danych”, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław 1998 r.
10. B.Prusak, „Nowoczesne metody prognozowania zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, Difin, Warszawa, 2005 r.
11. M.Rószkiewicz, „Narzędzia statystyczne w analizach marketingowych”, Wydawnictwo C.H.Beck, Warszawa 2002 r.

Artykuły naukowe i rozdziały w pracach zbiorowych:

12. E.I.Altman, „Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy”, Journal of Finance, September, 1968 r, s. 189–209.
13. D.Appenzeller, K.Szarzec, „Prognozowanie zagrożenia upadłością polskich spółek publicznych” Rynek Terminowy, nr 1/2004
14. W.H. Beaver, „Financial Ratios and Predictors of Failure. Empirical Research in accounting” Selected Studies, dodatek do Journal of Accounting Research, 1966 r.

15. J.Gajdka, D.Stos, „Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej do badania podatności przedsiębiorstwa na bankructwo” w: *Przedsiębiorstwo na rynku kapitałowym*, (red) J.Duraj, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, 1996 r.
16. J.Gajdka, D.Stos, „Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw” w: *Restrukturyzacja w procesie przekształceń i rozwoju przedsiębiorstw*”, (red) R.Borowiecki, Wydawnictwo AE w Krakowie, Kraków, 1996 r.
17. J.Gajdka, D.Stos, „Ocena kondycji finansowej polskich spółek publicznych w okresie 1998-2001” w: *Czas na pieniądź. Zarządzanie finansami. Mierzenie wyników i wycena przedsiębiorstw t.I*, (red) D.Zarzecki, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, 2003 r.
18. M.Gruszczynski, „Modele mikroekonometrii w analizie i prognozowaniu zagrożenia finansowego przedsiębiorstw”, *Working papers PAN*, nr 34, Warszawa, 2003 r.
19. D.Hadasik, „Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania”, Wydawnictwo AE w Poznaniu, Zeszyt 153, Poznań 1998 r.
20. M.Hamrol, B.Czajka, M.Piechocki, „Upadłość przedsiębiorstwa – model analizy dyskryminacyjnej”, *Przegląd Organizacji*, nr 6/2004
21. A.Hołda, „Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej ZH”, *Rachunkowość*, nr 5/2001
22. E.Mączyńska, „Ocena kondycji przedsiębiorstwa (uproszczone metody)”, *Życie Gospodarcze*, 1994 nr 38.
23. E.Mączyńska, M.Zawadzki, „Dyskryminacyjne modele predykcji upadłości przedsiębiorstw”, *Ekonomista*, nr 2/2006
24. M.Pogodzińska, S.Sojak, „Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w przewidywaniu bankructwa przedsiębiorstw” w *AUNC, Ekonomia XXV, Zeszyt 299*, Toruń 1995 r.
25. S. Sojak, J.Stawicki, „Wykorzystanie metod taksonomicznych do oceny kondycji ekonomicznej przedsiębiorstw”, *Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości*, t. 3 (59), red. L. Bednarski, Warszawa 2001 r.
26. P.Stępień, T.Strąg, „Wielowymiarowe modele logitowe oceny zagrożenia bankructwem polskich przedsiębiorstw”, w: *Zarządzanie finansami. Finansowanie przedsiębiorstw UE*, t.I, (red) D.Zarzecki, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, 2004 r.
27. D.Wierzba, „Wczesne wykrywanie przedsiębiorstw zagrożonych upadłością na podstawie wskaźników finansowych – teoria i badania empiryczne”, w: *Zeszyty Naukowe* nr 9,

Wydawnictwo Wyższej Szkoły Ekonomiczno-Informacyjnej w Warszawie, Warszawa 2000 r.

28. D.Wędzki, „Logitowy model upadłości dla gospodarki polskiej – wnioski z badania”, w: Zarządzanie finansami. Finansowanie przedsiębiorstw UE, t.I, (red) D.Zarzecki, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, 2004

Artykuły ze stron internetowych:

29. P.Szczepankowski, „Ocena ryzyka działalności przedsiębiorstw na podstawie sprawozdań finansowych (Metodologia amerykańska, Unii Europejskiej i polska)”, Wyższa Szkoła Przedsiębiorczości i Zarządzania im. Leona Koźmińskiego, artykuł dostępny na http://www.studenci.pl/ekonomia/finanseprzds/semeko_85.html
30. P.Stępień, T.Strąk, „Binomial logit models predicting corporate bankruptcy”, Folia Oeconomica Stetinensia, No. 3–4 (11–12) 2004–2005, ss. 190-199, artykuł dostępny na http://usfiles.us.szc.pl/pliki/plik_1168439133.pdf
31. „RiskCalc™ for Private Companies: Moody’s Default Model. Rating Methodology”, artykuł dostępny na www.defaultrisk.com,
32. „FAQ: What are pseudo R-squareds?”, informacja dostępna na http://www.ats.ucla.edu/stat/mult_pkg/faq/general/Psuedo_RSquareds.htm

Akty prawne:

33. Rozporządzenie Ministra Finansów z dnia 16 grudnia 2008 r. w sprawie zasad tworzenia rezerw na ryzyko związane z działalnością banków zmienione 15 maja 2009 r., 11 grudnia 2009 r. i 30 sierpnia 2010 r. (Dz.U. 2008 nr 235 poz. 1589, Dz.U. 2009 nr 78 poz. 652, Dz.U. 2009 nr 215 poz. 1668, Dz.U. 2010 nr 164 poz. 1111)

Spis tabel:

Tabela 1.	Wstępnie zdefiniowany zestaw wskaźników do budowy modelu dyskryminacyjnego	21
Tabela 2.	Ocena przedsiębiorstw wg „szybkiego testu” E.Mączyńskiej	32
Tabela 3.	Skuteczność modeli P1 i P2 B.Prusaka na próbie testującej z rocznym wyprzedzeniem	46
Tabela 4.	Skuteczność modeli P1 i P2 B.Prusaka na próbie testującej z 2-letnim wyprzedzeniem	46
Tabela 5.	Skuteczność modeli dyskryminacyjnych INE PAN dla próby uczącej i testowej	50
Tabela 6.	Skuteczność modelu „poznańskiego” dla próby testowej przedsiębiorstw produkcyjnych, handlowych i usługowych	52
Tabela 7.	Skuteczność modelu 1 M.Gruszczyńskiego	55
Tabela 8.	Skuteczność modelu 2 M.Gruszczyńskiego	56
Tabela 9.	Skuteczność modelu 3 M.Gruszczyńskiego	56
Tabela 10.	Skuteczność modelu 4 M.Gruszczyńskiego	56
Tabela 11.	Skuteczność modelu 5 M.Gruszczyńskiego	57
Tabela 12.	Skuteczność modelu 6 M.Gruszczyńskiego	58
Tabela 13.	Skuteczność modelu 7 M.Gruszczyńskiego	58
Tabela 14.	Skuteczność modelu 8 M.Gruszczyńskiego	59
Tabela 15.	Sprawność modelu P.Stępnia i T.Strąka dla próby testowej	60
Tabela 16.	Skuteczność modeli logitowych P.Stępnia i T.Strąka dla próby uczącej i testowej	62
Tabela 17.	Skuteczność modeli logitowych D.Wędzkiego	65
Tabela 18.	Weryfikacja wskaźników w sektorze przemysł	68
Tabela 19.	Współczynniki korelacji Pearson’a dla wskaźników sektora przemysł	69
Tabela 20.	Dokładność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora przemysł	72
Tabela 21.	Weryfikacja wskaźników w sektorze budownictwo	74
Tabela 22.	Współczynniki korelacji Pearson’a dla wskaźników sektora budownictwo	75
Tabela 23.	Dokładność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora budownictwo	78
Tabela 24.	Weryfikacja wskaźników w sektorze handel	80
Tabela 25.	Współczynniki korelacji Pearson’a dla wskaźników sektora handel	81
Tabela 26.	Dokładność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora handel	83
Tabela 27.	Weryfikacja wskaźników w sektorze transport	85
Tabela 28.	Współczynniki korelacji Pearson’a dla wskaźników sektora transport	86
Tabela 29.	Dokładność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora transport	88
Tabela 30.	Weryfikacja wskaźników w sektorze usługi	90
Tabela 31.	Współczynniki korelacji Pearson’a dla wskaźników sektora usługi	91
Tabela 32.	Dokładność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy dyskryminacyjnej dla sektora usługi	93
Tabela 33.	Skuteczność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy logistycznej dla sektora przemysł	95
Tabela 34.	Skuteczność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy logistycznej dla sektora budownictwo	96
Tabela 35.	Skuteczność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy logistycznej dla sektora handel	97
Tabela 36.	Skuteczność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy logistycznej dla sektora transport	98
Tabela 37.	Skuteczność predykcji <i>post hoc</i> przy użyciu analizy logistycznej dla sektora Usługi	99

Spis wykresów:

Wykres 1.	Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych przedsiębiorstw w sektorze Przemysł	dla klasyfikacji	70
Wykres 2.	Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych przedsiębiorstw w sektorze budownictwo	dla klasyfikacji	76
Wykres 3.	Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych przedsiębiorstw w sektorze handel	dla klasyfikacji	82
Wykres 4.	Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych przedsiębiorstw w sektorze transport	dla klasyfikacji	87
Wykres 5.	Znaczenie wskaźników ekonomiczno-finansowych przedsiębiorstw w sektorze usługi	dla klasyfikacji	92

Spis załączników:

Załącznik 1.	Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Przemysł	102
Załącznik 2.	Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Budownictwo	104
Załącznik 3.	Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Handel	106
Załącznik 4.	Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Transport	108
Załącznik 5.	Wartości wskaźników finansowych próby przedsiębiorstw z sektora Usługi	110